Mission *indigo*

MATHS

CYCLE 4

5e

4e

3e

Nouveau programme

hachette
ÉDUCATION
vous accompagne

Mission indigo

MATHS

CYCLE 4

3e

Sous la direction de Christophe BARNET

Helena BERGER
Nadine BILLA
Patricia DEMOULIN
Amaïa FLOUS
Benoît LAFARGUE
Marion LARRIEU
Aurélie LAULHERE
Marie-Christine LAYAN
Sandrine POLLET
Marion ROBERTOU
Florian RUDELLE
Agnès VILLATTES

hachette
ÉDUCATION
vous accompagne

Sommaire

Présentation du manuel

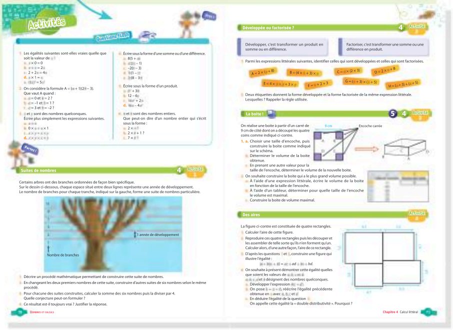
Une ouverture ludique pour présenter les notions mathématiques du chapitre

Une mascotte, le **robot**, donne l'objectif du chapitre

Un **jeu** pour se mettre « en appétit » et une information pour les curieux

Des **questions flash**, à faire à l'oral pour réactiver et évaluer les prérequis

Des **situations concrètes** pour remobiliser ou découvrir les notions

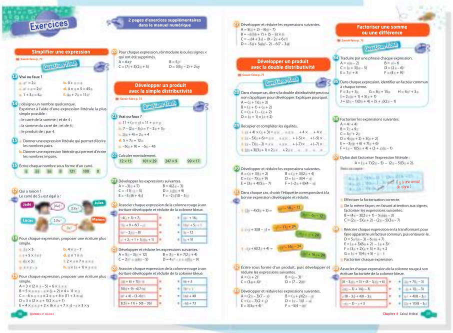


Un cours facile à comprendre et à utiliser, qui fait la synthèse de l'ensemble du cycle

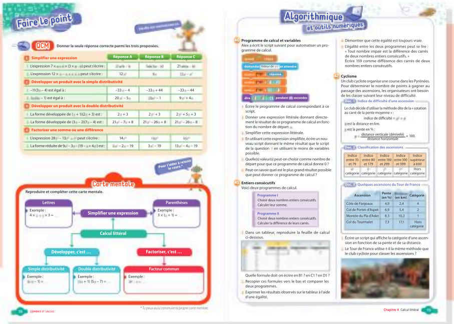
Vidéo de cours pour pratiquer la classe inversée

Des **exercices résolus** pour travailler en autonomie ou en remédiation

Une **double page d'exercices** pour acquérir les savoir-faire



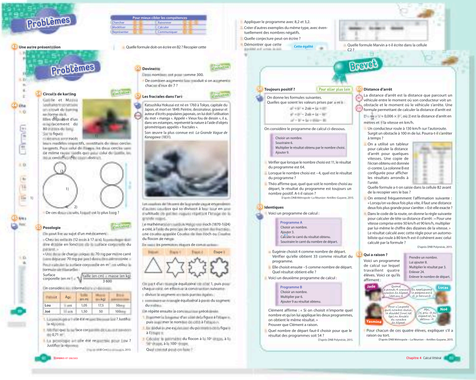
Une page **Faire le point** pour valider les acquis, avec un **QCM** et une **carte mentale** pour mémoriser le cours autrement



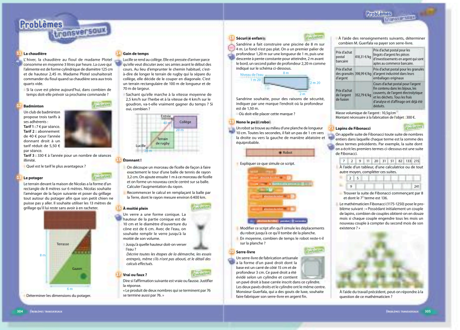
Une page **Algorithmique et outils numériques** avec :

- des exercices d'algorithmique et de programmation avec le logiciel Scratch
- des activités utilisant un tableur ou un logiciel de géométrie dynamique

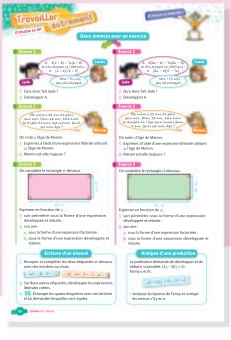
4 pages de **problèmes** très variés
et de difficulté graduée



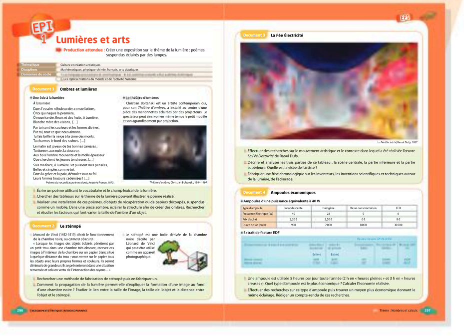
6 à 8 pages de **problèmes transversaux**
en fin d'ouvrage faisant appel aux capacités
de plusieurs chapitres



Un page pour **travailler autrement**
et permettant la différenciation



6 pages de propositions d'**EPI**
sur des connaissances et des thématiques variées



Les logos du manuel

5e 4e — Activités qui mobilisent des notions étudiées les années précédentes

Exercices interactifs

Travail avec un logiciel

Travail avec une calculatrice

Vidéo — Vidéos de cours dans le manuel numérique

Travail en groupe

Utilisable en AP — Utilisable en accompagnement personnalisé

Prise d'initiative — Problèmes qui demandent de la prise d'initiative

Pour aller plus loin — Problèmes qui font découvrir des notions qui vont au-delà des attendus de fin de cycle

Problèmes en lien avec d'autres disciplines :

- PEAC — Parcours d'éducation artistique et culturelle
- CIT — Parcours citoyen
- AV — Parcours avenir
- EPS — Éducation physique et sportive
- FR — Français
- HG — Histoire et géographie
- LV — Langues vivantes
- PC — Physique-Chimie
- SVT — Sciences de la vie et de la Terre
- TECH — Technologie

Progression de Mission indigo sur le cycle 4

5e		
Partie I – Nombres et calculs		
Nombres entiers	1. Déterminer les diviseurs d'un nombre entier 2. Utiliser des critères de divisibilité 3. Reconnaitre un nombre premier	Nombres relatifs : opérations
Enchainement d'opérations	1. Calculer sans parenthèses 2. Calculer avec des parenthèses 3. Calculer avec un quotient 4. Utiliser le bon vocabulaire	Fractions : addition, soustraction et comparaison
Fractions	1. Connaitre la notion de fraction 2. Reconnaitre des fractions égales 3. Comparer des fractions 4. Exprimer une proportion	Fractions : multiplication et division
Nombres relatifs : définition	1. Connaitre les nombres relatifs 2. Repérer un point sur une droite graduée 3. Comparer des nombres relatifs 4. Repérer un point dans le plan	Puissances
Nombres relatifs : opérations	1. Additionner des nombres relatifs 2. Reconnaitre deux nombres opposés 3. Soustraire deux nombres relatifs 4. Enchainer des additions et des soustractions de nombres relatifs	Calcul littéral
Calcul littéral	1. Écrire une expression littérale 2. Utiliser une expression littérale 3. Tester une égalité	Équations et inéquations
Partie II – Organisation et gestion de données, fonctions		
Proportionnalité	1. Reconnaitre une situation de proportionnalité 2. Calculer une quatrième proportionnelle 3. Appliquer et calculer un pourcentage 4. Utiliser une échelle	Proportionnalité
Calcul et représentation de grandeurs	1. Calculer des durées, des horaires 2. Exploiter la représentation graphique d'une grandeur	Calcul et représentation de grandeurs
Représentation et traitement de données	1. Calculer des effectifs et des fréquences 2. Calculer une moyenne 3. Représenter graphiquement des données numériques 4. Représenter graphiquement des données non numériques	Représentation et traitement de données
Probabilités	1. Décrire une expérience aléatoire 2. Exprimer la probabilité d'un évènement	Probabilités
Partie III – Espace et géométrie		
Construction et transformation de figures	1. Reconnaitre et utiliser la symétrie axiale 2. Reconnaitre et utiliser la symétrie centrale 3. Utiliser les propriétés de la symétrie centrale 4. Reconnaitre un axe ou un centre de symétrie	Construction et transformation de figures
Angles	1. Reconnaitre des angles alternes-internes 2. Déterminer un angle à l'aide de deux droites parallèles 3. Calculer un angle dans un triangle 4. Reconnaitre des droites parallèles	Triangles égaux, triangles semblables
Triangles et cercles	1. Construire et utiliser des cercles et des médiatrices 2. Utiliser l'inégalité triangulaire 3. Connaitre les triangles particuliers	Quadrilatères
Quadrilatères	1. Construire un parallélogramme 2. Reconnaitre un parallélogramme	Théorème de Pythagore
Solides de l'espace	1. Reconnaitre et représenter un parallélépipède rectangle 2. Reconnaitre et représenter un cylindre de révolution 3. Reconnaitre et représenter une pyramide 4. Reconnaitre et représenter un cône de révolution	Solides de l'espace

4e		3e	
			Partie I – Nombres et calculs
	1. Additionner et soustraire des nombres relatifs 2. Multiplier des nombres relatifs 3. Diviser deux nombres relatifs	**Nombres entiers**	1. Déterminer les diviseurs d'un nombre entier 2. Reconnaitre un nombre premier 3. Décomposer un entier en produit de facteurs premiers
	1. Reconnaitre des fractions égales 2. Comparer des fractions 3. Additionner et soustraire des fractions	**Nombres relatifs**	1. Additionner et soustraire des nombres relatifs 2. Multiplier et diviser des nombres relatifs 3. Calculer la puissance d'un nombre
	1. Multiplier des fractions 2. Calculer une fraction d'un nombre 3. Connaitre l'inverse d'un nombre 4. Diviser par une fraction	**Fractions**	1. Déterminer la forme irréductible d'une fraction 2. Additionner et soustraire des fractions 3. Multiplier des fractions 4. Diviser par une fraction
	1. Calculer une puissance d'exposant positif 2. Calculer une puissance d'exposant négatif 3. Déterminer l'écriture scientifique d'un nombre		
	1. Simplifier une expression littérale 2. Développer un produit 3. Factoriser une somme ou une différence	**Calcul littéral**	1. Simplifier une expression 2. Développer un produit avec la simple distributivité 3. Développer un produit avec la double distributivité 4. Factoriser une somme ou une différence
	1. Connaitre la notion d'équation 2. Résoudre une équation 3. Modéliser une situation 4. Connaitre la notion d'inéquation	**Équations et inéquations**	1. Résoudre une équation 2. Résoudre une inéquation 3. Modéliser une situation
			Partie II – Organisation et gestion de données, fonctions
	1. Reconnaitre une situation de proportionnalité 2. Calculer une quatrième proportionnelle 3. Exploiter une représentation graphique 4. Utiliser des pourcentages	**Proportionnalité**	1. Reconnaitre une situation de proportionnalité 2. Calculer une quatrième proportionnelle 3. Utiliser des pourcentages
		Fonctions	1. Déterminer des images et des antécédents 2. Tracer la représentation graphique d'une fonction 3. Exploiter la représentation graphique d'une fonction
	1. Utiliser des grandeurs quotients et des grandeurs produits 2. Exploiter la représentation graphique d'une grandeur 3. Représenter une grandeur en fonction d'une autre	**Fonctions affines**	1. Reconnaitre et utiliser une fonction affine 2. Déterminer les coefficients d'une fonction affine 3. Reconnaitre et utiliser une fonction linéaire 4. Modéliser une situation de proportionnalité par une fonction linéaire
	1. Calculer et interpréter une moyenne 2. Calculer et interpréter une médiane, une étendue 3. Représenter graphiquement des données	**Représentation et traitement de données**	1. Calculer et interpréter une moyenne 2. Calculer et interpréter une médiane, une étendue 3. Représenter graphiquement des données
	1. Modéliser une expérience aléatoire 2. Déterminer la probabilité d'un évènement 3. Utiliser des évènements incompatibles ou contraires	**Probabilités**	1. Modéliser une expérience aléatoire 2. Déterminer la probabilité d'un évènement 3. Construire et utiliser un arbre de probabilités
			Partie III – Espace et géométrie
	1. Transformer une figure par symétrie 2. Transformer une figure par translation 3. Transformer une figure par rotation 4. Analyser et construire des frises, des pavages et des rosaces	**Construction et transformation de figures**	1. Transformer une figure par symétrie, translation ou rotation 2. Transformer une figure par homothétie 3. Analyser et construire des frises, des pavages et des rosaces
	1. Utiliser les propriétés des angles et des triangles 2. Reconnaitre des triangles égaux 3. Reconnaitre des triangles semblables	**Triangles et quadrilatères**	1. Utiliser les propriétés des angles et des triangles 2. Reconnaitre des triangles égaux et des triangles semblables 3. Reconnaitre un parallélogramme 4. Reconnaitre un parallélogramme particulier
	1. Construire un parallélogramme 2. Reconnaitre un parallélogramme 3. Reconnaitre un parallalélogramme particulier	**Triangles rectangles : trigonométrie**	1. Utiliser l'égalité de Pythagore 2. Calculer des rapports trigonométriques 3. Utiliser des rapports trigonométriques
	1. Calculer la longueur d'un côté dans un triangle rectangle 2. Calculer une racine carrée 3. Reconnaitre si un triangle est rectangle	**Théorème de Thalès**	1. Calculer des longueurs avec le théorème de Thalès 2. Reconnaitre des droites parallèles
	1. Représenter des solides et calculer des volumes 2. Se repérer dans un parallélépipède rectangle 3. Reconnaitre et représenter une sphère 4. Se repérer sur une sphère	**Solides de l'espace**	1. Représenter des solides et calculer des volumes 2. Se repérer dans l'espace 3. Construire des sections planes de solides

Proposition de progressions 3e

PROGRESSION PAR CHAPITRE

Chapitre		16 Algorithmique et programmation
1	Nombres entiers	**Activité 1 :** L'environnement de Scratch
6	Proportionnalité	**Activité 2 :** Des programmes de calcul
11	Construction et transformation de figures	
2	Nombres relatifs	**Activité 3 :** Construction de figures
7	Fonctions	**Activité 4 :** Le multiplicato
12	Triangles et quadrilatères	
3	Fractions	**Activité 5 :** Autour des nombres premiers
8	Fonctions affines	
13	Triangles rectangles : trigonométrie	**Projet 1 :** Comme chien et chat
4	Calcul littéral	
9	Représentation et traitement de données	
14	Théorème de Thalès	**Projet 2 :** Jeu de Nim
5	Équations et inéquations	
10	Probabilités	
15	Solides de l'espace	**Activité 6 :** Expériences aléatoires

PROGRESSION SPIRALÉE

Séquence	Chapitres	Capacités étudiées	16 Algorithmique et programmation
1	6	Reconnaitre une situation de proportionnalité Calculer une quatrième proportionnelle	**Activité 1 :** L'environnement de Scratch
	5	Résoudre une équation	
2	12	Reconnaitre des triangles égaux et des triangles semblables Utiliser les propriétés des angles et des triangles	
3	4	Simplifier une expression Développer un produit avec la simple distributivité	**Activité 2 :** Des programmes de calcul
4	13	Utiliser l'égalité de Pythagore Calculer des rapports trigonométriques	**Activité 3 :** Construction de figures
5	4	Développer un produit avec la double distributivité Factoriser une somme ou une différence	
6	7	Déterminer des images et des antécédents Tracer la représentation graphique d'une fonction Exploiter la représentation graphique d'une fonction	**Activité 4 :** Le multiplicato

PROGRESSION SPIRALÉE				
Séquence	Chapitres	Capacités étudiées	Thème	16 Algorithmique et programmation
7	11	Transformer une figure par symétrie, translation ou rotation	Espace et géométrie	**Activité 5 :** Autour des nombres premiers
	2	Additionner et soustraire des nombres relatifs Multiplier et diviser des nombres relatifs	Nombres et calculs	
8	11	Transformer une figure par homothétie Analyser et construire des frises, des pavages et des rosaces	Espace et géométrie	
9	8	Reconnaitre et utiliser une fonction affine Déterminer les coefficients d'une fonction affine	Organisation et gestion de données, fonctions	**Projet 1 :** Comme chien et chat
10	1	Déterminer les diviseurs d'un nombre entier Reconnaitre un nombre premier Décomposer un entier en produit de facteurs premiers	Nombres et calculs	
11	13	Utiliser des rapports trigonométriques	Espace et géométrie	
	12	Reconnaitre un parallélogramme	Espace et géométrie	
12	5	Modéliser une situation	Nombres et calculs	
	2	Calculer la puissance d'un nombre	Nombres et calculs	
	5	Résoudre une inéquation	Nombres et calculs	
13	9	Calculer et interpréter une moyenne Calculer et interpréter une médiane, une étendue	Organisation et gestion de données, fonctions	
14	14	Calculer des longueurs avec le théorème de Thalès	Espace et géométrie	**Projet 2 :** Jeu de Nim
	3	Déterminer la forme irréductible d'une fraction Additionner et soustraire des fractions	Nombres et calculs	
15	6	Utiliser des pourcentages	Organisation et gestion de données, fonctions	
	8	Reconnaitre et utiliser une fonction linéaire Modéliser une situation de proportionnalité par une fonction linéaire	Organisation et gestion de données, fonctions	
16	14	Reconnaitre des droites parallèles	Espace et géométrie	
	15	Représenter des solides et calculer des volumes Construire des sections planes de solides	Espace et géométrie	
17	3	Multiplier des fractions Diviser par une fraction	Nombres et calculs	
	9	Représenter graphiquement des données	Organisation et gestion de données, fonctions	
18	10	Modéliser une expérience aléatoire Déterminer la probabilité d'un évènement Construire et utiliser un arbre de probabilités	Organisation et gestion de données, fonctions	
19	12	Reconnaitre un parallélogramme particulier	Espace et géométrie	**Activité 6 :** Expériences aléatoires
	15	Se repérer dans l'espace	Espace et géométrie	

Thèmes

Nombres et calculs	Organisation et gestion de données, fonctions	Espace et géométrie	Algorithmique et programmation

Objectifs des activités

Nombres et calculs

1 Nombres entiers

Activité 1 Réactiver la division euclidienne
Activité 2 Déterminer les diviseurs d'un nombre entier et utiliser des critères de divisibilité
Activité 3 Déterminer si un nombre entier est premier
Activité 4 Décomposer un nombre en produit de facteurs premiers

2 Nombres relatifs

Activité 1 Réactiver l'addition et la soustraction de nombres relatifs
Activité 2 Réactiver la multiplication et la division de nombres relatifs
Activité 3 Réactiver le signe d'un produit de plusieurs facteurs
Activité 4 Réactiver les calculs de puissances de nombres relatifs
Activité 5 Réactiver les puissances de 10 et l'écriture scientifique

3 Fractions

Activité 1 Découvrir les familles de nombres
Activité 2 Intercaler un rationnel entre deux autres
Activité 3 Déterminer une fraction irréductible
Activité 4 Calculer une fraction d'une quantité
Activité 5 Calculer avec des fractions

4 Calcul littéral

Activité 1 Créer et simplifier une expression littérale, utiliser une expression littérale pour démontrer un résultat général
Activité 2 Remobiliser les notions de développement et de factorisation
Activité 3 Écrire et utiliser une expression littérale
Activité 4 Découvrir et démontrer la double distributivité

5 Équations et inéquations

Activité 1 Résoudre une équation du premier degré
Activité 2 Remobiliser la notion d'équation
Activité 3 Modéliser une situation à l'aide d'une inéquation
Activité 4 Découvrir et démontrer une propriété reliant les inégalités et l'addition
Activité 5 Découvrir et démontrer une propriété reliant les inégalités et la multiplication

Organisation et gestion de données, fonctions

6 Proportionnalité

Activité 1 Reconnaitre une situation de proportionnalité
Activité 2 Calculer une quatrième proportionnelle
Activité 3 Appliquer un pourcentage et une échelle
Activité 4 Appliquer un pourcentage d'augmentation

7 Fonctions

Activité 1 Décrire l'évolution d'une grandeur en fonction d'une autre à l'aide d'une courbe
Activité 2 Introduire la notion de fonction, d'image et d'antécédent
Activité 3 Construire et exploiter la courbe représentative d'une fonction
Activité 4 Exploiter une représentation graphique

8 Fonctions affines

Activité 1 Découvrir l'expression d'une fonction affine et sa représentation graphique
Activité 2 Modéliser une situation avec une fonction affine
Activité 3 Déterminer les coefficients d'une fonction affine et utiliser son expression algébrique
Activité 4 Identifier et utiliser un cas particulier de fonction affine : une fonction linéaire
Activité 5 Modéliser une situation de proportionnalité par une fonction linéaire

9 Représentation et traitement de données

Activité 1 Calculer et interpréter une moyenne pondérée
Activité 2 Calculer une moyenne de moyennes
Activité 3 Calculer et interpréter une médiane
Activité 4 Choisir un diagramme approprié
Activité 5 Calculer une moyenne de données regroupées en classes

10 Probabilités

Activité 1 Remobiliser la stabilisation de la fréquence
Activité 2 Remobiliser la définition et des propriétés de la probabilité d'un évènement
Activité 3 Introduire la notion d'arbre de probabilités et ses règles d'utilisation

Espace et géométrie

11 Construction et transformations de figures

Activité 1 Analyser un pavage, reconnaitre et caractériser des symétries, des translations et des rotations
Activité 2 Découvrir l'homothétie
Activité 3 Utiliser un logiciel de géométrie pour transformer une figure par homothétie et en observer les effets
Activité 4 Découvrir l'effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur les longueurs et les aires

12 Triangles et quadrilatères

Activité 1 Caractériser des triangles égaux en lien avec les échelles
Activité 2 Utiliser les définitions et les propriétés de figures usuelles
Activité 3 Agrandir et réduire une figure avec des triangles semblables

13 Triangles rectangles : trigonométrie

Activité 1 Utiliser la racine carrée et le théorème de Pythagore
Activité 2 Découvrir le cosinus, le sinus et la tangente d'un angle aigu
Activité 3 Démontrer que le cosinus d'un angle aigu ne dépend que de cet angle
Activité 4 Découvrir et démontrer les propriétés des rapports trigonométriques, utiliser les fonctions trigonométriques de la calculatrice
Activité 5 Calculer la longueur d'un des côtés du triangle rectangle
Activité 6 Calculer la mesure d'un des angles aigus du triangle rectangle

14 Théorème de Thalès

Activité 1 Découvrir une configuration de Thalès par les triangles semblables
Activité 2 Découvrir le théorème de Thalès
Activité 3 Utiliser le théorème de Thalès pour calculer une longueur
Activité 4 Découvrir la réciproque du théorème de Thalès

15 Solides de l'espace

Activité 1 Retravailler les notions d'aire, de volumes et les unités
Activité 2 Découvrir l'effet d'un agrandissement sur les volumes
Activité 3 Découvrir les sections planes d'un pavé droit, d'un cylindre et d'une sphère
Activité 4 Découvrir les sections planes d'une pyramide et d'un cône par un plan parallèle à la base
Activité 5 Visualiser la section d'une boule par un plan

Programme officiel du cycle 4

B.O. spécial n° 11, 26 novembre 2015.

Le **programme de mathématiques** est rédigé pour l'ensemble du cycle. Les connaissances et compétences visées sont des attendus de la fin du cycle. Pour y parvenir, elles devront être travaillées de manière progressive et réinvesties sur toute la durée du cycle. […] La mise en œuvre du programme doit permettre de développer les six compétences majeures de l'activité mathématique qui sont détaillées dans le tableau ci-après. Pour ce faire, une place importante doit être accordée à la résolution de problèmes, qu'ils soient internes aux mathématiques, ou liés à des situations issues de la vie quotidienne ou d'autres disciplines. […]

Compétences travaillées
Chercher (domaines du socle : 2, 4) • Extraire d'un document les informations utiles, les reformuler, les organiser, les confronter à ses connaissances. • S'engager dans une démarche scientifique, observer, questionner, manipuler, expérimenter (sur une feuille de papier, avec des objets, à l'aide de logiciels), émettre des hypothèses, chercher des exemples ou des contre-exemples, simplifier ou particulariser une situation, émettre une conjecture. • Tester, essayer plusieurs pistes de résolution. • Décomposer un problème en sous-problèmes.
Modéliser (domaines du socle : 1, 2, 4) • Reconnaitre des situations de proportionnalité et résoudre les problèmes correspondants. • Traduire en langage mathématique une situation réelle (par exemple, à l'aide d'équations, de fonctions, de configurations géométriques, d'outils statistiques). • Comprendre et utiliser une simulation numérique ou géométrique. • Valider ou invalider un modèle, comparer une situation à un modèle connu (par exemple un modèle aléatoire).
Représenter (domaines du socle : 1, 5) • Choisir et mettre en relation des cadres (numérique, algébrique, géométrique) adaptés pour traiter un problème ou pour étudier un objet mathématique. • Produire et utiliser plusieurs représentations des nombres. • Représenter des données sous forme d'une série statistique. • Utiliser, produire et mettre en relation des représentations de solides (par exemple, perspective ou vue de dessus/de dessous) et de situations spatiales (schémas, croquis, maquettes, patrons, figures géométriques, photographies, plans, cartes, courbes de niveau).
Raisonner (domaines du socle : 2, 3, 4) • Résoudre des problèmes impliquant des grandeurs variées (géométriques, physiques, économiques) : mobiliser les connaissances nécessaires, analyser et exploiter ses erreurs, mettre à l'essai plusieurs solutions. • Mener collectivement une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui. • Démontrer : utiliser un raisonnement logique et des règles établies (propriétés, théorèmes, formules) pour parvenir à une conclusion. • Fonder et défendre ses jugements en s'appuyant sur des résultats établis et sur sa maitrise de l'argumentation.
Calculer (domaine du socle : 4) • Calculer avec des nombres rationnels, de manière exacte ou approchée, en combinant de façon appropriée le calcul mental, le calcul posé et le calcul instrumenté (calculatrice ou logiciel). • Contrôler la vraisemblance de ses résultats, notamment en estimant des ordres de grandeur ou en utilisant des encadrements. • Calculer en utilisant le langage algébrique (lettres, symboles, etc.).
Communiquer (domaines du socle : 1, 3) • Faire le lien entre le langage naturel et le langage algébrique. Distinguer des spécificités du langage mathématique par rapport à la langue française. • Expliquer à l'oral ou à l'écrit (sa démarche, son raisonnement, un calcul, un protocole de construction géométrique, un algorithme), comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange. • Vérifier la validité d'une information et distinguer ce qui est objectif et ce qui est subjectif ; lire, interpréter, commenter, produire des tableaux, des graphiques, des diagrammes.

Thème A - Nombres et calculs

Attendus de fin de cycle

- Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes.
- Comprendre et utiliser les notions de divisibilité et de nombres premiers.
- Utiliser le calcul littéral.

Connaissances et compétences associées	Exemples de situations, d'activités et de ressources pour l'élève
Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes	
Utiliser diverses représentations d'un même nombre (écriture décimale ou fractionnaire, notation scientifique, repérage sur une droite graduée) ; passer d'une représentation à une autre. • Nombres décimaux. • Nombres rationnels (positifs ou négatifs), notion d'opposé. • Fractions, fractions irréductibles, cas particulier des fractions décimales. • Définition de la racine carrée ; les carrés parfaits entre 1 et 144. • Les préfixes de nano à giga.	Rencontrer diverses écritures dans des situations variées (par exemple nombres décimaux dans des situations de vie quotidienne, notation scientifique en physique, nombres relatifs pour mesurer des températures ou des altitudes). Relier fractions, proportions et pourcentages. Associer à des objets des ordres de grandeurs (par exemple, la taille d'un atome, d'une bactérie, d'une alvéole pulmonaire, la longueur de l'intestin, la capacité de stockage d'un disque dur, la vitesse du son et de la lumière, la population française et mondiale, la distance de la Terre à la Lune et au Soleil, la distance du Soleil à l'étoile la plus proche). Prendre conscience que certains nombres ne sont pas rationnels.

Connaissances et compétences associées	Exemples de situations, d'activités et de ressources pour l'élève
Comparer, ranger, encadrer des nombres rationnels. Repérer et placer un nombre rationnel sur une droite graduée. • Ordre sur les nombres rationnels en écriture décimale ou fractionnaire. • Égalité de fractions.	Montrer qu'il est toujours possible d'intercaler des rationnels entre deux rationnels donnés, contrairement au cas des entiers.
Pratiquer le calcul exact ou approché, mental, à la main ou instrumenté. Calculer avec des nombres relatifs, des fractions ou des nombres décimaux (somme, différence, produit, quotient). Vérifier la vraisemblance d'un résultat, notamment en estimant son ordre de grandeur. Effectuer des calculs numériques simples impliquant des puissances, notamment en utilisant la notation scientifique. • Définition des puissances d'un nombre (exposants entiers, positifs ou négatifs).	Pratiquer régulièrement le calcul mental ou à la main, et utiliser à bon escient la calculatrice ou un logiciel. Effectuer des calculs et des comparaisons pour traiter des problèmes (par exemple, comparer des consommations d'eau ou d'électricité, calculer un indice de masse corporelle pour évaluer un risque éventuel sur la santé, déterminer le nombre d'images pouvant être stockées sur une clé USB, calculer et comparer des taux de croissance démographique).
Comprendre et utiliser les notions de divisibilité et de nombres premiers	
Déterminer si un entier est ou n'est pas multiple ou diviseur d'un autre entier. Simplifier une fraction donnée pour la rendre irréductible. • Division euclidienne (quotient, reste). • Multiples et diviseurs. • Notion de nombres premiers.	Recourir à une décomposition en facteurs premiers dans des cas simples. Exploiter tableurs, calculatrices et logiciels, par exemple pour chercher les diviseurs d'un nombre ou déterminer si un nombre est premier. Démontrer des critères de divisibilité (par exemple par 2, 3, 5 ou 10, ou la preuve par 9. Étudier des problèmes d'engrenages (par exemple braquets d'un vélo, rapports de transmission d'une boite de vitesses, horloge), de conjonction de phénomènes périodiques (par exemple éclipses ou alignements de planètes).
Utiliser le calcul littéral	
Mettre un problème en équation en vue de sa résolution. Développer et factoriser des expressions algébriques dans des cas très simples. Résoudre des équations ou des inéquations du premier degré. • Notions de variable, d'inconnue. Utiliser le calcul littéral pour prouver un résultat général, pour valider ou réfuter une conjecture.	Comprendre l'intérêt d'une écriture littérale en produisant et employant des formules liées aux grandeurs mesurables (en mathématiques ou dans d'autres disciplines). Tester sur des valeurs numériques une égalité littérale pour appréhender la notion d'équation. Étudier des problèmes qui se ramènent au premier degré (par exemple, en factorisant des équations produits simples à l'aide d'identités remarquables). Montrer des résultats généraux, par exemple que la somme de trois nombres consécutifs est divisible par 3.

Repères de progressivité

La maitrise des techniques opératoires et l'acquisition du sens des nombres et des opérations appréhendés au cycle 3 sont consolidées tout au long du cycle 4.

Les élèves rencontrent dès le début du cycle 4 le nombre relatif qui rend possible toutes les soustractions. Ils généralisent l'addition et la soustraction dans ce nouveau cadre et rencontrent la notion d'opposé. Puis ils passent au produit et au quotient, et, quand ces notions ont été bien installées, ils font le lien avec le calcul littéral.

Au cycle 3, les élèves ont rencontré des fractions simples sans leur donner le statut de nombre. Dès le début du cycle 4, les élèves construisent et mobilisent la fraction comme nombre qui rend toutes les divisions possibles. En 5^{e}, les élèves calculent et comparent proportions et fréquences, justifient par un raisonnement l'égalité de deux quotients, reconnaissent un nombre rationnel. À partir de la 4^{e}, ils sont conduits à additionner, soustraire, multiplier et diviser des quotients, à passer d'une représentation à une autre d'un nombre, à justifier qu'un nombre est ou non l'inverse d'un autre. Ils n'abordent la notion de fraction irréductible qu'en 3^{e}.

La notion de racine carrée est introduite en lien avec le théorème de Pythagore ou l'agrandissement des surfaces.

Les élèves connaissent quelques carrés parfaits, les utilisent pour encadrer des racines par des entiers et utilisent la calculatrice pour donner une valeur exacte ou approchée de la racine carrée d'un nombre positif.

Les puissances de 10 d'exposant entier positif sont manipulées dès la 4^{e}, en lien avec les problèmes scientifiques ou technologiques. Les exposants négatifs sont introduits progressivement. Les puissances positives de base quelconque sont envisagées comme raccourci d'un produit.

Dès le début du cycle 4, les élèves comprennent l'intérêt d'utiliser une écriture littérale. Ils apprennent à tester une égalité en attribuant des valeurs numériques au nombre désigné par une lettre qui y figure. À partir de la 4^{e}, ils rencontrent les notions de variables et d'inconnues, la factorisation, le développement et la réduction d'expressions algébriques. Ils commencent à résoudre, de façon exacte ou approchée, des problèmes du 1er degré à une inconnue et apprennent à modéliser une situation à l'aide d'une formule, d'une équation ou d'une inéquation. En 3^{e}, ils résolvent algébriquement équations et inéquations du 1er degré, et mobilisent le calcul littéral pour démontrer. Ils font le lien entre forme algébrique et représentation graphique.

Programme officiel du cycle 4

Thème B - Organisation et gestion de données, fonctions

Attendus de fin de cycle

- Interpréter, représenter et traiter des données.
- Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilités.
- Résoudre des problèmes de proportionnalité.
- Comprendre et utiliser la notion de fonction.

Connaissances et compétences associées	Exemples de situations, d'activités et de ressources pour l'élève
Interpréter, représenter et traiter des données	
Recueillir des données, les organiser. Lire des données sous forme de données brutes, de tableau, de graphique. Calculer des effectifs, des fréquences. • Tableaux, représentations graphiques (diagrammes en bâtons, diagrammes circulaires, histogrammes). Calculer et interpréter des caractéristiques de position ou de dispersion d'une série statistique. • Indicateurs : moyenne, médiane, étendue.	Utiliser un tableur, un grapheur pour calculer des indicateurs et représenter graphiquement les données. Porter un regard critique sur des informations chiffrées, recueillies, par exemple, dans des articles de journaux ou sur des sites web. Organiser et traiter des résultats issus de mesures ou de calculs (par exemple, des données mises sur l'environnement numérique de travail par les élèves dans d'autres disciplines) ; questionner la pertinence de la façon dont les données sont collectées. Lire, interpréter ou construire un diagramme dans un contexte économique, social ou politique : résultats d'élections, données de veille sanitaire (par exemple consultations, hospitalisations, mortalité pour la grippe), données financières relatives aux ménages (par exemple impôts, salaires et revenus), données issues de l'étude d'un jeu, d'une œuvre d'art...
Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilités	
Aborder les questions relatives au hasard à partir de problèmes simples. Calculer des probabilités dans des cas simples. • Notion de probabilité. • Quelques propriétés : la probabilité d'un évènement est comprise entre 0 et 1 ; probabilité d'évènements certains, impossibles, incompatibles, contraires.	Faire le lien entre fréquence et probabilité, en constatant matériellement le phénomène de stabilisation des fréquences ou en utilisant un tableur pour simuler une expérience aléatoire (à une ou à deux épreuves). Exprimer des probabilités sous diverses formes (décimale, fractionnaire, pourcentage). Calculer des probabilités dans un contexte simple (par exemple, évaluation des chances de gain dans un jeu et choix d'une stratégie).
Résoudre des problèmes de proportionnalité	
Reconnaitre une situation de proportionnalité ou de non-proportionnalité.	Étudier des relations entre deux grandeurs mesurables pour identifier si elles sont proportionnelles ou non ; ces relations peuvent être exprimées par : • des formules (par exemple la longueur d'un cercle ou l'aire d'un disque comme fonction du rayon, la loi d'Ohm exprimant la tension comme fonction de l'intensité) ; • des représentations graphiques (par exemple des nuages de points ou des courbes) ; • un tableau (dont des lignes ou des colonnes peuvent être proportionnelles ou non).
Résoudre des problèmes de recherche de quatrième proportionnelle. Résoudre des problèmes de pourcentage. • Coefficient de proportionnalité.	Compléter un tableau de proportionnalité en utilisant, par exemple, le produit en croix. Calculer et interpréter des proportions (notamment sous forme de pourcentages) sur des données économiques ou sociales ; appliquer des pourcentages (par exemple, taux de croissance, remise, solde, taux d'intérêt) à de telles données. Établir le fait que, par exemple, augmenter de 5 % c'est multiplier par 1,05 et diminuer de 5 % c'est multiplier par 0,95 ; proposer quelques applications (par exemple que l'on n'additionne pas les remises).
Comprendre et utiliser la notion de fonction	
Modéliser des phénomènes continus par une fonction. Résoudre des problèmes modélisés par des fonctions (équations, inéquations). • Dépendance d'une grandeur mesurable en fonction d'une autre. • Notion de variable mathématique. • Notion de fonction, d'antécédent et d'image. • Notations $f(x)$ et $x \mapsto f(x)$. • Cas particulier d'une fonction linéaire, d'une fonction affine.	Utiliser différents modes de représentation et passer de l'un à l'autre, par exemple en utilisant un tableur ou un grapheur. Lire et interpréter graphiquement les coefficients d'une fonction affine représentée par une droite. Étudier et commenter des exemples (fonction reliant la tension et l'intensité dans un circuit électrique, fonction reliant puissance et énergie, courbes de croissance dans un carnet de santé, tests d'effort, consommation de carburant d'un véhicule en fonction de la vitesse, production de céréales en fonction des surfaces ensemencées, liens entre unités anglo-saxonnes et françaises, impôts et fonctions affines par morceaux...). Faire le lien entre fonction linéaire et proportionnalité.

Repères de progressivité

Les caractéristiques de position d'une série statistique sont introduites dès le début du cycle. Les élèves rencontrent des caractéristiques de dispersion à partir de la 4e.

Les activités autour de la proportionnalité prolongent celles du cycle 3. Au fur et à mesure de l'avancement du cycle, les élèves diversifient les points de vue en utilisant les représentations graphiques et le calcul littéral. En 3e, les élèves sont en mesure de faire le lien entre proportionnalité, fonctions linéaires, théorème de Thalès et homothéties et peuvent choisir le mode de représentation le mieux adapté à la résolution d'un problème.

En 5e, la rencontre de relations de dépendance entre grandeurs mesurables, ainsi que leurs représentations graphiques, permet d'introduire la notion de fonction qui est stabilisée en 3e, avec le vocabulaire et les notations correspondantes.

Dès le début et tout au long du cycle 4 sont abordées des questions relatives au hasard, afin d'interroger les représentations initiales des élèves, en partant de situations issues de la vie quotidienne (jeux, achats, structures familiales, informations apportées par les médias, etc.), en suscitant des débats. On introduit et consolide ainsi petit à petit le vocabulaire lié aux notions élémentaires de probabilités (expérience aléatoire, issue, probabilité). Les élèves calculent des probabilités en s'appuyant sur des conditions de symétrie ou de régularité qui fondent le modèle équiprobable. Une fois ce vocabulaire consolidé, le lien avec les statistiques est mis en œuvre en simulant une expérience aléatoire, par exemple sur un tableur. À partir de la 4e, l'interprétation fréquentiste permet d'approcher une probabilité inconnue et de dépasser ainsi le modèle d'équiprobabilité mis en œuvre en 5e.

Thème C - Grandeurs et mesures

Attendus de fin de cycle

- Calculer avec des grandeurs mesurables ; exprimer les résultats dans les unités adaptées.
- Comprendre l'effet de quelques transformations sur des grandeurs géométriques.

Connaissances et compétences associées	Exemples de situations, d'activités et de ressources pour l'élève
Calculer avec des grandeurs mesurables ; exprimer les résultats dans les unités adaptées	
Mener des calculs impliquant des grandeurs mesurables, notamment des grandeurs composées, en conservant les unités. Vérifier la cohérence des résultats du point de vue des unités. • Notion de grandeur produit et de grandeur quotient. • Formule donnant le volume d'une pyramide, d'un cylindre, d'un cône ou d'une boule.	Identifier des grandeurs composées rencontrées en mathématiques ou dans d'autres disciplines (par exemple, aire, volume, vitesse, allure, débit, masse volumique, concentration, quantité d'information, densité de population, rendement d'un terrain). Commenter des documents authentiques (par exemple, factures d'eau ou d'électricité, bilan sanguin).
Comprendre l'effet de quelques transformations sur des grandeurs géométriques	
Comprendre l'effet d'un déplacement, d'un agrandissement ou d'une réduction sur les longueurs, les aires, les volumes ou les angles. • Notion de dimension et rapport avec les unités de mesure (m, m^2, m^3).	Utiliser un rapport de réduction ou d'agrandissement (architecture, maquettes), l'échelle d'une carte. Utiliser un système d'information géographique (cadastre, géoportail, etc.) pour déterminer une mesure de longueur ou d'aire ; comparer à une mesure faite directement à l'écran.

Repères de progressivité

Le travail sur les grandeurs mesurables et les unités de mesure, déjà entamé au cycle 3, est poursuivi tout au long du cycle 4, en prenant appui sur des contextes issus d'autres disciplines ou de la vie quotidienne. Les grandeurs produits et les grandeurs quotients sont introduites dès la 4e. L'effet d'un déplacement, d'un agrandissement ou d'une réduction sur les grandeurs géométriques est travaillé en 3e, en lien avec la proportionnalité, les fonctions linéaires et le théorème de Thalès.

Thème D - Espace et géométrie

Attendus de fin de cycle

- Représenter l'espace.
- Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer.

Connaissances et compétences associées	Exemples de situations, d'activités et de ressources pour l'élève
Représenter l'espace	
(Se) repérer sur une droite graduée, dans le plan muni d'un repère orthogonal, dans un parallélépipède rectangle ou sur une sphère. • Abscisse, ordonnée, altitude. • Latitude, longitude. Utiliser, produire et mettre en relation des représentations de solides et de situations spatiales. Développer sa vision de l'espace.	Repérer une position sur carte à partir de ses coordonnées géographiques. Mettre en relation diverses représentations de solides (par exemple, vue en perspective, vue de face, vue de dessus, vue en coupe) ou de situations spatiales (par exemple schémas, croquis, maquettes, patrons, figures géométriques). Utiliser des solides concrets (en carton par exemple) pour illustrer certaines propriétés. Utiliser un logiciel de géométrie pour visualiser des solides et leurs sections planes afin de développer la vision dans l'espace. Faire le lien avec les courbes de niveau sur une carte.

Connaissances et compétences associées	Exemples de situations, d'activités et de ressources pour l'élève
Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer	
Mettre en œuvre ou écrire un protocole de construction d'une figure géométrique. Coder une figure. Comprendre l'effet d'une translation, d'une symétrie (axiale et centrale), d'une rotation, d'une homothétie sur une figure.	Construire des frises, des pavages, des rosaces. Utiliser un logiciel de géométrie dynamique, notamment pour transformer une figure par translation, symétrie, rotation, homothétie. Faire le lien entre parallélisme et translation, cercle et rotation.
Résoudre des problèmes de géométrie plane, prouver un résultat général, valider ou réfuter une conjecture. • Position relative de deux droites dans le plan. • Caractérisation angulaire du parallélisme, angles alternes / internes. • Médiatrice d'un segment. • Triangle : somme des angles, inégalité triangulaire, cas d'égalité des triangles, triangles semblables, hauteurs, rapports trigonométriques dans le triangle rectangle (sinus, cosinus, tangente). • Parallélogramme : propriétés relatives aux côtés et aux diagonales. • Théorème de Thalès et réciproque. • Théorème de Pythagore et réciproque.	Distinguer un résultat de portée générale d'un cas particulier observé sur une figure. Faire le lien entre théorème de Thalès, homothétie et proportionnalité. Utiliser la trigonométrie du triangle rectangle pour calculer des longueurs ou des angles. Démontrer, par exemple, que des droites sont parallèles ou perpendiculaires, qu'un point est le milieu d'un segment, qu'une droite est la médiatrice d'un segment, qu'un quadrilatère est un parallélogramme, un rectangle, un losange ou un carré. Étudier comment les notions de la géométrie plane ont permis de déterminer des distances astronomiques (estimation du rayon de la Terre par Eratosthène, distance de la Terre à la Lune par Lalande et La Caille, etc.).

Repères de progressivité

Les problèmes de construction constituent un champ privilégié de l'activité géométrique tout au long du cycle 4. Ces problèmes, diversifiés dans leur nature et la connexion qu'ils entretiennent avec différents champs mathématiques, scientifiques, technologiques ou artistiques, sont abordés avec les instruments de tracé et de mesure. Dans la continuité du cycle 3, les élèves se familiarisent avec les fonctionnalités d'un logiciel de géométrie dynamique ou de programmation pour construire des figures.

La pratique des figures usuelles et de leurs propriétés, entamée au cycle 3, est poursuivie et enrichie dès le début et tout au long du cycle 4, permettant aux élèves de s'entrainer au raisonnement et de s'initier petit à petit à la démonstration.

Le théorème de Pythagore est introduit dès la 4^{e}, et est réinvesti tout au long du cycle dans des situations variées du plan et de l'espace. Le théorème de Thalès est introduit en 3^{e}, en liaison étroite avec la proportionnalité et l'homothétie, mais aussi les agrandissements et réductions.

La symétrie axiale a été introduite au cycle 3. La symétrie centrale est travaillée dès le début du cycle 4, en liaison avec le parallélogramme. Les translations, puis les rotations sont introduites en milieu de cycle, en liaison avec l'analyse ou la construction des frises, pavages et rosaces, mais sans définition formalisée en tant qu'applications ponctuelles. Une fois ces notions consolidées, les homothéties sont amenées en 3^{e}, en lien avec les configurations de Thalès, la proportionnalité, les fonctions linéaires, les rapports d'agrandissement ou de réduction des grandeurs géométriques.

Thème E - Algorithmique et programmation

Attendus de fin de cycle

- Écrire, mettre au point et exécuter un programme simple.

Connaissances et compétences associées	Exemples de situations, d'activités et de ressources pour l'élève
Décomposer un problème en sous-problèmes afin de structurer un programme ; reconnaitre des schémas. Écrire, mettre au point (tester, corriger) et exécuter un programme en réponse à un problème donné. Écrire un programme dans lequel des actions sont déclenchées par des évènements extérieurs. Programmer des scripts se déroulant en parallèle. • Notions d'algorithme et de programme. • Notion de variable informatique. • Déclenchement d'une action par un évènement, séquences d'instructions, boucles, instructions conditionnelles.	Jeux dans un labyrinthe, jeu de Pong, bataille navale, jeu de nim, tic tac toe. Réalisation de figure à l'aide d'un logiciel de programmation pour consolider les notions de longueur et d'angle. Initiation au chiffrement (Morse, chiffre de César, code ASCII...). Construction de tables de conjugaison, de pluriels, jeu du cadavre exquis... Calculs simples de calendrier. Calculs de répertoire (recherche, recherche inversée...). Calculs de fréquences d'apparition de chaque lettre dans un texte pour distinguer sa langue d'origine : français, anglais, italien, etc.

Repères de progressivité

En 5^{e}, les élèves s'initient à la programmation évènementielle. Progressivement, ils développent de nouvelles compétences, en programmant des actions en parallèle, en utilisant la notion de variable informatique, en découvrant les boucles et les instructions conditionnelles qui complètent les structures de contrôle liées aux évènements.

CHAPITRE 1

Ta mission

Reconnaitre un nombre premier et décomposer un entier en produit de facteurs premiers.

Nombres entiers

Jeux

Juniper Green

Pour ce jeu, on utilise une grille de 20 cases numérotées de 1 à 20.
Le jeu se joue à deux.
Les règles sont les suivantes.

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20

Règle 1 : chaque joueur, à tour de rôle, va cocher une nouvelle case.

Règle 2 : à l'exception du coup d'ouverture, chaque joueur ne peut cocher une case que si son numéro est un diviseur ou un multiple du numéro de la case cochée au coup précédent.

Règle 3 : un joueur perd la partie lorsqu'il ne peut plus jouer en respectant les règles précédentes.

- Jouer à ce jeu avec un camarade.

INFOS

Les grands nombres premiers sont très utiles en **cryptographie**. Le plus grand nombre premier actuellement connu a été découvert en 2013. Il comporte 17 425 170 chiffres en écriture décimale. Écrits les uns à la suite des autres, ses chiffres occuperaient plus de 30 kilomètres de longueur.

Activités

Questions flash

1. Les nombres suivants sont-ils divisibles par 2 ?

58 134 125 326 3 978 1 240

2. Combien de bouteilles de 75 cL peut-on remplir avec un bidon de 15 L ?

3. Combien peut-on faire de tables de 12 personnes si on invite 180 convives à diner ?

4. Les nombres suivants sont-ils des multiples de 9 ?

121 133 297

5. Les nombres suivants sont-ils divisibles par 5 ?

55 624 360 525 2 338 755

6. Les nombres suivants sont-ils premiers ?

2 5 6 12 13 15 19

7. Les nombres suivants admettent-ils un nombre pair ou impair de diviseurs ?

24 25 36 38 37 48 49

8. Trouver tous les diviseurs communs à :

24 et 42 70 et 35 12 et 20

Division euclidienne — 5e — Activité 1

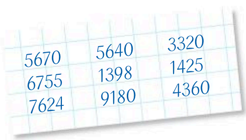
1. Jade veut partager de manière équitable 426 timbres entre 15 personnes. Comment va-t-elle faire ?

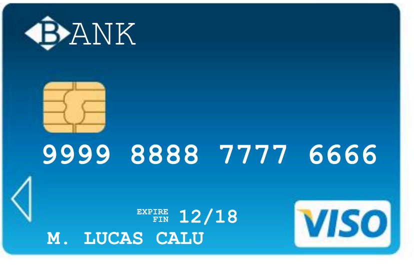
2. Poser la division euclidienne de 639 par 18. Inventer un énoncé qui utilise ce calcul.
Quel est le quotient ? le reste ?
Quels noms donne-t-on à 639 et 18 ?

3. On donne l'égalité $177 = 15 \times 11 + 12$.
En déduire le quotient et le reste de la division euclidienne de 177 par 15.
Quels sont le quotient et le reste de la division euclidienne de 177 par 11 ?

Code de carte bleue — 5e — Activité 2

Pour ne pas perdre son code de carte bleue, Lucas a une méthode qu'il dit infaillible. Il a écrit une liste de nombres de 4 chiffres dans un carnet.





Il sait que son code est divisible par 2, par 3, par 4, par 5 et par 9.
Il n'a droit qu'à trois tentatives pour saisir son code.

• Va-t-il pouvoir utiliser sa carte sans risque ?

Être ou ne pas être… premier

Activité 3

1. a. Reproduire la grille ci-dessous.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

b. Sur cette grille :
- commencer par barrer 1 ;
- entourer 2 puis barrer tous les multiples de 2 ;
- entourer le plus petit nombre non barré (c'est-à-dire 3) puis barrer tous ses multiples ;
- répéter l'étape précédente jusqu'à ce qu'on ne puisse plus barrer aucun nombre.

Cette méthode s'appelle le crible d'Ératosthène.

c. Que peut-on dire des nombres entourés ?

2. On veut savoir si 137 est premier.

a. 137 est-il divisible par 2, par 3, par 5, par 7 et par 11 ?

b. 137 admet-il un diviseur inférieur ou égal à 11 autre que 1 ?

c. À l'aide de la calculatrice, donner une valeur approchée de $\sqrt{137}$.
137 admet-il un diviseur supérieur ou égal à 12 autre que 137 ?

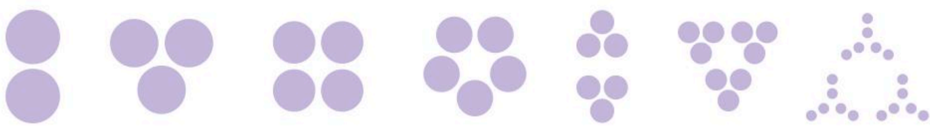
d. Conclure.

Décomposition

Activité 4

1. Emma essaie d'écrire quelques nombres choisis au hasard sous la forme d'un produit ne comportant que des facteurs premiers.
Voici ce qu'elle a écrit :

2 | 3 | $4 = 2 \times 2$ | 5 | $6 = 2 \times 3$ | $9 = 3 \times 3$ | $18 = 3 \times 3 \times 2$



Trouver de la même manière une figure associée à 24 et 25.

2. Soit le nombre 660. 2 est un diviseur de 660 car $660 = 2 \times 330$.
Chercher un diviseur de 330 qui soit un nombre premier, puis recopier et compléter le tableau ci-contre.
On peut donc écrire $660 = 2 \times \ldots \times \ldots$.

660	2
330	

3. Recommencer jusqu'à ce que 660 soit écrit comme un produit ne comportant que des facteurs premiers, en complétant le tableau au fur et à mesure.

Cours

5e 1 Déterminer les diviseurs d'un nombre entier

Vidéo

Définition

a et b désignent deux nombres entiers positifs ($b \neq 0$).
Effectuer la **division euclidienne** de a par b, c'est déterminer les deux entiers positifs q et r tels que $a = bq + r$ et $0 \leqslant r < b$.
q s'appelle le **quotient** de la division euclidienne et r le **reste**.

Exemple

Division euclidienne de 25 par 3 :

$$\begin{array}{r|l} 25 & 3 \\ -24 & 8 \\ \hline 1 & \end{array}$$

dividende : 25 ; diviseur : 3 ; quotient : 8 ; reste : 1

$25 = 3 \times 8 + 1$ et on a bien $0 \leqslant 1 < 3$.

Définition

a et b désignent deux nombres entiers positifs ($b \neq 0$).
On dit que b est un **diviseur** de a si le reste de la division euclidienne de a par b est nul, c'est-à-dire s'il existe un entier q tel que $a = bq$.
On dit aussi que b divise a, que a est divisible par b ou que a est un multiple de b.

Exemple

$5 \times 3 = 15$.
On dit que 15 est un multiple de 3 et de 5 et que 15 est divisible par 3 et 5.

Méthode

Pour trouver tous les diviseurs d'un nombre entier N, on teste la divisibilité de N par tous les nombres entiers inférieurs ou égaux à $\sqrt{N}$.

Exemple

Pour trouver les diviseurs de 18, on calcule $\sqrt{18}$.
$\sqrt{18} \approx 4{,}2$. Il faut donc tester la divisibilité par 1, par 2, par 3 et par 4.
$18 = 1 \times 18 = 2 \times 9 = 3 \times 6$. Les diviseurs de 18 sont 1 2 3 6 9 18

! Tout nombre entier non nul est divisible par 1 et par lui-même.

Propriétés

Critères de divisibilité

- Si un nombre entier a pour chiffre des unités 0, 2, 4, 6 ou 8, alors il est **divisible par 2**.
- Si la somme des chiffres d'un nombre entier est divisible par 3, alors ce nombre est **divisible par 3**.
- Si le nombre formé par les deux derniers chiffres d'un nombre entier est divisible par 4, alors ce nombre est **divisible par 4**.
- Si un nombre entier a pour chiffre des unités 0 ou 5, alors il est **divisible par 5**.
- Si la somme des chiffres d'un nombre entier est divisible par 9, alors ce nombre est **divisible par 9**.
- Si un nombre entier a pour chiffre des unités 0, alors il est **divisible par 10**.

Exemples

175 est divisible par 5, car son chiffre des unités est 5.
189 est divisible par 3, car la somme de ses chiffres est égale à 18, qui est lui-même divisible par 3.
228 est divisible par 4, car 28 est divisible par 4.

Savoir-faire

Apprends à l'aide des exercices résolus puis entraine-toi !

1 Déterminer les diviseurs d'un nombre entier

1 Trouver tous les diviseurs de 60.

Solution

$\sqrt{60} \approx 7{,}7$.

On va tester la divisibilité de 60 par 1, 2, 3… jusqu'à 7.
Un nombre est toujours divisible par 1 et par lui-même. Donc 1 et 60 divisent 60. $60 = 1 \times 60$

On effectue ensuite la division euclidienne de 60 par 2.

```
60⊢2        Q=30   R=0
```

Donc 2 et 30 divisent 60. $60 = 2 \times 30$

> Lorsqu'on trouve un diviseur, il en existe également un autre (sauf pour le cas des carrés parfaits).

On continue de la même façon en divisant par 3, puis par 4… jusqu'à 7.

```
60⊢3        Q=20   R=0
```

Donc 3 et 20 divisent 60. $60 = 3 \times 20$

```
60⊢4        Q=15   R=0
```

Donc 4 et 15 divisent 60. $60 = 4 \times 15$

```
60⊢5        Q=12   R=0
```

Donc 5 et 12 divisent 60. $60 = 5 \times 12$

```
60⊢6        Q=10   R=0
```

Donc 6 et 10 divisent 60. $60 = 6 \times 10$

```
60⊢7        Q=8    R=4
```

Donc 7 ne divise pas 60.

La recherche s'arrête après le test de la division euclidienne par 7.
Les diviseurs de 60 sont :

1	2	3	4	5	6
10	12	15	20	30	60

2 1 290 est-il divisible par 2, par 3, par 4, par 5, par 7, par 9 et par 10 ?

Solution

Pour déterminer si un nombre entier est divisible par un nombre, on utilise soit les critères de divisibilité, soit la division euclidienne (ou la division décimale).

- 1 290 est divisible par 2, car son chiffre des unités est pair.
- 1 290 est divisible par 3, car la somme de ses chiffres est $1 + 2 + 9 = 12$ et 12 est divisible par 3.
- 1 290 n'est pas divisible par 4, car 90 n'est pas divisible par 4 ($90 = 4 \times 22 + 2$).
- 1 290 est divisible par 5, car son chiffre des unités est 0.
- 1 290 n'est pas divisible par 7, car :
  ```
  1290⊢7        Q=184   R=2
  ```
  Le reste de la division euclidienne de 1 290 par 7 n'est pas égal à 0 (ou
  ```
  1290÷7
         184,2857143
  ```
  ; la division décimale de 1 290 par 7 n'est pas un nombre entier).
- 1 290 n'est pas divisible par 9, car la somme de ses chiffres (12) n'est pas divisible par 9.

> Tu peux aussi répéter l'application de ce critère à la somme trouvée 12 : $1 + 2 = 3$ et 3 est bien divisible par 3 mais pas par 9.

- 1 290 est divisible par 10, car son chiffre des unités est 0.

3 Trouver tous les diviseurs de 28, de 160 et de 225.

4 8 552 est-il divisible par 2, par 3, par 4, par 5, par 7, par 9, par 10 et par 13 ?

2 Reconnaitre un nombre premier Vidéo

Définition 5e

Un **nombre premier** est un nombre entier positif qui admet exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.

Exemples

6 n'est pas un nombre premier : il admet 2 et 3 comme diviseurs.
7 est un nombre premier : il n'est divisible que par 1 et par 7.

- 0 n'est pas premier, car il possède une infinité de diviseurs.
- 1 n'est pas premier, car il possède un seul diviseur : lui-même.
- 2 est le seul nombre premier pair, car tous les nombres pairs sont divisibles par 2.

Propriété

- Il existe une infinité de nombres premiers.
- Les 25 nombres premiers inférieurs à 100 sont :

2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53 59 61 67 71 73 79 83 89 97.

Méthode

Soit N un entier supérieur ou égal à 2.
Pour **montrer que N est premier**, il suffit de montrer que N n'est divisible par aucun nombre premier inférieur ou égal à $\sqrt{N}$.

Exemple

On veut savoir si 157 est un nombre premier.
$\sqrt{157} \approx 12,5$. Il faut donc tester la divisibilité de 157 par 2, par 3, par 5, par 7 et par 11.
157 n'est divisible par aucun de ces cinq nombres, donc 157 est premier.

On peut aussi montrer que 157 n'est divisible par aucun nombre entier entre 2 et 12, mais c'est plus long…

3 Décomposer un entier en produit de facteurs premiers Vidéo

Propriété

Tout nombre entier peut s'écrire comme un produit de facteurs premiers.

Exemples

$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$ ou $60 = 2^2 \times 3 \times 5$
$728 = 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 13$ ou $728 = 2^3 \times 7 \times 13$

Pour un entier donné, il n'existe qu'une seule décomposition en produit de facteurs premiers (si l'on ne tient pas compte de l'ordre des facteurs).

Savoir-faire

Apprends à l'aide des exercices résolus puis entraine-toi !

2 Reconnaitre un nombre premier

5 **1.** 178 est-il un nombre premier ?
2. 223 est-il un nombre premier ?

Solution

On cherche à savoir si 178 et 223 admettent des diviseurs autres que 1 et eux-mêmes.

1. 178 est pair, donc il est divisible par 2. Il n'est donc pas premier.

2. On calcule $\sqrt{223} \approx 14{,}9$ et on teste la divisibilité de 223 par tous les nombres premiers entre 2 et 14, donc par 2, par 3, par 5, par 7, par 11 et par 13 (on peut aussi tester la divisibilité de 223 par tous les nombres entiers entre 2 et 14).

- 223 est impair, donc il n'est pas divisible par 2.
- La somme des chiffres de 223 est égale à 7 qui n'est pas divisible par 3, donc 223 n'est pas divisible par 3.
- Le chiffre des unités de 223 n'est ni 0 ni 5, donc 223 n'est pas divisible par 5.
- Le reste de la division euclidienne de 223 par 7 est égal à 6 qui est différent de 0, donc 223 n'est pas divisible par 7.
- Le reste de la division euclidienne de 223 par 11 est égal à 3 qui est différent de 0, donc 223 n'est pas divisible par 11.
- Le reste de la division euclidienne de 223 par 13 est égal à 2 qui est différent de 0, donc 223 n'est pas divisible par 13.

223 n'est divisible par aucun nombre premier compris entre 2 et 14, donc 223 est premier.

6 Ces nombres sont-ils premiers ? 163 279 287 659

3 Décomposer un entier en produit de facteurs premiers

7 Décomposer 2 088 en produit de facteurs premiers.

Solution

Pour décomposer un nombre N en produit de facteurs premiers, on cherche le plus petit nombre premier qui divise le nombre N. On divise ensuite N par ce nombre premier et si le quotient obtenu est différent de 1, on recommence... jusqu'à obtenir pour quotient 1.

2 088	2	2 divise 2 088, le quotient est 1 044.
1 044	2	2 divise 1 044, le quotient est 522.
522	2	2 divise 522, le quotient est 261.
261	3	2 ne divise pas 261, mais 3 divise 261 et le quotient est 87.
87	3	3 divise 87 et le quotient est 29.
29	29	ni 3 ni 5 ne divisent 29, et 7 est plus grand que $\sqrt{29} \approx 5{,}4$.
1		

On s'arrête quand le nombre premier à tester devient supérieur à la racine carrée du nombre qu'il est censé diviser.

La décomposition en produit de facteurs premiers de 2 088 est $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 29$ ou $2^3 \times 3^2 \times 29$.

8 Décomposer ces nombres en produits de facteurs premiers. 1 888 485 2 520 14 157

Exercices

2 pages d'exercices supplémentaires dans le manuel numérique

Déterminer les diviseurs d'un nombre entier

Savoir-faire p. 21

Questions flash

diapo

9 Donner le quotient et le reste de la division euclidienne de :

a. 32 par 5 **b.** 124 par 3 **c.** 5 par 4

10 Compléter avec les mots « est un multiple de » ou « est un diviseur de ».

a. 5 … 75. **b.** 64 … 8. **c.** 3 … 27.

11 **Vrai ou faux ?**

a. 36 est un multiple de 6.

b. 6 est un diviseur de 49.

c. 12 est un multiple de 24.

12 **Vrai ou faux ?**

a. 184 est divisible par 2.

b. 250 est divisible par 5.

c. 252 est divisible par 9.

13 Trouver un nombre compris entre 50 et 100 qui soit :

a. divisible par 2 et 5 ;

b. divisible par 2 et 3 ;

c. divisible par 3 et 5.

14 Laquelle de ces égalités correspond à la division euclidienne de 647 par 12 ?

a. $647 = 11 \times 54 + 53$

b. $647 = 12 \times 53 + 11$

c. $647 = 12 \times 52 + 23$

15 Sandra peut lire sur l'écran de sa calculatrice :

85⊢6 Q=14 R=1

Traduire ce résultat par une égalité.

16 Le quotient d'une division euclidienne est 14, son reste est 3 et son diviseur est 7.

• Quel est le dividende ?

17 Le quotient d'une division euclidienne est 36 et son diviseur 8.

• Quels sont tous les restes et tous les dividendes possibles ?

18 Rémy veut ranger 184 timbres dans un classeur. Il peut en mettre 36 par page.

• Combien va-t-il utiliser de pages ?

19 Déterminer tous les diviseurs des nombres suivants.

a. 128 **b.** 56 **c.** 78

20 Donner cinq multiples de :

a. 15 **b.** 12 **c.** 8

21 13 est-il un diviseur de :

a. 46 ? **b.** 39 ? **c.** 263 ?

22 Écrire trois phrases en utilisant les nombres 255 et 51, et les mots « diviseur », « multiple » et « divise ».

23 **1.** Déterminer la liste des diviseurs de 34.

2. Déterminer la liste des diviseurs de 85.

3. Quel est le plus grand diviseur commun de 34 et 85 ?

24 **1.** Déterminer la liste des diviseurs de 156 et de 130.

2. En déduire le plus grand diviseur commun de 156 et 130.

Le plus grand diviseur commun de deux nombres se note : PGCD

25 Sam dit : « 18 a 3 diviseurs ».
Thibault répond : « 18 a 6 diviseurs ».
Medhi conclut : « 18 a 4 diviseurs ».

• Qui a raison ?

26 Que dire de la remarque de Manon ?

27 Le nombre 1 548 est-il divisible par 2 ? par 3 ? par 4 ? par 5 ? par 9 ?

28 Recopier et compléter le tableau par OUI ou NON.

est divisible par	2	3	4	5	9
1 345					
5 340					
1 368					

29 Damien affirme : « Si un nombre entier est divisible par 3, alors il est obligatoirement divisible par 9 ».

• A-t-il raison ?

30 Je suis un nombre entier.
Je suis compris entre 100 et 400.
Je suis pair.
Je suis divisible par 11.
Je suis divisible par 3 et 5.

• Qui suis-je ?

Reconnaitre un nombre premier

Savoir-faire p. 23

Questions flash diapo

31 **Vrai ou faux ?**

a. 1 est un nombre premier.

b. 0 est un nombre premier.

c. 2 est un nombre premier.

32 **Vrai ou faux ?**

a. Tout nombre est diviseur de lui-même.

b. 1 divise tout nombre entier.

c. Tout nombre impair est premier.

d. Tout nombre pair est premier.

e. Il y a une infinité de nombres premiers.

f. Il y a toujours un écart de 2 entre deux nombres premiers consécutifs.

33 Trouver, à chaque fois, un diviseur commun aux deux nombres, différent de 1.

a. 56 et 174 **b.** 26 et 39 **c.** 34 et 51

34 Trouver tous les nombres premiers compris entre 100 et 150.

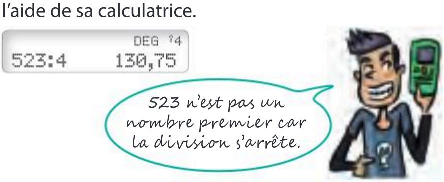
35 **a.** 217 est-il premier ?

b. 289 est-il premier ?

c. 439 est-il premier ?

36 Trouver tous les nombres premiers compris entre 200 et 300.

37 Jules cherche à savoir si 523 est un nombre premier à l'aide de sa calculatrice.



• A-t-il raison ?

Décomposer un entier en produit de facteurs premiers

Savoir-faire p. 23

Questions flash diapo

38 **Vrai ou faux ?**

a. $3^3 = 6$ **b.** $2^5 = 25$ **c.** $5^3 = 125$

39 **Vrai ou faux ?**

a. $6 \times 3 \times 4 = 2^3 \times 3^2$ **b.** $12 \times 3 = 2^3 \times 3$

40 Retrouver chaque nombre décomposé en produit de facteurs premiers.
$A = 2^2 \times 3^2 \times 5$ $B = 3 \times 2^3 \times 5$ $C = 2 \times 3 \times 5^2$

41 Voici deux nombres A et B écrits sous forme de produits de facteurs premiers :
$A = 2 \times 3^2 \times 5^2$ et $B = 2^2 \times 5 \times 7$.
Répondre aux questions suivantes sans calculer A et B et en justifiant les réponses.

a. 2 est-il un diviseur de A ? et de B ?

b. 6 est-il un diviseur de A ? et de B ?

c. 7 est-il un diviseur de A ? et de B ?

42 Décomposer les nombres entiers suivants en produits de facteurs premiers.

a. 42 **b.** 75 **c.** 164

43 Décomposer les nombres entiers suivants en produits de facteurs premiers.

a. 630 **b.** 5 005 **c.** 3 192

44 Décomposer les nombres entiers suivants en produits de facteurs premiers.

a. 6 615 **b.** 7 986 **c.** 17 745

45 Décomposer les nombres entiers suivants en utilisant des puissances de nombres premiers.

a. 36 **b.** 216 **c.** 135

46 Le professeur a demandé à Yasmine de décomposer 594 en produit de facteurs premiers.
Voici sa réponse :

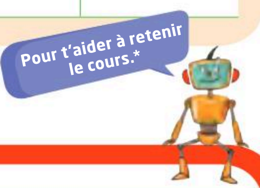
• Yasmine a-t-elle raison ?

Faire le point

QCM

Donner la seule réponse correcte parmi les trois proposées.

1 Déterminer les diviseurs d'un nombre entier	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. La division euclidienne de 148 par 7 est :	$148 = 6 \times 21 + 22$	$148 = 7 \times 20 + 8$	$148 = 7 \times 21 + 1$
2. Les diviseurs de 165 sont :	5, 11 et 3	1, 5, 11 et 165	1, 3, 5, 11, 15, 33, 55 et 165
3. 27 est un diviseur de :	189	163	136
4. 1 842 est divisible par :	5 et 3	2 et 3	2 et 9
2 Reconnaitre un nombre premier			
1. 165 est-il un nombre premier ?	Non, car il est divisible par 3.	Oui, car il est divisible par 1 et lui-même.	Oui, car il n'est pas divisible par 2.
2. 23 est-il un nombre premier ?	Non, car il est divisible par 1 et 23.	Oui, car il n'est divisible que par 1 et 23.	Non, car il est divisible par 3.
3 Décomposer un entier en produit de facteurs premiers			
1. La décomposition de 2 100 en produit de facteurs premiers est :	$2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$	$2 \times 3 \times 5 \times 7$	$2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7$
2. La décomposition de 1 246 en produit de facteurs premiers est :	14×89	$2 \times 7 \times 89$	7×178



Carte mentale

Reproduire et compléter cette carte mentale.

Nombres entiers

Nombres premiers

C'est un nombre qui …

2 ; 3 ; 5 ; 7 ; …

Critères de divisibilité

Un nombre est divisible par :

- 2 si …
- 3 si …
- 4 si …
- 5 si …
- 9 si …
- 10 si …

Décomposer un entier en produit de facteurs premiers

90	2
45	3
…	…

90 = …

Division euclidienne de a par b

$a = b \times q + r$

a est le …

b est le …

q est le …

r est le …

On doit avoir … $\leqslant r <$ … .

* *Tu peux aussi construire ta propre carte mentale.*

Algorithmique et outils numériques

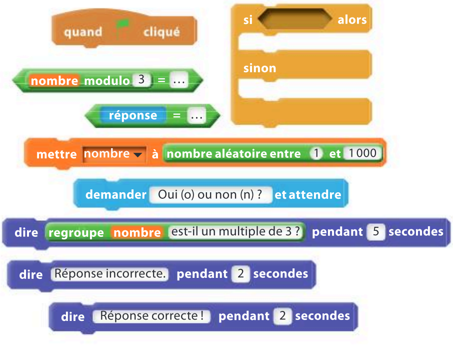
47 Modulo

Écrire un script qui demande de choisir deux nombres entiers, puis de tester si le premier nombre est divisible par le deuxième.

48 Vrai ou faux ?

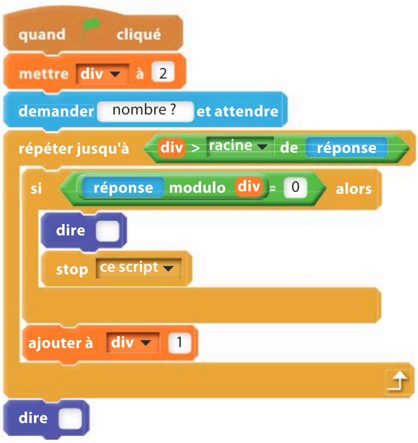
Léo a écrit un petit générateur d'exercice.

- Reconstituer son script en utilisant les commandes suivantes (certaines commandes peuvent être utilisées plusieurs fois) et en remplaçant les pointillés par des valeurs appropriées.



49 Script incomplet

Voici un script inachevé :



1. À quoi ce script peut-il servir ?

2. Compléter ce script.

3. Ce script fonctionne-t-il pour n'importe quel nombre saisi au départ ? Sinon, le modifier pour traiter des cas non pris en compte.

50 Diviseurs

Reproduire et terminer la feuille de calcul suivante, de façon à faire apparaitre les diviseurs de 24.

	A	B	C
1	Nombre	Diviseur possible	Oui/Non
2	24	1	
3	24	2	
4	24	3	
5	24	4	
6	24	5	
7	24	6	
8	24	7	
9	24	8	
10	24	9	
11	24	10	
12	24	11	

51 Code-barres EAN

Le code EAN 13 (European Article Numbering) est un code-barres utilisé par le commerce et l'industrie permettant d'identifier des objets de façon unique et d'être lu par un scanner. Ce code-barres est composé de 13 chiffres, le dernier étant une clé de contrôle obtenue de la façon suivante :

- On lit chacun des 12 premiers chiffres du code de gauche à droite : le 1er est dit de rang 1, le 2^{e} de rang 2, etc.
- On multiplie par 3 tous les chiffres de rang pair, puis on calcule la somme de ces résultats.
- On ajoute au résultat précédent la somme des chiffres de rang impair.
- On calcule ensuite le reste de la division euclidienne par 10 de ce résultat.
- Si le reste de la division est égal à 0, alors la clé est 0.
- Sinon, la clé est obtenue en retranchant ce reste à 10.

1. Utiliser un tableur pour créer une feuille de calcul permettant de calculer la clé EAN.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	code EAN												clé
2													

2. Vérifier la clé du produit suivant.

9 782013 953573

Problèmes

Pour mieux cibler les compétences			
Chercher	58 75 77	Raisonner	62 70 76
Modéliser	58 62	Calculer	67 77
Représenter	73 77	Communiquer	76 77 80

52 Multiples de 6

1. Donner trois multiples de 6.
2. Donner une écriture littérale de tous les multiples de 6.
3. À l'aide d'une écriture littérale, montrer que tout multiple de 6 est aussi un multiple de 3 et de 2.

53 Divisibilité

Comment peut-on savoir, sans effectuer de division, que 36 054 est divisible par 18 ?

54 Nombres amicaux Pour aller plus loin

Deux nombres sont dits « amicaux » si la somme des diviseurs de l'un, hormis lui-même, est égale à l'autre.

1. Montrer que 220 et 284 sont amicaux.
2. Montrer que 1 184 et 1 210 sont amicaux.

55 Nombres permutables

On dit que le nombre premier 13 est un nombre permutable, car le nombre 31 est aussi un nombre premier.

- Trouver tous les nombres premiers permutables de deux chiffres.

56 De 1 à 9

Placer dans les neuf cases du tableau ci-dessous les chiffres de 1 à 9 de façon à ce que les produits des trois facteurs de chaque ligne et de chaque colonne soient égaux aux nombres indiqués par des flèches.

			► 36
			► 48
			► 210
▼ 108	▼ 84	▼ 40	

57 Le bus

Cédric attend le bus. Ce dernier peut contenir 53 personnes et il passe toutes les 17 minutes.

164 personnes attendent le bus devant Cédric.

- Dans combien de temps Cédric pourra-t-il monter dans le bus sachant qu'il vient juste d'en voir un partir ?

58 Le collier

Louison veut réaliser un collier de perles. Elle empile les perles de la façon suivante : une perle rouge, puis quatre perles bleues, puis trois perles blanches, et ainsi de suite.

- Quelle sera la couleur de la 109^{e} perle ?

59 Nombres premiers entre eux Pour aller plus loin

On dit que deux nombres sont premiers entre eux s'ils n'ont que 1 comme diviseur commun.

1. Trouver tous les diviseurs de 45.
2. Trouver tous les diviseurs de 28.
3. Les nombres 45 et 28 sont-ils premiers entre eux ?
4. Peut-on trouver deux nombres pairs premiers entre eux ? Justifier.
5. Peut-on trouver deux nombres impairs premiers entre eux ? Justifier.

60 Tournoi de softball

EPS

Le professeur d'EPS veut organiser un tournoi de softball avec toutes les classes de Troisième du collège. Il souhaite qu'il y ait, dans chaque équipe, le même nombre de filles, le même nombre de garçons, qu'il n'y ait aucun remplaçant et qu'une équipe soit composée de 8 à 15 joueurs.

- Sachant qu'il y a 72 filles et 108 garçons, donner toutes les compositions possibles des équipes.

61 À la recherche des diviseurs

1. Décomposer 150 en produit de facteurs premiers.
2. À l'aide de la question 1 et en construisant un arbre, trouver tous les diviseurs de 150.

62 Tour de magie

Un magicien demande à un spectateur de choisir un nombre à trois chiffres, sans le dévoiler. Il demande ensuite de recopier ce nombre à sa suite de façon à obtenir un nombre à six chiffres.

Ce spectateur a choisi 126 puis a écrit 126 126.

Le magicien demande maintenant de diviser ce nombre à six chiffres par 7, puis de diviser le nombre obtenu par 11 et enfin de diviser le nombre obtenu par 13. Le magicien tout fier de lui annonce :

- Comment expliquer ce tour de magie ?

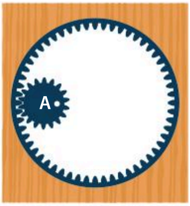
63 Les draps

M. Blanc aime l'organisation : il change les draps de sa chambre tous les 9 jours et ceux de sa fille étudiante tous les 12 jours. Aujourd'hui, il a changé ses draps et ceux de sa fille.

- Dans combien de jours au minimum changera-t-il de nouveau ses draps et ceux de sa fille le même jour ?

64 Spirographe

TECH



Lucie met la mine de son crayon dans le trou A du petit engrenage qui comporte 18 dents et commence à le faire tourner dans le grand cercle, fixé sur son bureau, qui comporte 56 dents.

- Combien de fois le grand cercle aura été parcouru lorsque le point A reprendra, pour la première fois, sa position initiale ?

D'après Rallye mathématique, Madagascar, 2013.

65 The rings

LV

Jade's watch rings every 12 hours and her alarm rings every 15 hours. They both rang on September 21st at 6.30 pm.

- When will they ring together again?

66 Carte bancaire

Le numéro figurant sur une carte bancaire est composé de 4 groupes de 4 chiffres. Le dernier chiffre, appelé clé de Luhn, permet de vérifier la validité de la carte.
La clé de Luhn s'obtient de la façon suivante : on prend les 15 premiers chiffres de la carte et on double tous les chiffres de rang impair (le 1^{er}, le 3^{e}, le 5^{e}…). Si le double est supérieur ou égal à 10, on fait la somme des deux chiffres obtenus. On ne modifie pas les chiffres de rang pair. On ajoute les 15 nouveaux chiffres obtenus, puis on effectue la division euclidienne de ce nombre par 10. La clé de Luhn s'obtient en retranchant le reste de cette division à 10.

- La carte ci-contre est-elle valide ?

67 Nombres premiers

Les mathématiciens cherchent depuis toujours une formule pouvant donner la liste des nombres premiers.
La formule suivante a été proposée :

$$n^2 + n + 41 \text{ avec } n \text{ entier.}$$

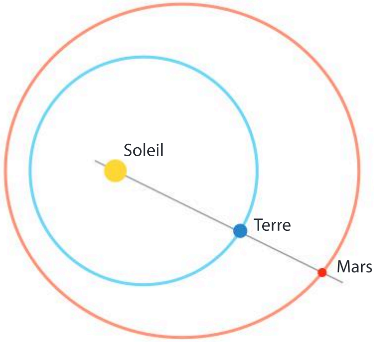
Pour $n = 1$, on trouve 43, qui est un nombre premier.

- Trouver la plus petite valeur de n qui ne fonctionne pas.

68 Alignement de planètes

PC

Les planètes du système solaire tournent autour du Soleil. On dit qu'il y a « opposition » lorsqu'une planète et le Soleil sont alignés, avec la Terre entre les deux : la planète et le Soleil sont à l'opposé pour un observateur terrestre.
Le 24 décembre 2007, Mars et le Soleil étaient en opposition.
La périodicité de cet évènement est d'environ 780 jours.



- À quelle date a eu lieu l'évènement suivant ?

69 La conjecture de Goldbach

La conjecture de Goldbach a été trouvée par le mathématicien Christian Goldbach en 1742.
Elle dit : « Tout nombre pair supérieur à 3 est la somme de deux nombres premiers. »
Elle n'a jamais été démontrée et reste un grand défi pour les mathématiciens d'aujourd'hui.

- Vérifier cette conjecture pour les nombres 26, 58 et 138.

Attention, il peut y avoir plusieurs possibilités !

70 Démonstrations

On considère un nombre entier N à trois chiffres, **c** étant le chiffre des centaines, **d** celui des dizaines et **u** celui des unités.

1. a. Recopier et compléter l'égalité :
$N = 100 \times \ldots + 10 \times \ldots + \ldots$

b. Démontrer les critères de divisibilité par 2, par 5 et par 10.

2. a. Recopier et compléter l'égalité :
$N = (99 + \ldots)\mathbf{c} + (9 + \ldots)\mathbf{d} + \ldots$

b. Démontrer les critères de divisibilité par 3 et 9.

Problèmes

71 Des fractions !

Simplifier les fractions suivantes au maximum en décomposant le numérateur et le dénominateur en produits de facteurs premiers :

$\frac{48}{72}$ $\frac{180}{126}$ $\frac{585}{1\,275}$

72 Algorithme d'Euclide

Pour aller plus loin

On appelle PGCD le plus grand diviseur commun de deux nombres.

1. Trouver le PGCD de 15 et 25, de 27 et 81.

2. a. Pour trouver ce PGCD, on peut utiliser l'algorithme d'Euclide. Ainsi, pour trouver le PGCD de 910 et 105 :

- On commence par poser la division euclidienne de 910 par 105, on peut écrire $910 = 105 \times 8 + 70$.
- On admet que le PGCD de 910 et 105 est égal au PGCD de 105 et de 70.
- On recommence ensuite en posant la division euclidienne de 105 par 70.
- On continue ainsi de suite. Le PGCD de 910 et 105 est le dernier reste non nul.

Quel est le PGCD de 910 et 105 ?

b. De la même manière, trouver le PGCD de 2 450 et 675.

73 Numération binaire

Pour aller plus loin

Le système de numération binaire est un moyen de représenter les nombres avec deux symboles : 0 et 1. Il est constamment utilisé en informatique.

Exemple : Le nombre **1 1 0 1** en écriture binaire correspond au nombre 13. On écrit :

$$1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$
$$= 1 \times 8 + 1 \times 4 + 0 \times 2 + 1 \times 1$$
$$= 13$$

1. Trouver les nombres correspondant aux nombres en numération binaire suivants.

101 11001 11101

2. On veut écrire 125 en écriture binaire :

- vérifier que la plus grande puissance de 2 contenue dans 125 est 2^6 donc 64 ;
- trouver le reste de la division euclidienne de 125 par 64, on peut alors écrire $125 = 2^6 \times 1 + 61$;
- trouver la plus grande puissance de 2 contenue dans ce reste, on peut alors écrire $61 = 2^a \times 1 + R$;
- recommencer le processus.

On peut alors écrire $125 = 2^6 \times 1 + \ldots$ et trouver son écriture en numération binaire.

3. Trouver l'écriture binaire des nombres suivants.

24 36 102

74 PPCM et PGCD

1. Décomposer 84 et 270 en produits de nombres premiers.

2. À l'aide de ces décompositions, trouver :

a. le plus petit multiple commun non nul (PPCM) de 84 et 270 ;

b. le plus grand diviseur commun (PGCD) de 84 et 270.

3. Trouver le PPCM et le PGCD de 450 et 750.

75 Nombres premiers circulaires

Prise d'initiative

Un nombre premier circulaire est un nombre tel que, si l'on fait tourner ses chiffres, on obtient d'autres nombres premiers.

Exemple : 113 est un nombre premier circulaire car 131 et 311 sont aussi des nombres premiers.

- Trouver les douze nombres premiers circulaires compris entre 10 et 200.

76 Le jeu de Nim

Prise d'initiative

Nathan et Fabien jouent au jeu de Nim.

En voici la règle :

- Il y a 21 allumettes sur la table au début de la partie.
- À chaque tour, on peut prendre 1, 2 ou 3 allumettes.
- Celui qui prend la dernière allumette a gagné.

1. Nathan commence. Il prend 3 allumettes, puis Fabien prend 3 allumettes à son tour. Nathan en prend alors 2, puis Fabien en prend 3. Nathan en prend alors 3. Fabien en choisit 2.
Nathan peut-il encore gagner ?

2. Un des deux joueurs peut gagner à tous les coups. Lequel et comment ?

77 Les boites

Prise d'initiative

Une entreprise doit commander des boites en carton qui contiendront des pâtes de fruits.

Le cahier des charges est le suivant :

Contrainte 1 : Chaque boite doit contenir 36 pâtes de fruits.

Contrainte 2 : Les pâtes de fruits ont la forme de cubes d'arête 2 cm.

Contrainte 3 : Les boites ont la forme d'un pavé droit.

Contrainte 4 : 20 000 pâtes de fruits sont à ranger.

Contrainte 5 : L'entreprise cherche à commander le moins de carton possible.

Contrainte 6 : Le cout du carton est de 15,50 € le m^2.

- Quel sera le cout de cette commande ?

Brevet

78 Vive la mariée !

Emma et Arthur ont acheté pour leur mariage 3 003 dragées au chocolat et 3 731 dragées aux amandes.

1. Arthur propose de répartir ces dragées de façon identique dans 20 corbeilles. Chaque corbeille doit avoir la même composition.
   Combien leur reste-t-il de dragées non utilisées ?
2. Emma et Arthur changent d'avis et décident de proposer des petits ballotins* dont la composition est identique. Ils souhaitent qu'il ne leur reste pas de dragées.
   a. Emma propose d'en faire 90. Ceci convient-il ? Justifier.
   b. Ils se mettent d'accord pour faire un maximum de ballotins.
   Combien en feront-ils et quelle sera leur composition ?

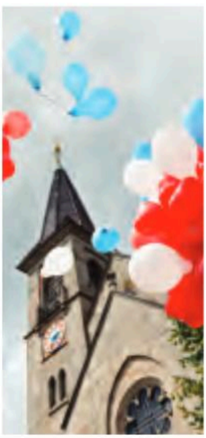
* Un ballotin est un emballage pour confiseries, une boite par exemple.

D'après DNB Pondichéry, 2014.

79 Les ballons

1. À la fin d'une fête de village, tous les enfants présents se partagent équitablement les 398 ballons de baudruche qui ont servi à la décoration. Il reste alors 7 ballons.
   Combien pouvait-il y avoir d'enfants ?
2. L'année suivante, les mêmes enfants se partagent équitablement la totalité des 828 ballons utilisés cette année-là.
   Combien d'enfants étaient présents ?

D'après DNB Asie, 2015.



80 Parc d'attractions

Prise d'initiative

Bienvenue au parc d'ani-math-ion !

Tarifs	Horaires
Entrée adulte : 12 €	Ouvert de 9 h à 18 h
Entrée enfant (moins de 12 ans) : 7 €	Dernières entrées à 17 h
Forfait famille : 35 €	Fermé le lundi

1. a. Est-il intéressant pour un couple et leur enfant de 8 ans de prendre le forfait famille ?
   b. À partir de quel nombre d'enfants un couple a-t-il intérêt à choisir le forfait famille ?
2. Au cours d'une journée, 89 forfaits famille ont été vendus pour 510 personnes.
   a. Déterminer la recette correspondante.
   b. Quel est le prix moyen par personne ?
3. Au cours de cette même journée, 380 personnes n'ont pas utilisé le forfait famille pour une recette correspondante de 3 660 €.
   Déterminer le nombre d'entrées adulte et le nombre d'entrées enfant vendues lors de cette journée.

D'après DNB Asie, 2012.

81 Programme de calcul

« Je prends un nombre entier. Je lui ajoute 3 et je multiplie le résultat par 7. J'ajoute le triple du nombre de départ au résultat et j'enlève 21. J'obtiens toujours un multiple de 10. »

- Est-ce vrai ? Justifier.

D'après DNB, Pondichéry, 2014.

82 Garçon, l'audition !

Un organisateur accepte d'auditionner au maximum 20 personnes pour un spectacle de natation synchronisée. Contre toute attente, 5 personnes se présentent sans savoir nager. Parmi celles qui savent nager, le tiers sont des femmes et le quart ont moins de 25 ans.

- Combien de personnes se sont présentées à l'audition ?

D'après Rallye mathématique d'Aquitaine, 2015.

Travailler autrement

Utilisable en AP

À chacun sa méthode !

Deux énoncés pour un exercice

Exercice 1

Recopier et compléter cette grille de nombres croisés.

Horizontalement
1. Multiple de 3 et de 4.
2. Multiple de 2, de 3 et de 13.
3. Divisible par 47 et par 9.
4. Multiple de 11 et de 9.

	A	B	C	D
1			■	
2	■			
3				■
4		■		

Verticalement
A. Multiple de 10 et de 8.
B. Divisible par 9 et le produit de ses chiffres est égal à 24.
C. Carré d'un nombre entier inférieur à 20.
D. Multiple de 36.

Exercice 1

Recopier et compléter cette grille de nombres croisés en donnant toutes les possibilités.

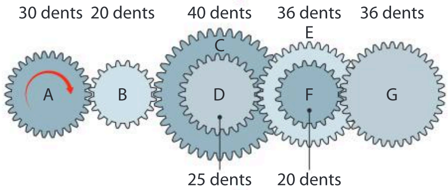
Horizontalement
1. Plus grand nombre premier à 2 chiffres.
2. Multiple de 11.
3. Multiple de 9.
4. Multiple de 7.

	A	B	C	D
1			■	
2	■			
3				■
4		■		

Verticalement
A. Sa décomposition en produit de nombres premiers est $2^3 \times 5$.
B. Produit d'un nombre premier par 10.
C. Multiple de 5 et de 13.
D. Reste dans la division euclidienne de 153 par 20.

Exercice 2

Les roues C et D, ainsi que E et F, sont solidaires.



1. Si la roue A tourne à raison de 300 tours par minute, à quelle vitesse la roue B tourne-t-elle ? Puis la roue D ?
2. Si la roue A tourne dans le sens des aiguilles d'une montre, dans quel sens la roue D tourne-t-elle ?

Exercice 2

Les roues C et D, ainsi que E et F, sont solidaires.

1. Si la roue A tourne à raison de 600 tours par minute, à quelle vitesse la roue G tourne-t-elle ?
2. Si la roue A tourne dans le sens des aiguilles d'une montre, dans quel sens la roue E tourne-t-elle ?

Écriture d'un énoncé

Jeu du portrait

Un joueur pense à un nombre. L'autre joueur doit deviner ce nombre en posant des questions dont les réponses sont « oui » ou « non ».

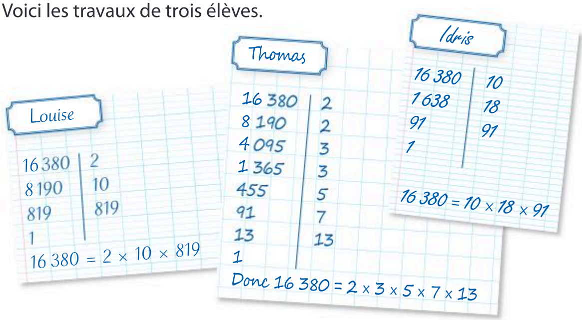
Les questions doivent utiliser les mots :
- « diviseur »,
- « divisible »,
- « multiple »
- « premier ».

- Jouer à tour de rôle.

Analyse d'une production

Un professeur demande de décomposer 16 380 en produit de facteurs premiers.

Voici les travaux de trois élèves.



- Analyser ces réponses et corriger les erreurs s'il y en a.

Ta mission

Calculer avec les nombres relatifs et les puissances.

CHAPITRE 2

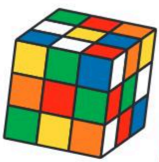
Nombres relatifs

Jeux

- Quel est le score de Jules ?

INFOS

Le **Rubik's Cube** est un casse-tête inventé en 1974 par Ernő Rubik, sculpteur et professeur d'architecture hongrois. Il y a plus de 10^{19} positions possibles du Rubik's Cube. C'est presque deux fois le nombre total de neurones en France ! Pourtant les meilleurs compétiteurs parviennent à le résoudre en quelques secondes.



Activités

Questions flash

diapo

1. Calculer.
a. $-3+5$ **b.** $5-8$ **c.** $-5-4$ **d.** $1{,}5+3{,}5$
e. $2{,}4-(-5)$ **f.** $-4{,}1-7{,}8$ **g.** $5-(-7)$ **h.** $5+(-2)$

2. Calculer.
a. $0{,}5\times3{,}4\times2\times10$ **b.** $5\times4{,}2\div10$ **c.** $\dfrac{10\times6}{3\times5}$

3. Répondre aux questions suivantes.
a. Quel est l'opposé de 3 ? de -5 ? de 0 ?
b. Quel est l'inverse de 2 ? de 7 ? de 1 ?

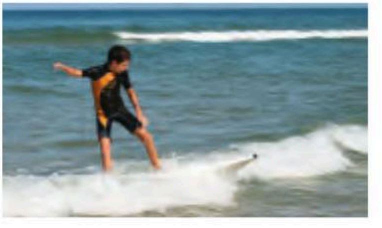
4. Quels calculs doit-on taper sur une calculatrice pour répondre le plus vite possible ?
a. $2{,}8+2{,}8+2{,}8+2{,}8+2{,}8$ **b.** $-5-5-5$
c. $3\times3\times3\times3\times3$ **d.** $-7\times(-7)\times(-7)$

5. Calculer.
a. $3{,}125\times100$ **b.** $5{,}45\times100\,000$ **c.** $4\,500\div1\,000$
d. $12\div10\,000$ **e.** $315\times0{,}01$ **f.** $25\times0{,}000\,1$
g. $5{,}25\div0{,}1$ **h.** $4{,}2\div0{,}000\,01$ **i.** $3\times0{,}001$

Vers le Cap-Ferret — 5e — Activité 1

Yann part surfer au Cap-Ferret. Pour s'y rendre, il prend le bus 601 au centre de Bordeaux. Au départ de la ligne, 20 passagers montent dans le bus avec lui. À chaque étape du trajet, des passagers montent et descendent.
À Saint-Jean-d'Illac, 5 passagers descendent et 12 montent.
Plus loin, à Andernos-les-Bains, 18 passagers descendent et 5 montent.
Encore plus loin, à Claouey, 9 passagers descendent encore.

- Combien de passagers descendront du bus avec Yann à l'arrivée au Cap-Ferret ?



Fonction CALC — 4e — Activité 2

Inès utilise la fonction « CALC » de sa calculatrice afin de calculer $-3x+24$ pour différentes valeurs de x.

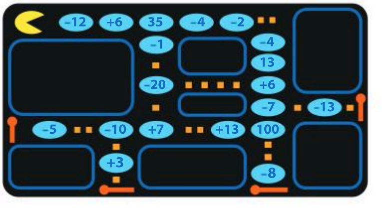
1. Dans chaque cas, donner le résultat que la calculatrice va afficher.
a. $-3x+24$; $x=7$
b. $-3x+24$; $x=-5$

2. Dans chaque cas, quelle valeur Inès a-t-elle entrée au départ ?
a. $-3x+24$; -24
b. $-3x+24$; 54

Pac-Man — 4e — Activité 3

Pac-Man a un compteur qui vaut 1 au départ du labyrinthe.
Chaque fois que Pac-Man avale un nombre, son compteur est multiplié par ce nombre.
Les portes du labyrinthe ne s'ouvrent que si le compteur affiche un nombre positif. De plus, Pac-Man ne peut pas faire demi-tour.

- Donner les différents chemins permettant à Pac-Man de sortir.



Attaque informatique

4e — Activité 4

Cryptolocker est un virus informatique qui crypte des fichiers et les rend inutilisables.
Une grande entreprise est infectée par ce type de virus. À 13 h, un million de fichiers sont cryptés. Chaque heure, le nombre total de fichiers cryptés est multiplié par 5.

1. Combien de millions de fichiers seront cryptés à 16 h ? à 23 h ? Donner deux écritures différentes de chaque calcul.
2. Marina affirme : « À 9 heures, il y avait 5^{-4} millions de fichiers cryptés. »
   Lucas dit : « Non, il y en avait seulement 1 600. »
   Qui a raison ?
3. Il est 13 h, l'ingénieur informatique doit absolument agir avant que 100 000 millions de fichiers soient cryptés. Combien de temps a-t-il ?
4. À quelle heure moins de 100 fichiers étaient-ils cryptés ?

Projets SVT

4e — Activité 5

Pour leur projet de SVT, Valentin a choisi de travailler sur le temps des dinosaures et Hédi sur les micro-organismes présents dans l'environnement.
Ils organisent leurs données à l'aide d'un tableur mais ne comprennent pas les expressions affichées dans les cellules.

Doc. 1 Notes de Valentin

Compsognathus, signifiant « mâchoire délicate », a vécu au Jurassique supérieur, de –155 à –150 millions d'années.

Hypsilophodon, signifiant « dent à haute crête », a vécu au Crétacé inférieur, de –125 à –120 millions d'années.

Dilophosaure (en grec : « lézard à deux crêtes ») a vécu au début du Jurassique, entre 205×10^6 et 185×10^6 d'années avant notre ère.

Tyrannosaure, dont l'étymologie du nom signifie « roi des lézards tyrans », a vécu au Crétacé supérieur, il y a 68 millions d'années et a disparu lors de l'extinction des dinosaures il y a 65 millions d'années.

Doc. 2 Notes d'Hédi

Taille réelle de chaque micro-organisme

Micro-organisme de la toxoplasmose : 15×10^{-6} m.

Levure Saccharomyces cerevisiae : 0,000 01 m

Clostridium tetani : 3 µm

Virus du rhume : 0,000 000 25 m.

Clostridium tetani

Doc. 3 Extraits de tableurs

	A	B	C	D
1	Espèce	Début	Fin	
2	Compsognathus	-1,55E+08	1,5E+08	
3	Hypsilophodon	-1,25E+08	-1,2E+08	
4	Dilophosaure	-2,05E+08	-1,9E+08	
5	Tyrannosaure			

	A	B	C	D
1	Micro-organisme	Taille (en m)		
2	Toxoplasmose	1,5E-05		
3	Cerevisiae	0,00001		
4	Tetani	3E-06		
5	Rhume			

1. **a.** Comment appelle-t-on l'écriture utilisée par le tableur ?
   b. Pourquoi utiliser ce type d'écriture ?
2. **a.** Qu'affichera le tableur dans les cellules B5 et C5 de la feuille de calcul de Valentin ?
   b. Qu'affichera le tableur dans la cellule B5 de la feuille de calcul d'Hédi ?

Cours

5e

1 Additionner et soustraire des nombres relatifs

Vidéo

Règle

Si deux nombres relatifs ont le **même signe**, alors leur somme a :

- le même signe que les deux nombres ;
- pour distance à zéro, la **somme** de leurs distances à zéro.

Exemples

On veut calculer 12,8 + 15,6.
12,8 et 15,6 sont deux nombres positifs :
- leur somme est positive
- on ajoute leurs distances à zéro

12,8 + 15,6 = 28,4

On veut calculer –3,2 + (–5,9).
–3,2 et –5,9 sont deux nombres négatifs :
- leur somme est négative
- on ajoute leurs distances à zéro

–3,2 + (–5,9) = –(3,2 + 5,9) = –9,1

Pour éviter que deux signes ne se suivent, on utilise des parenthèses.

Règle

Si deux nombres relatifs sont de **signes contraires**, alors leur somme a :

- le signe du nombre qui a la plus grande distance à zéro ;
- pour distance à zéro, la **différence** de leurs distances à zéro.

Exemples

On veut calculer 12 + (–9).
12 et –9 sont de signes contraires :
- leur somme est positive car le nombre qui a la plus grande distance à zéro est 12
- on soustrait leurs distances à zéro

12 + (–9) = 12 – 9 = 3

On veut calculer –7,8 + 5,2
–7,8 et 5,2 sont de signes contraires :
- leur somme est négative car le nombre qui a la plus grande distance à zéro est –7,8
- on soustrait leurs distances à zéros

–7,8 + 5,2 = –(7,8 – 5,2) = –2,6

Règle

Pour **soustraire un nombre relatif**, on ajoute son opposé.

Exemples

On veut calculer A = –12 – 7.
Pour soustraire 7, on ajoute son opposé : –7

A = –12 – 7
A = –12 + (–7)
A = –(12 + 7)
A = –19

On veut calculer B = 5,6 – (–3,2).
Pour soustraire –3,2, on ajoute son opposé : 3,2.

B = 5,6 – (–3,2)
B = 5,6 + 3,2
B = 8,8

Règle

Pour effectuer des additions et des soustractions de nombres relatifs, on peut :

- **transformer** les soustractions en additions ;
- **regrouper** les nombres positifs entre eux et les nombres négatifs entre eux.

Exemples

On veut calculer D = (–5) + 4 – (–8) + (–1) – 2 – 7.

- On transforme les soustractions en addition :

D = (–5) + 4 – (–8) + (–1) – 2 – 7
D = (–5) + 4 + 8 + (–1) + (– 2) + (– 7)

- On regroupe les positifs ensemble et les négatifs ensemble :

D = 4 + 8 + (–5) + (–1) + (–2) + (–7)
D = 12 + (–15)
D = –3

Savoir-faire

Apprends à l'aide des exercices résolus puis entraine-toi !

1 Additionner et soustraire des nombres relatifs

1 Calculer les sommes suivantes.

$A = -14 + (-17)$ $\quad$ $B = 13{,}7 + (-6{,}9)$

Solution

$A = -14 + (-17)$
-14 et -17 sont deux nombres **négatifs** :
- leur somme est **négative**
- on **ajoute** leurs distances à zéro

$A = -14 + (-17)$
$A = -(14 + 17)$
$A = -31$

$B = 13{,}7 + (-6{,}9)$
$13{,}7$ et $-6{,}9$ sont de signes contraires :
- leur somme est **positive** (car $13{,}7 > 6{,}9$)
- on **soustrait** leurs distances à zéro

$B = 13{,}7 + (-6{,}9)$
$B = 13{,}7 - 6{,}9$
$B = 6{,}8$

On commence par regarder le signe des deux termes à additionner.

2 Calculer les différences suivantes.

$C = -25 - 13$ $\quad$ $D = -21{,}3 - (-4{,}8)$

Solution

$C = -25 - 13$
Pour soustraire 13, on ajoute son opposé : -13.
$C = -25 - 13$
$C = -25 + (-13)$
$C = -38$

$D = -21{,}3 - (-4{,}8)$
Pour soustraire $-4{,}8$, on ajoute son opposé : $4{,}8$.
$D = -21{,}3 - (-4{,}8)$
$D = -21{,}3 + 4{,}8$
$D = -16{,}5$

Soustraire un nombre, c'est additionner son opposé.

3 Calculer l'expression suivante.

$E = -8 + 27 - (-2) - 1 + (-27) + 20 + (-9)$

Solution

- On commence par transformer les **soustractions** en **additions**.
  $E = -8 + 27 - (-2) - 1 + (-27) + 20 + (-9)$
  $E = -8 + 27 + 2 + (-1) + (-27) + 20 + (-9)$

- On élimine les opposés : $27 + (-27) = 0$
  $E = -8 + 2 + (-1) + 20 + (-9)$

- On regroupe les positifs et les négatifs :
  $E = 2 + 20 + (-8) + (-1) + (-9)$
  $E = 22 + (-18)$
  $E = 4$

4 Calculer l'expression suivante.

$F = -3{,}4 - 15 + 5{,}2 + 3{,}2 - 17{,}4 - 0{,}8 + 1{,}2.$

Solution

- On commence par transformer les **soustractions** en **additions**.
  $F = -3{,}4 - 15 + 5{,}2 + 3{,}2 - 17{,}4 - 0{,}8 + 1{,}2$
  $F = -3{,}4 + (-15) + 5{,}2 + 3{,}2 + (-17{,}4) + (-0{,}8) + 1{,}2$

- On regroupe les positifs et les négatifs :
  $F = 5{,}2 + 3{,}2 + 1{,}2 + (-3{,}4) + (-15) + (-17{,}4) + (-0{,}8)$
  $F = 9{,}6 + (-36{,}6)$
  $F = -27$

5 Calculer les expressions suivantes.

$G = 23 - (-27)$ $\quad$ $H = 14 + (-34)$ $\quad$ $I = 12 - 5 + 21 - (-12) + 4$

$J = 13{,}2 - 15{,}2 - (-2{,}1) - 1{,}4$ $\quad$ $K = -12{,}5 + 11{,}1 + 5{,}8 - 3{,}1$ $\quad$ $L = -2{,}1 + (-3{,}2) - (-4{,}7) + 11{,}2 - 0{,}3$

Cours

4e

2 Multiplier et diviser des nombres relatifs

Vidéo

Règle

Règle des signes

Le produit (ou le quotient) de deux nombres relatifs de même signe est positif.
Le produit (ou le quotient) de deux nombres relatifs de signes contraires est négatif.

Règle

Pour **calculer un produit (ou un quotient)**, on détermine son signe, puis on multiplie (ou on divise) les distances à zéro.

Exemples

$2 \times 7 = 14$ $\qquad \dfrac{5}{-4} = -1{,}25$

$\dfrac{-3}{-5} = 0{,}6$ $\qquad (-5{,}5) \times 3 = -16{,}5$

Attention, le produit (ou le quotient) de deux nombres négatifs est positif !

Règle

Cas particuliers

a désigne un nombre relatif.

- Le produit d'un nombre relatif par 0 est égal à zéro : $a \times 0 = 0$.
- Le produit d'un nombre relatif par –1 est égal à son opposé : $a \times (-1) = -a$

Exemples

$(-2{,}7) \times 0 = 0$
$3{,}8 \times (-1) = -3{,}8$, ainsi –3,8 est l'opposé de 3,8.
$(-7{,}2) \times (-1) = -(-7{,}2) = 7{,}2$, ainsi 7,2 est l'opposé de –7,2.

Attention, le nombre –a n'est pas forcément négatif : si a est négatif, –a est positif !

Règle

a et *b* désignent des nombres relatifs ($b \neq 0$).

$$\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b} \qquad \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$$

Exemples

$\dfrac{-2}{13} = \dfrac{2}{-13} = -\dfrac{2}{13}$: les trois quotients sont négatifs.

$\dfrac{-5}{-3} = \dfrac{5}{3}$: les deux quotients sont positifs.

Méthode

Pour **déterminer le signe d'un produit** (ou d'un quotient) de plusieurs facteurs, on compte le nombre de facteurs négatifs :

- s'il y en a un nombre pair, alors le produit (ou le quotient) est positif.
- s'il y en a un nombre impair, alors le produit (ou le quotient) est négatif.

Exemples

$A = (-3) \times 5 \times (-1) \times 4$

Il y a deux facteurs négatifs et 2 est un nombre pair donc le produit est positif :
$A = 60$

$B = \dfrac{(-2) \times 12}{(-1) \times (-4)}$

Il y a trois facteurs négatifs et 3 est un nombre impair donc le quotient est négatif.
$B = -6$.

Savoir-faire

Apprends à l'aide des exercices résolus puis entraine-toi !

2 Multiplier et diviser des nombres relatifs

6 Calculer les produits suivants.

$A = -4 \times 12$ $\qquad$ $B = -3 \times (-4{,}2)$

Solution

$A = -4 \times 12$

-4 et 12 sont de signes contraires, donc le produit est **négatif**.

On multiplie les distances à zéro : $4 \times 12 = 48$

Donc $A = -48$.

$B = -3 \times (-4{,}2)$

-3 et $-4{,}2$ sont de même signe, donc le produit est **positif**.

On multiplie les distances à zéro : $3 \times 4{,}2 = 12{,}6$

Donc $B = 12{,}6$.

On regarde le signe des facteurs et on applique la règle des signes.

7 Calculer les produits suivants.

$C = 12 \times (-1)$ $\qquad$ $D = -5{,}71 \times 0$

Solution

$C = 12 \times (-1)$

$C = -12$

Le produit de n'importe quel nombre relatif par (–1) donne son opposé.

$D = -5{,}71 \times 0$

$D = 0$

Le produit de n'importe quel nombre relatif par 0 donne 0.

8 Calculer les produits suivants.

$E = (-5) \times 7$ $\quad$ $F = -4 \times (-11)$ $\quad$ $G = 0{,}5 \times (-18)$

$H = 3 \times 15$ $\quad$ $I = 23{,}8 \times (-1)$ $\quad$ $J = (-14{,}3) \times (-1)$

$K = 0 \times (-17{,}24)$

9 Quel est le signe du quotient suivant ?

$$L = \frac{-13 \times 7 \times (-3) \times (-1)}{5 \times (-3) \times (-2) \times 3 \times (-11)}$$

Solution

$$L = \frac{-13 \times 7 \times (-3) \times (-1)}{5 \times (-3) \times (-2) \times 3 \times (-11)}$$

Il y a 6 facteurs négatifs et 6 est un nombre pair.

Donc L est **positif**.

10 Recopier les fractions suivantes puis encadrer :

- en vert les fractions égales à $-\frac{3}{7}$;
- en bleu les fractions égales à $\frac{3}{7}$.

$\frac{-3}{7}$ $\quad$ $\frac{7}{3}$ $\quad$ $\frac{-3}{-7}$ $\quad$ $\frac{3}{-7}$

Solution

$\boxed{\frac{-3}{7}}$ $\quad$ $\frac{7}{3}$ $\quad$ $\boxed{\frac{-3}{-7}}$ $\quad$ $\boxed{\frac{3}{-7}}$

11 Quel est le signe du quotient suivant ?

$$M = \frac{2{,}3 \times (-2{,}3) \times (-2{,}3) \times 2{,}3}{(-2{,}3) \times (-2{,}3) \times 2{,}3 \times (-2{,}3) \times (-2{,}3)}$$

12 Calculer les produits suivants.

$N = (-5) \times 2 \times (-4) \times (-1)$

$P = (-0{,}2) \times 0{,}7 \times (-3) \times (-5) \times (-4) \times 3$

$R = 13{,}8 \times 0 \times 14 \times (-2{,}5) \times 3 \times (-1{,}7)$

13 Donner l'opposé de chaque fraction.

$\frac{-8}{3}$ $\quad$ $\frac{3}{7}$ $\quad$ $-\frac{5}{4}$ $\quad$ $\frac{-2}{-17}$ $\quad$ $\frac{21}{-13}$

Cours

4e

3 Calculer la puissance d'un nombre

Vidéo

Définition

a désigne un nombre relatif et n désigne un nombre entier supérieur ou égal à 2.
Le produit de n facteurs égaux à a se note a^n et se lit « a exposant n ».
On dit que ce produit est une **puissance de a**.
Le **nombre a^{-n}** désigne l'inverse du nombre a^n (avec $a \neq 0$).

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}} \qquad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Cas particuliers : on convient que $a^1 = a$ et que, si $a \neq 0$, $a^0 = 1$.

Exemples

$$(-3)^4 = \underbrace{(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)}_{4 \text{ facteurs}} = 81 \qquad 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{8} \qquad 4^0 = 1$$

Règle

Dans une expression sans parenthèses comportant des puissances, on effectue d'abord les puissances, puis les multiplications et les divisions, et enfin les additions et les soustractions.

Exemples

$A = 1 + 3 \times 2^3 = 1 + 3 \times 8 = 1 + 24 = 25$

$B = 1 + (3 \times 2)^3 = 1 + 6^3 = 1 + 216 = 217$

Propriété

n désigne un nombre entier strictement positif.

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \ldots \times 10}_{n \text{ facteurs}} = 1\underbrace{00\ldots0}_{n \text{ zéros}} \qquad 10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \frac{1}{\underbrace{10 \times 10 \times \ldots \times 10}_{n \text{ facteurs}}} = \underbrace{0,0\ldots01}_{n \text{ chiffres après la virgule}}$$

Exemples

$10^9 = 1\underbrace{000\,000\,000}_{9 \text{ zéros}}$ (1 milliard)

$10^{-6} = 0,\underbrace{000\,001}_{6 \text{ chiffres}}$ (1 millionième)

Définition

L'**écriture scientifique** d'un nombre décimal positif est l'écriture de la forme $a \times 10^n$ où :

- a est un nombre décimal tel que $1 \leqslant a < 10$;
- n est un nombre entier relatif.

Exemples

L'écriture scientifique de 1 785 000 000 est $1{,}785 \times 10^9$ (1 milliard 785 millions).
L'écriture scientifique de 0,000 028 est $2{,}8 \times 10^{-5}$.

Savoir-faire

Apprends à l'aide des exercices résolus puis entraine-toi !

3 Calculer la puissance d'un nombre

14 Écrire sous la forme d'une puissance d'un seul nombre.

a. $8 \times 8 \times 8$ **b.** $\dfrac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3}$

Solution

a. $\underbrace{8 \times 8 \times 8}_{3 \text{ facteurs égaux à } 8} = 8^3$

b. $\dfrac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \dfrac{1}{3^4} = 3^{-4}$

L'inverse de 3^4 se note 3^{-4}.

15 Calculer.

a. $(-4)^5$ **b.** 2^{-3}

Solution

a. $(-4)^5 = \underbrace{(-4) \times (-4) \times (-4) \times (-4) \times (-4)}_{5 \text{ facteurs égaux à } -4} = -1\,024$

b. $2^{-3} = \dfrac{1}{2^3} = \dfrac{1}{2 \times 2 \times 2} = \dfrac{1}{8} = 0{,}125$

16 Calculer : 8^2 $(-5)^3$ 2^{-4} 5^{-2}

17 Calculer l'expression $A = -3^2 + 5 \times 2^3$

Solution

$A = -3^2 + 5 \times 2^3$ on commence par les **puissances**

$A = -9 + 5 \times 8$ puis la **multiplication**

$A = -9 + 40$ et enfin l'addition

$A = 31$

18 Calculer l'expression $B = (-3)^2 + (5 \times 2)^3$

Solution

$B = (-3)^2 + (5 \times 2)^3$

$B = (-3)^2 + 10^3$

$B = 9 + 1\,000$

$B = 1\,009$

Les parenthèses modifient les priorités de calcul.

19 Calculer : $-5^2 + 2$ $(-5)^2 + 2$ -5×2^2 $(-5 \times 2)^2$ $-(5 \times 2)^2$

20 Donner l'écriture décimale.

a. 10^5 **b.** 10^{-4}

Solution

a. $10^5 = \underbrace{100\,000}_{5 \text{ zéros}}$ **b.** $10^{-4} = \underbrace{0{,}000\,1}_{4 \text{ chiffres après la virgule}}$

21 Écrire sous la forme d'une puissance de 10.

a. $10\,000\,000$ **b.** $0{,}000\,000\,1$

Solution

a. $\underbrace{10\,000\,000}_{7 \text{ zéros}} = 10^7$ **b.** $\underbrace{0{,}000\,000\,1}_{7 \text{ chiffres après la virgule}} = 10^{-7}$

22 Selon le cas, écrire sous forme décimale ou sous la forme d'une puissance de 10.

$1\,000$ 10^{-2} 10^4 $0{,}000\,01$

23 Donner l'écriture décimale.

$C = 3{,}5 \times 10^3$ $D = 450 \times 10^{-5}$

Solution

$C = 3{,}5 \times 10^3$

$C = 3{,}500 \times 10^3 = 3\,500$

3 rangs vers la droite

$D = 450 \times 10^{-5}$

$D = 00450 \times 10^{-5} = 0{,}0045$

5 rangs vers la gauche

24 Donner l'écriture scientifique.

$E = 365\,000\,000$ $F = 0{,}000\,027\,6$

Solution

$E = 365\,000\,000$

8 rangs

$E = 3{,}65 \times 10^8$

$F = 0{,}000\,027\,6$

5 rangs

$F = 2{,}76 \times 10^{-5}$

25 Selon le cas, donner l'écriture décimale ou scientifique.

$1{,}54 \times 10^3$ $3{,}7 \times 10^{-3}$ $0,\,000\,62$ $180\,000\,000\,000$

Exercices

2 pages d'exercices supplémentaires dans le manuel numérique

Additionner et soustraire des nombres relatifs

Savoir-faire p. 37

Questions flash

diapo

26 Compléter les phrases suivantes.

a. La somme de deux nombres négatifs est … .

b. –6 et 6 sont deux nombres … .

c. L'opposé de –12 est … .

d. Pour soustraire –8, on ajoute … .

27 Calculer.

a. $-3 + 8$ **b.** $7 + (-9)$ **c.** $-4 + (-7)$

d. $120 - (-25)$ **e.** $-28 - (-47)$ **f.** $-0{,}08 - 0{,}32$

28 Lucas joue aux billes. Lundi il en gagne 5, mardi il en perd 3, mercredi il en perd encore 5, jeudi il en gagne 4 et vendredi il en perd 1.

• Quel est le bilan de la semaine ?

29 Calculer.

a. $-8 + 12 + 20 + 8 - 14$ **b.** $9 - (-12) - 25 - 12$

c. $0{,}4 + 1{,}7 - 3{,}2 + 0{,}6 - 0{,}5$ **d.** $0{,}25 + 3{,}4 - (-0{,}25)$

30 Relier chaque expression au résultat qui convient.

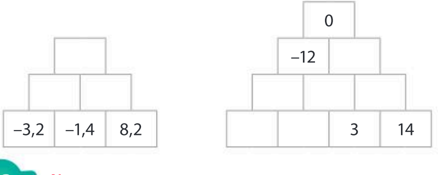
A = –3 – 5	–2
B = –3 – (–5)	8
C = 3 – 5	2
D = 3 – (–5)	–8

31 Calculer.

a. $-2{,}5 + 8$ **b.** $-2{,}3 - 1{,}4$ **c.** $7{,}8 - (-3{,}4)$

d. $-14{,}2 + 1{,}6$ **e.** $-129 - (-145)$ **f.** $17 - 28$

32 Recopier et compléter chaque pyramide en sachant que le nombre de chaque case est égal à la somme des nombres des deux cases en dessous.



33 Écrire –16 :

a. comme somme de deux nombres négatifs ;

b. comme somme d'un nombre positif et d'un nombre négatif ;

c. comme différence de deux nombres négatifs.

34 Calculer les expressions suivantes.

$E = -5 + 9 - 4 - (-4) + (-9) - 12 + 7$

$F = -2{,}7 + 5{,}4 + 8 - (-0{,}6) - 1{,}3 - (-8)$

$G = 142 - 27 - (-38) + 240 + (-33) - 150$

$H = 12 - (5 - 18 + 7) + 19 - (4 + 8)$

Multiplier et diviser des nombres relatifs

Savoir-faire p. 39

Questions flash

diapo

35 Compléter les phrases suivantes.

a. Le produit de deux nombres négatifs est … .

b. Le quotient d'un nombre positif par un nombre négatif non nul est … .

c. $-1 \times (-3)$ est l'opposé de … .

d. Un produit de facteurs est positif si le nombre de facteurs négatifs est … .

36 Calculer les expressions suivantes.

a. $4 \times (-2)$ **b.** $-25 \times (-4)$ **c.** $-2{,}5 \times 100$

d. $\dfrac{20}{-4}$ **e.** $\dfrac{-35}{100}$ **f.** $\dfrac{-45}{-90}$

37 Donner le signe de chaque expression.

a. $2 \times (-5) \times 6 \times (-8) \times 12$

b. $8 \times (-5) \times 6 \times 3 \times 9$

c. $\dfrac{6 \times (-3) \times (-2) \times 5 \times 4}{-9 \times 2}$

d. $\dfrac{-3{,}4 \times (-3) \times (-2{,}8) \times 5 \times 4}{-1{,}2 \times (-2) \times 1{,}3}$

38 Donner tous les quotients égaux à $-\dfrac{4}{7}$.

$\dfrac{4}{7}$ $-\dfrac{-4}{-7}$ $\dfrac{-4}{7}$ $\dfrac{-4}{-7}$ $\dfrac{4}{-7}$

39 Calculer.

a. $-0{,}25 \times 4$ **b.** $1{,}5 \times 4$ **c.** $(-12) \times (-5)$

d. $\dfrac{-5}{0{,}1}$ **e.** $\dfrac{-40}{-80}$ **f.** $\dfrac{1{,}2}{-3}$

40 Écrire –24 :

a. comme produit de deux nombres relatifs ;

b. comme produit de trois nombres relatifs ;

c. comme quotient de deux nombres relatifs.

41 On sait que $132 \times 7 = 924$. En déduire le résultat de :

a. -132×70 **b.** $13{,}2 \times 0{,}7$ **c.** $-1 \times 1{,}32 \times (-70)$

d. $-1{,}32 \times (-7)$ **e.** $0{,}132 \times (-700)$ **f.** $13\,200 \times (-0{,}07)$

42 Recopier et compléter par = ou ≠.

a. $\frac{5}{2} \ldots \frac{-5}{-2}$ **b.** $\frac{5}{2} - \frac{5}{2} \ldots$ **c.** $\frac{-5}{2} \ldots \frac{5}{-2}$

d. $\frac{5}{2} \ldots \frac{5}{-2}$ **e.** $-\frac{5}{2} \ldots \frac{5}{-2}$ **f.** $-\frac{5}{2} \ldots -\frac{-5}{-2}$

43 Écrire le plus simplement possible.

a. -1×2 **b.** $-(-5)$ **c.** $-\frac{10}{-5}$

44 Calculer.

a. $-0{,}2 \times 4{,}8 \times 5 \times 10$ **b.** $8 \times (-100) \times 2{,}34 \times (-0{,}125)$

c. $-0{,}01 \times (-500) \times 4 \times (-0{,}1) \times 2{,}5$

d. $\dfrac{-3 \times (-1) \times 10}{(-2) \times 4 \times 5}$ **e.** $\dfrac{-6 \times 8 \times (-10)}{3 \times 2 \times 5}$

45 Calculer.

a. $-8 + 10 \times (-3) - (-5)$ **b.** $[(10 - 17) \times 3 - 5] \times 2$

c. $\dfrac{-4 \times 5 + 8}{-2 - 1}$ **d.** $\dfrac{12 - 6 \times (-4)}{-3 \times 2}$

Calculer la puissance d'un nombre

Savoir-faire p. 41

Questions flash

diapo

46 Donner chaque expression sous la forme d'une puissance.

a. $7{,}1 \times 7{,}1 \times 7{,}1$

b. $(-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5)$

c. $\dfrac{1}{6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6}$ **d.** $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$

47 Écrire les nombres suivants sous la forme d'une puissance de 10.

a. 1 000 **b.** 10 000 000 **c.** 0,000 1 **d.** $\dfrac{1}{1\,000\,000}$

e. dix millions **f.** un cent-millième

48 Donner l'écriture décimale des expressions suivantes.

a. 10^2 **b.** 10^{-3} **c.** $(-10)^6$ **d.** 10^{-5} **e.** 10^9 **f.** $(-10)^{-2}$

49 Les expressions suivantes sont-elles des écritures scientifiques de nombres ? Justifier.

a. $1{,}2 \times 10^{-3}$ **b.** 0,001 5 **c.** $25{,}7 \times 10^6$

d. $0{,}24 \times 10^{-5}$ **e.** $2{,}5 \times 10^5$ **f.** 2×3^{10}

50 Un restaurant propose un menu à 14,90 € avec au choix 3 entrées, 3 plats et 3 desserts.

• Quel est le nombre de menus différents possibles ?

51 Sofia lance une chaine avec son téléphone portable.
1re étape : elle envoie un message à 4 de ses amies en leur disant de l'envoyer à leur tour à 4 amies chacune.
2e étape : chacune de ses amies fait la même chose, et ainsi de suite.

• Combien de personnes auront reçu ce message après la 7e étape ? après la 10e étape ?

52 Calculer.

a. 5^2 **b.** 18^0 **c.** $(-1)^{19}$ **d.** 4^{-1} **e.** 2^{-3}

53 Écrire chaque expression sous la forme d'une puissance d'un seul nombre.

a. $5^3 \times 5^8$ **b.** $(-2)^6 \times (-2)^3$ **c.** $\dfrac{10^5}{10^9}$

54 Calculer.

a. -3^4 **b.** $(-3)^4$ **c.** 3×2^3 **d.** 100×5^{-2} **e.** $(1 + 5)^2$

55 Relier chaque calcul à son résultat.

$A = 1{,}7 \times 10^2 - 5^2 \times 2$ • • 196

$B = 10 \times (-2)^4 + (3 \times 2)^2$ • • –3

$C = (8-9)^{11} \times (-6) - 3^2$ • • 20

$D = 6 \times 5 + (-2)^{-3} \times 80$ • • 120

56 **1.** Recopier et compléter le tableau suivant.

	Écriture décimale (en m)	Écriture scientifique (en m)
1 nanomètre (nm)	0,000 000 001	
1 micromètre (µm)		10^{-6}
1 millimètre		10^{-3}
1 kilomètre	1 000	
1 année-lumière		$9{,}461 \times 10^{15}$

2. Exprimer chacune des mesures suivantes en mètres en donnant l'écriture scientifique et l'écriture décimale du résultat.

a. Diamètre d'un globule rouge : environ 8 µm.

b. Rayon du soleil : environ $6{,}95 \times 10^5$ km.

c. Les pandoravirus sont les virus les plus grands actuellement connus, ils mesurent jusqu'à 1 000 nm.

d. Distance Terre-Soleil : environ 150 millions de kilomètres.

57 Classer les nombres suivants dans l'ordre croissant.

$0{,}59 \times 10^5$ $5{,}95 \times 10^3$ 59 100 592×10

Faire le point

QCM

Donner la seule réponse correcte parmi les trois proposées.

1 Additionner et soustraire des nombres relatifs

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. La somme de deux nombres négatifs est :	On ne sait pas.	positive	négative
2. $-15-(-8)$ est égal à :	-23	7	-7
3. $-8+5+9-6-(-8)-10$ est égal à :	2	-2	-18

2 Multiplier et diviser des nombres relatifs

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. Le produit $(-2)\times 3\times(-8)\times(-2)\times 5$ est :	On ne sait pas.	positif	négatif
2. Le produit $0{,}25\times(-100)\times(-4)\times 3{,}6$ est égal à :	-360	360	36
3. Le quotient $\dfrac{-5\times 12}{3\times 10}$ est égal à :	-2	2	$-0{,}5$

3 Calculer la puissance d'un nombre

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. -5^2	-25	25	-10
2. $2^{-3}\times 100$	800	$12{,}5$	-6
3. L'écriture scientifique de $256\,000$ est :	$2{,}56\times 10^5$	256×10^3	$2{,}56\times 10^{-5}$

Carte mentale

Reproduire et compléter cette carte mentale.

Calculer avec les relatifs

- **Additionner**
  - **Même signe**
  - Ajouter les distances à 0
  - **Signes contraires**
  - Soustraire les distances à 0
- **Soustraire**
  - C'est …
- **Multiplier/Diviser**
  - **Règle des signes** : Nombre de facteurs **négatifs**
    - **pair** → produit …
    - **impair** → produit …

Calculer avec les puissances

- **Exposant positif ($n > 0$)**
  - $a^n = \underbrace{a\times a\times a\times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}}$
  - $10^n = \ldots$
- **Exposant négatif ($n > 0$)**
  - $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ $(a \neq 0)$
  - $10^{-n} = \ldots$
- **Écriture scientifique**
  - $a \times 10^n$ où
  - • a est un nombre décimal tel que $1 \leqslant a < 10$;
  - • n est un nombre entier relatif.

Priorités (pour les relatifs et les puissances)

1. Puissances
2. Multiplications/Divisions
3. …

*Tu peux aussi construire ta propre carte mentale.

Algorithmique et outils numériques

58 Un programme particulier

Léo a écrit le script suivant.

```
quand [drapeau] cliqué
demander [Nombre de départ ?] et attendre
mettre [nombre de départ] à (réponse)
mettre [résultat] à ((nombre de départ) + (1))
mettre [résultat] à ((résultat) * (résultat))
ajouter à [résultat] ((-2) * (nombre de départ))
ajouter à [résultat] (-1)
dire (résultat) pendant (2) secondes
```

1. Décrire les étapes successives de ce programme de calcul par des phrases.
2. Quel résultat donne ce programme quand on choisit comme nombre de départ 7 ? Que remarque-t-on ?
3. On veut afficher un grand nombre de résultats de ce programme de calcul.
   a. Reproduire dans un tableur la feuille de calcul ci-dessous.

	A	B	C	D	E
1	Nombre de départ	Ajouter 1			
2	-10				
3	-9				
4	-8				
5	-7				
6	-6				
7	-5				
8	-4				
9	-3				
10	-2				
11	-1				
12	0				
13	1				
14	2				
15	3				
16	4				
17	5				
18	6				
19	7				
20	8				
21	9				
22	10				

   b. Compléter cette feuille avec les formules appropriées.
   c. Que permettent de conjecturer ces résultats ?
4. a. On note x le nombre de départ.
   Écrire une expression en fonction de x qui permet de calculer le résultat.
   b. Démontrer la conjecture faite à la question 3.c.

59 Des scripts puissants

Associer chacun des scripts ci-dessous au calcul qu'il permet d'effectuer.

a. 5^3 b. $(-5)^3$ c. 3^5 d. $(-3)^5$ e. 3^{-5} f. 5^{-3}

1.
```
quand [drapeau] cliqué
mettre [a] à (1)
répéter (5) fois
    mettre [a] à ((a) * (3))
dire (a) pendant (2) secondes
```

2.
```
quand [drapeau] cliqué
mettre [a] à (1)
répéter (5) fois
    mettre [a] à ((a) * (3))
dire ((1) / (a)) pendant (2) secondes
```

3.
```
quand [drapeau] cliqué
mettre [a] à (1)
répéter (3) fois
    mettre [a] à ((a) * (5))
dire ((1) / (a)) pendant (2) secondes
```

4.
```
quand [drapeau] cliqué
mettre [a] à (1)
répéter (3) fois
    mettre [a] à ((a) * (-5))
dire (a) pendant (2) secondes
```

5.
```
quand [drapeau] cliqué
mettre [a] à (1)
répéter (5) fois
    mettre [a] à ((a) * (-3))
dire (a) pendant (2) secondes
```

6.
```
quand [drapeau] cliqué
mettre [a] à (1)
répéter (3) fois
    mettre [a] à ((a) * (5))
dire (a) pendant (2) secondes
```

60 Carré magique

On a montré dans le problème 67 p. 47 que si a, b et c désignent trois entiers relatifs, alors le carré ci-dessous est un carré magique multiplicatif dont la constante est $(ab)^4c$.

1	bc	ab^3	a^3
a^3b	ab^2	c	b
ac	ab	a^2b	b^2
b^3	a^2	a	abc

Sur la feuille de calcul ci-dessous, on a commencé à remplir les formules permettant de générer des carrés magiques du même type que le carré magique précédent.

D2 fx =B1^3*B2

	A	B	C	D	E	F	G
1	a	-4		1			
2	b	5		-320			
3	c	6					
4							
5	constante						

1. Reproduire et compléter cette feuille de calcul dans un tableur.
2. Utiliser cette feuille de calcul pour donner trois nouveaux carrés magiques multiplicatifs.

Problèmes

Pour mieux cibler les compétences			
Chercher	71 72 73	Raisonner	62 70
Modéliser	70 74	Calculer	61 69
Représenter	76	Communiquer	62 67 72

61 Calculs et codes secrets

1. Effectuer les quatre calculs suivants. Chaque résultat sera donné sous la forme d'un entier.

a. $(-5+3)\times 2-(-17)$ **b.** $\dfrac{4\times(-3)\times 10}{-6\times 5\times 4}$

c. $2^4\times 5-(10-12)^2\times 15$ **d.** $\dfrac{3{,}2\times 10^4}{4\times 10^3}$

2. À chaque nombre correspond une lettre de l'alphabet : 1 → A, 2 → B, 3 → C…
Quel mot peut-on écrire avec les résultats des calculs précédents ?

62 Affirmations

Indiquer si chaque affirmation ci-dessous est correcte. Justifier la réponse.

1. « Si un produit comporte deux fois plus de facteurs négatifs que de facteurs positifs, alors ce produit est positif. »

2. « On choisit un nombre. On lui ajoute 2. On multiplie le résultat par –3 et enfin on ajoute 6 au résultat. On obtient alors un nombre négatif. »

63 Énigmes

1. Trouver deux nombres *a* et *b* tels que leur produit soit égal à 36 et leur somme soit égale à –15.

2. Quel est le signe de deux nombres *a* et *b* non nul si le quotient de *a* par *b* est positif et la somme de *a* et *b* est négative ?

64 Dilatation d'un rail

PC

La longueur de l'acier varie en fonction de la température extérieure.
Elle va diminuer avec une variation de température négative et s'allonger si la variation est positive.
On note ΔT et ΔL les variations de températures et de longueur.

Δ est une lettre grecque qui se lit « Delta ».

La variation de longueur de l'acier est donnée par la formule :

$$\Delta L = 12\times 10^{-6}\times L_0\times \Delta T$$

où L_0 est la longueur initiale de la barre d'acier.

Un rail en acier mesure 30 m de long en été sous une chaleur de 40° C.

• Quelle est la longueur de ce rail en hiver lorsque la température est de –20° C ?

65 Ça rebondit !

On laisse tomber une balle d'une hauteur de 1 m.
À chaque rebond, elle remonte des $\frac{3}{4}$ de la hauteur précédente. Arrondir au cm.

1. Quelle hauteur atteint la balle au 5^e rebond ? Au 10^e rebond ?

2. À partir de combien de rebonds la balle remontera-t-elle à moins de 10 cm ?

66 Produit négatif Prise d'initiative

Soit *n* un nombre entier.
Pour quelles valeurs de *n* l'expression $n(n-3)$ est-elle négative ?

67 Master Mind

LV

Using blue, green, yellow, red, pink, white, orange and violet pegs, you have to create your four-color code.

1. How many codes are available?

2. How many codes are available using four different colors?

68 Carré magique (1) Pour aller plus loin

On dit qu'un carré magique est un carré magique additif lorsque les sommes des nombres écrits sur chaque ligne, chaque colonne, chaque diagonale ont la même valeur appelée constante du carré magique.
Un carré magique multiplicatif est un carré magique qui utilise la multiplication au lieu de l'addition.
On peut construire un carré magique multiplicatif à partir d'un carré magique additif, en utilisant les nombres du carré magique additif comme puissances d'un entier fixé.

1. Vérifier que le carré suivant est un carré magique additif.

0	5	–2
–1	1	3
4	–3	2

2. Vérifier que le carré suivant est un carré magique multiplicatif et donner la constante à l'aide d'une puissance de 2.

2^0	2^5	2^{-2}
2^{-1}	2^1	2^3
2^4	2^{-3}	2^2

3. Expliquer pourquoi on passe si facilement du carré magique additif au carré magique multiplicatif.

69 Carré magique (2)

1. Vérifier que si a, b et c désignent trois nombres entiers relatifs alors le carré ci-dessous est un carré magique multiplicatif de constante $(ab)^4c$.

1	bc	ab^3	a^3
a^3b	ab^2	c	b
ac	ab	a^2b	b^2
b^3	a^2	a	abc

2. On veut construire un carré magique similaire en prenant $a = -2$; $b = -3$ et $c = 5$.

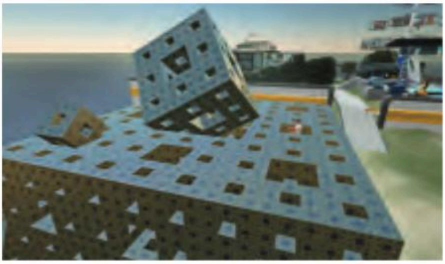
Écrire le carré obtenu à l'aide d'écritures décimales et donner la constante.

70 L'éponge de Menger

Prise d'initiative

PEAC

L'art fractal qui repose sur des théories mathématiques est très présent en architecture et dans l'art graphique.



L'éponge de Menger est un solide fractal sorti de l'imagination du mathématicien Karl Menger en 1926.
Réalisation de l'éponge de Menger :

- On part d'un cube.
- On le découpe en 27 cubes identiques.
- On supprime le cube central de chaque face ainsi que le cube du milieu.
- Dans chacun des cubes restants, on réitère l'opération.
- Et ainsi de suite…

Voici les premières étapes de constructions :

Départ **Étape 1** **Étape 2** **Étape 3**

1. a. De combien de petits cubes est composé le solide à l'étape 1 ? à l'étape 2 ? à l'étape 3 ?

b. Et à l'étape 6 ? à l'étape 10 ? Donner les résultats en écriture scientifique.

2. a. Le cube de départ fait 1 m de côté. Quel est le volume du solide en m^3 à l'étape 1 ? à l'étape 2 ? à l'étape 3 ? Donner les résultats arrondis à 10^{-3} près.

b. Et à l'étape 6 ? à l'étape 10 ? Donner les résultats arrondis à 10^{-3} près.
Quelle remarque peut-on faire sur le volume de ce solide ? Pouvait-on le prévoir ?

71 La légende de Sissa

Prise d'initiative

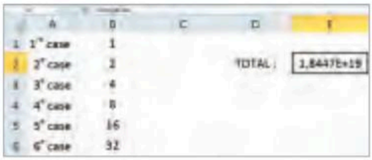
Cette légende se situe 3 000 ans av. J.-C.
Le roi Belkib (Indes) promit une récompense fabuleuse à qui lui proposerait une distraction qui le satisferait. Lorsque le sage Sissa lui présenta le jeu d'échecs, le souverain demanda à Sissa ce que celui-ci souhaitait en échange de ce cadeau extraordinaire.

Un échiquier a 64 cases.

Sissa demanda au prince de déposer un grain de blé sur la première case de l'échiquier, deux sur la deuxième, quatre sur la troisième, et ainsi de suite pour remplir l'échiquier en doublant la quantité de grain à chaque case.

Doc. 1

À l'aide d'un tableur, Mohamed a affiché le nombre total de grains de blé sur l'échiquier.



	A	B	C	D	E
1	1re case	1			
2	2e case	2		TOTAL :	1,8447E+19
3	3e case	4			
4	4e case	8			
5	5e case	16			
6	6e case	32			

Doc. 2

Masse du blé : 1 000 grains de blé pèsent environ 50 g.

Doc. 3

2014 a été une année record de production de blé dans le monde.

Partie du monde	Production (en millions de tonnes)
Europe et Russie	249,1
Amérique	99,3
Afrique	23,4
Asie	288,8
Océanie	27,3

Source : Conseil international des céréales.

1. a. Combien de grains de blé y a-t-il sur la 6e case de l'échiquier de Sissa ?

b. Quelle valeur est affichée dans la case B10 du tableur ? dans la case B64 ?

c. Quelle formule a été entrée dans la cellule E2 ?

2. Le roi Belkib a-t-il pu honorer sa promesse ? Justifier.

3. En prenant comme année de référence l'année 2014, combien de temps faudrait-il à l'ensemble du monde pour honorer la promesse du roi Belkib ?

Problèmes

72 Refroidissement éolien

Prise d'initiative

PC CIT

La sensation de froid est plus vive en présence de vent que par temps calme. C'est le refroidissement éolien. La température ressentie par le corps est donc souvent différente de la température mesurée.

Doc. 1 Formule

Les météorologues calculent la température ressentie (R_C) ou indice de refroidissement éolien pour un vent inférieur à 4,8 km/h avec la formule suivante : $R_C = T_C + 0{,}2(0{,}1345T_C - 1{,}52) \times V_{km/h}$ où T_C est la température en °C et V la vitesse du vent en km/h.

Doc.3 Risques sur la santé selon l'indice de refroidissement

$0 < R_C$	Sans risque de gelure ni d'hypothermie
$-10 < R_C \leqslant 0$	Faible risque de gelure
$-28 < R_C \leqslant -10$	Faible risque de gelure et d'hypothermie
$-40 < R_C \leqslant -28$	Risque modéré de gelure de la peau exposée et d'hypothermie en 10 à 15 min
$-48 < R_C \leqslant -40$	Risque élevé de gelure de la peau exposée et d'hypothermie en 5 à 10 min
$-55 < R_C \leqslant -48$	Risque très élevé de gelure de la peau exposée et d'hypothermie en 2 à 5 min
$R_C \leqslant -55$	Risque extrêmement élevé de gelure en moins de 2 min et d'hypothermie

1. Pourquoi parle-t-on d'indice de refroidissement éolien pour la température ressentie ?
2. Louis est guide de haute-montagne et prépare une randonnée dans le massif du Mont-Blanc.
La météo annonce pour cette journée, au niveau de l'aiguille du Midi, une température de –35 °C le matin, –25 °C l'après-midi avec un vent de 4,7 km/h.
À quel risque s'expose-t-il sur cette journée ?

73 Mouvements des plaques

Prise d'initiative

SVT

Alfred Wegener, scientifique du début du XX^e siècle, **suggère** que les continents étaient réunis en un supercontinent, appelé Pangée, il y a plus de 200 millions d'années.

Ce n'est qu'en 1967 que des scientifiques proposeront « **La théorie de la tectonique des plaques** ». Les connaissances concernant la structure interne du globe leur permettent alors d'émettre des hypothèses concernant les mécanismes intervenant dans le déplacement des plaques.

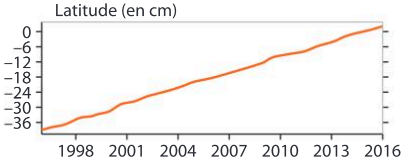
L'utilisation du GPS permet actuellement de **mesurer le déplacement des plaques** au millimètre près, grâce aux satellites qui déterminent la position exacte de différents points à différents moments.

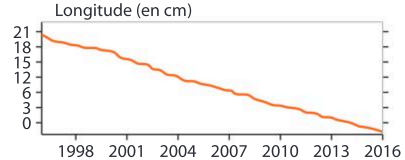
Doc. 1

- Pour la latitude, un déplacement vers le Nord est repéré par un nombre positif alors qu'un déplacement vers le Sud est repéré par un nombre négatif.
- Pour la longitude, un déplacement vers l'Est est repéré par un nombre positif alors qu'un déplacement vers l'Ouest est repéré par un nombre négatif.

On aura donc des vitesses de déplacement positives ou négatives.

Doc. 2 Relevés de la station REYK en Islande

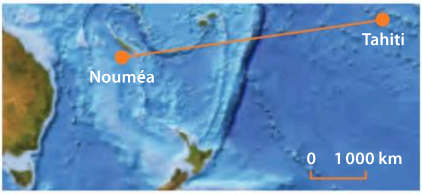




Doc. 3 Notes

- Si deux plaques s'éloignent, on dit que les plaques sont divergentes. Au contraire, si elles se rapprochent, on dit que les plaques sont convergentes.
- Les vitesses de déplacement positives indiquent un mouvement de divergence entre deux stations, alors que les vitesses négatives indiquent un mouvement de convergence entre deux stations.

Doc. 4 Mesure GPS entre Nouméa et Tahiti



Vitesse de déplacement : –7,2 cm/an.

1. Calculer les vitesses de déplacement en latitude puis en longitude de la plaque où se situe la station REYK sur la période étudiée.
Préciser la direction vers laquelle se déplace cette plaque.
2. a. Comment peut-on décrire le mouvement relatif des plaques de Nouméa et de Tahiti ?
b. Calculer la distance qui séparera la station Nouméa et la station Tahiti dans 20 millions d'années en considérant que la vitesse du déplacement reste constante.

Brevet

74 Canal du Midi

Durant un parcours sur le canal du Midi partant de l'écluse de Renneville jusqu'à l'écluse de Gay, on a relevé les hauteurs de chaque écluse franchie depuis le départ dans la feuille de calcul ci-dessous.
Les hauteurs franchies de manière ascendante sont notées positivement ; celles de manière descendante négativement.

1. Quelle formule doit-on saisir en L4 pour obtenir le dénivelé* total du parcours ?
2. Quelle est la valeur du dénivelé du parcours ?
3. Le parcours est-il, globalement, ascendant ou descendant ?

*Le dénivelé du parcours représente la différence de niveau de hauteur entre les écluses.

D'après DNB Amérique du Nord, 2014.

75 Qui a raison ?

On a posé à Noa et à Paolo la question suivante :
« Est-il vrai que, pour n'importe quelle valeur du nombre x, on a $5x^2 - 10x + 2 = 7x - 4$? »
Paolo : « Oui, c'est vrai. En effet, si je remplace x par 3, les résultats sont égaux. »
Noa : « Non, ce n'est pas vrai. En effet, si je remplace x par –2 les résultats ne sont pas égaux. »

1. Vérifier les affirmations de Paolo et de Noa.
2. Une seule des deux affirmations contient un argument qui permet de répondre de façon correcte à l'exercice. Indiquer laquelle en expliquant pourquoi.

D'après DNB La Réunion, 2010.

76 Différentes écritures d'un nombre

On donne l'expression numérique :

$$A = 2 \times 10^2 + 10^1 + 10^{-1} + 2 \times 10^{-2}.$$

1. Quel est le chiffre des unités de ce nombre ?
2. Donner l'écriture décimale de ce nombre.
3. Donner l'écriture scientifique de ce nombre.
4. Écrire A sous la forme du produit d'un entier par une puissance de 10.
5. Écrire ce nombre sous la forme d'une somme d'un entier et d'une fraction irréductible inférieure à 1.

D'après DNB Liban, 2009.

77 Les déchets

CIT

En 2012, la France comptait environ 65 000 000 d'habitants. Cette même année, l'ensemble des ménages français a produit 30 millions de tonnes de déchets.

- Est-il vrai que, cette année-là, un habitant en France produisait un peu plus de 1 kg de déchets par jour ?

78 On double !

Elsa observe au microscope, à midi, une cellule de bambou. Au bout d'une heure, la cellule s'est divisée en deux. On a alors deux cellules. Au bout de deux heures, ces deux cellules se sont divisées en deux.
Elsa note toutes les heures les résultats de ses observations.

- À quelle heure notera-t-elle, pour la première fois, plus de 200 cellules ?

D'après DNB Amérique du Nord, 2012.

79 Distance Terre-Soleil

La vitesse de la lumière est 300 000 km/s.

1. La lumière met $\frac{1}{75}$ de secondes pour aller d'un satellite à la Terre.
   Calculer la distance séparant le satellite de la Terre.
2. La lumière met environ 8 minutes et 30 secondes pour nous parvenir du Soleil. Calculer la distance de la Terre au soleil.
   Donner le résultat en écriture scientifique.

D'après DNB Amérique du Nord, 2011.

80 Rover Curiosity

Prise d'initiative

Lancé le 26 novembre 2011, le Rover Curiosity de la Nasa est chargé d'analyser la planète Mars.
Il a atterri sur la planète rouge le 6 août 2012, parcourant ainsi une distance d'environ 560 millions de kilomètres en 255 jours.

1. Quelle a été la durée du vol ?
2. Calculer la vitesse moyenne du Rover en km/h en arrondissant à la centaine près.
3. Via le satellite Mars Odissey, les images prises et envoyées par le Rover ont été retransmises au centre de la Nasa.
   Les premières images ont été émises de Mars à 7 h 48 min le 6 août 2012. La distance parcourue par le signal a été de 248×10^6 km à une vitesse moyenne de 300 000 km/s environ (vitesse de la lumière).
   À quelle heure ces premières images sont-elles parvenues au centre de la Nasa ? On arrondira le résultat à la minute près.

D'après DNB Pondichéry, 2013.

Travailler autrement

Utilisable en AP

À chacun sa méthode !

Deux énoncés pour un exercice

Exercice 1

Calculer les expressions suivantes.

$A = 10 \times 3^2$

$B = -5^2 + (2 + 8)^3$ $\qquad C = \dfrac{-2 \times 10^3}{50}$

Exercice 2

Un professeur choisit trois nombres entiers relatifs consécutifs rangés dans l'ordre croissant.
Sofiane calcule le produit du troisième nombre par le double du premier.
Jeanne calcule le carré du deuxième nombre, puis elle ajoute 2 au résultat obtenu.

1. Sofiane a écrit le calcul $-3 \times 2 \times (-5)$.
Jeanne a écrit le calcul $(-4)^2 + 2$.
   a. Effectuer les calculs précédents.
   b. Quels sont les trois nombres entiers choisis par ce professeur ?
2. Ce professeur choisit maintenant trois nouveaux nombres entiers consécutifs. Sofiane et Jeanne obtiennent alors tous les deux le même résultat.
   a. Le professeur a-t-il pu choisir -6 comme 2^e nombre ?
   b. Le professeur a-t-il pu choisir -2 comme 2^e nombre ?

Exercice 1

Calculer les expressions suivantes.

$A = 10 \times (-3)^2 - (-5) \times 10$

$B = -5^2 + (2 + 8)^3 + 5 \times 10^{-1}$ $\qquad C = \dfrac{6{,}4 \times 10^3 \times 10^2}{8 \times 10^4}$

Exercice 2

Un professeur a choisi trois nombres entiers relatifs consécutifs rangés dans l'ordre croissant. Sofiane calcule le produit du troisième nombre par le double du premier.
Jeanne calcule le carré du deuxième nombre, puis elle ajoute 2 au résultat obtenu.
Sofiane et Jeanne obtiennent alors tous les deux le même résultat.

a. Le professeur a-t-il pu choisir -6 comme 2^e nombre ?
b. Le professeur a-t-il pu choisir -2 comme 2^e nombre ?

Écriture d'un énoncé

NOMBRES CROISÉS

	I	II	III	IV	V
A				■	
B	■				
C		■			■
D				■	
E			■		

Horizontalement

A $120 - 480 - (-1) - 2$
B $4 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 8 \times 10^1 + 5$
C $-10 \times 5 + 9^2$
D $21\,000 \times 10^{-2}$
E 360×2^{-3} ; $-\dfrac{-120}{-3}$

Verticalement

I $(3 \times 10)^2 + 6 \times 2^2$
II $(-2)^6$; Produit de la différence de 2 et 5 par la somme de -1 et -4
III $1{,}23 \times 10^3$
IV 3^4
V -5^2 ; $\dfrac{1}{10^{-1}}$

1. Recopier et compléter la grille de nombres croisés ci-dessus.
2. Créer en groupe une autre grille et ses indices.
Donner la grille non remplie à un autre groupe ainsi que ses indices afin qu'il puisse la compléter.

Analyse d'une production

Voici un exercice avec trois calculs.

$A = -3^2 - 2 \times 5^3$ $\qquad B = (7 - 2 \times 4)^{23}$

$C = \dfrac{-7 \times (-3)^2 + (2 - 3)^{17}}{-24}$

Cet exercice est noté sur 6 points et chaque calcul est noté sur le même nombre de points. Marius a obtenu la note de 2 sur 6.

1. Combien a-t-il donné de réponses fausses ?
2. Les réponses de Marius sont les suivantes :

$A = -3^2 - 2 \times 5^3 = -9 - 10^3 = -9 + 1\,000 = 991$

$B = (7 - 2 \times 4)^{23} = (7 - 8)^{23} = (-1)^{23} = -1$

$C = \dfrac{-7 \times (-3)^2 + (2 - 3)^{17}}{-24} = \dfrac{-7 \times 9 + (-1)^{17}}{-8} = \dfrac{-63 + 1}{-8} = \dfrac{-62}{-8} = 7{,}75$

- En examinant de près les trois réponses données par Marius et sans effectuer de calculs, indiquer quelles sont les réponses fausses et corriger les erreurs.

CHAPITRE 3

Ta mission

Calculer avec des fractions et découvrir les fractions irréductibles.

Fractions

Jeux

L'agent 003 a été victime d'une machine à remonter le temps. Pour échapper aux dinosaures et traverser la porte du temps, il doit rapidement trouver le code.

- Aider-le.

INFOS

La **notation fractionnaire avec la barre** est un héritage des Arabes. Le perse Abu'l-Wafa (940-998) fut l'un des premiers à accorder le statut de nombre à tout rapport de grandeurs. Il trouva comment partager un carré en trois carrés de même aire (ce qu'on appelle « la trisection du carré »).

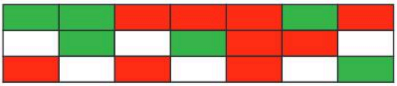
Décor mural de la mosquée d'Ispahan (Iran, X^e siècle).

Activités

Questions flash

1. Avec quel(s) nombre(s) peut-on compléter les égalités suivantes ?
a. $4 \times \ldots = 10$ **b.** $-5 \times \ldots = 15$ **c.** $-7 \times \ldots = -15$

2. Quelle fraction de la figure suivante est coloriée en blanc ? en rouge ? en vert ?



• Que vaut la somme de ces trois fractions ?

3. a. Donner cinq fractions égales à $\frac{18}{12}$.

b. Donner trois fractions égales à $\frac{-3}{21}$.

4. Vrai ou faux ?
a. Le tiers d'un sixième est égal à un neuvième.
b. $\frac{16}{4}$ est un nombre décimal.
c. $96\ \% = \frac{24}{25}$.

Activité 1 — Familles de nombres

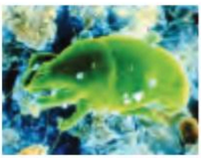
Manon et Jade se demandent s'il est possible de classer tous les nombres qu'elles ont rencontrés au collège en « familles ». Elles se souviennent qu'à l'école primaire, elles utilisaient des nombres très simples mais que cela s'est compliqué au collège !
Voici une liste de nombres :

8	-5	10	$5{,}4$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{3}$	$\sqrt{2}$	$-8{,}95$	$\frac{-5}{7}$	π	$\sqrt{16}$	$\frac{7{,}5}{3{,}5}$	$\frac{-11}{17}$	$\sqrt{20{,}25}$

1. Manon propose de les ranger dans cinq sacs différents. Quel nom peut-elle écrire sur chacune des étiquettes ?

2. Jade fait remarquer que ce rangement pose problème, car certains nombres peuvent être dans plusieurs sacs ; elle suggère donc d'utiliser des boites imbriquées comme ci-contre.
Reproduire ces rectangles, puis placer les nombres à l'intérieur.

Activité 2 — Les acariens



Pour leur travaux pratiques de SVT, les élèves d'une classe de troisième doivent observer des acariens au microscope et exprimer leur taille en millimètres à l'aide d'une **fraction**. Joan a mesuré la taille de deux acariens et a trouvé $\frac{1}{4}$ mm et $\frac{1}{5}$ mm.
Son professeur lui demande de chercher un troisième acarien dont la taille, en fraction de millimètre, serait comprise entre celles des deux premiers.

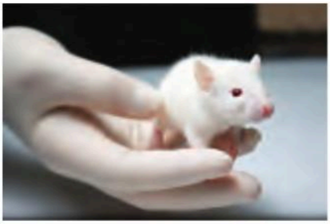
Joan lui dit : « C'est impossible, car il n'existe pas de fraction comprise entre $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{5}$ ».

Naomie répond : « Tu te trompes, car la taille de l'acarien que je viens d'observer est exactement la moyenne de $\frac{1}{4}$ et de $\frac{1}{5}$ de millimètre. »

Mehdi ajoute : « D'ailleurs, on peut toujours intercaler une fraction entre deux autres ! »

- Qui a raison ? Justifier.

Tester un vaccin — Activité 3



1. Dans un laboratoire A, pour tester le vaccin contre la grippe de la saison hivernale prochaine, on a injecté la même souche de virus à 7 groupes comportant 23 souris chacun. 5 de ces groupes avaient été préalablement vaccinés contre ce virus.
   Quelques jours plus tard, on remarque que :
   - dans chacun des deux groupes de souris non vaccinées, 19 souris ont développé la maladie ;
   - dans les cinq groupes de souris vaccinées, aucune souris n'est malade.

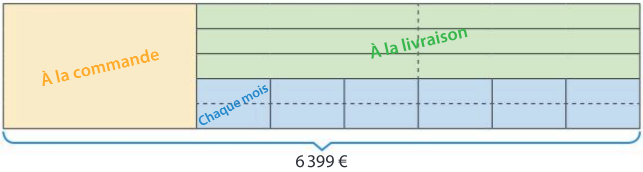
   a. Écrire la proportion de souris malades lors de ce test sous la forme d'une fraction en détaillant les calculs au numérateur et au dénominateur.
   b. Peut-on simplifier cette fraction ? Justifier sans utiliser la calculatrice.

2. Dans un laboratoire B, la seule information dont on dispose est que $\frac{126}{690}$ des souris ont été malades.
   a. Pourquoi cette fraction est-elle simplifiable ?
   b. Décrire une méthode permettant, sans utiliser la calculatrice, d'être sûr d'obtenir cette proportion sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

Achat d'une voiture — 4e — Activité 4

Romain décide de s'acheter une voiture qui coute 6 399 €. Il paye un tiers du prix à la commande, puis les trois cinquièmes de ce qui reste à la livraison. La somme restante sera versée en six mensualités de valeur égale.

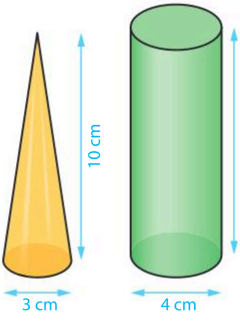
- Quel sera le montant de chaque mensualité ?



Un cône dans un cylindre — 4e — Activité 5 — Prise d'initiative

Tim affirme qu'en plongeant entièrement le cône ci-dessous dans le cylindre rempli d'eau, il restera exactement les treize seizièmes d'eau dans le cylindre.

- A-t-il raison ?



Cours

1 Déterminer la forme irréductible d'une fraction

Vidéo

Définition

Un nombre **rationnel** est un nombre qui peut s'écrire comme une fraction, c'est-à-dire sous la forme $\frac{p}{q}$ où p et q sont des entiers relatifs ($q \neq 0$).

- Les nombres entiers, les nombres décimaux et les fractions sont des nombres rationnels.
- Il existe des nombres qui ne sont pas rationnels. Par exemple : π et $\sqrt{2}$, qui ne peuvent pas s'écrire sous forme de fraction.

Propriétés 4e

- Un quotient ne change pas si l'on multiplie ou si l'on divise son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.
  a, b et k désignent trois nombres ($b \neq 0$ et $k \neq 0$). $\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$ et $\frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$
- a, b, c et d désignent des nombres relatifs ($b \neq 0$ et $d \neq 0$).
  Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, alors $ad = bc$. Si $ad = bc$, alors $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Exemples

$\frac{3,1}{7} = \frac{3,1 \times 10}{7 \times 10} = \frac{31}{70}$

$\frac{18}{30} = \frac{18 \div 6}{30 \div 6} = \frac{3}{5}$

On veut savoir si les fractions $\frac{20}{37}$ et $\frac{220}{407}$ sont égales.
On calcule les « produits en croix » :
$20 \times 407 = 8\,140$ et $220 \times 37 = 8\,140$.
Les produits en croix sont égaux, donc les fractions sont égales :
$\frac{20}{37} = \frac{220}{407}$

Définition

a et b désignent deux entiers relatifs ($b \neq 0$).
On dit que la fraction $\frac{a}{b}$ est **irréductible** si le seul diviseur positif commun à a et b est égal à 1.

Exemple

$\frac{5}{8}$ est une fraction irréductible : le seul diviseur positif commun à 5 et 8 est 1.

Méthode

a et b désignent deux entiers relatifs ($b \neq 0$). Pour rendre la fraction $\frac{a}{b}$ irréductible, on peut :
- simplifier la fraction $\frac{a}{b}$ en plusieurs étapes, jusqu'à ce qu'on ne puisse plus la simplifier ;

ou
- décomposer le numérateur et le dénominateur en produits de facteurs premiers puis simplifier.

Exemple

On cherche la forme irréductible de $\frac{24}{36}$.

$\frac{24}{36} = \frac{24 \div 2}{36 \div 2} = \frac{12}{18} = \frac{12 \div 2}{18 \div 2} = \frac{6}{9} = \frac{6 \div 3}{9 \div 3} = \frac{2}{3}$ ou $\frac{24}{36} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 3}{2 \times 2 \times 3 \times 3} = \frac{2}{3}$

Savoir-faire

Apprends à l'aide des exercices résolus puis entraine-toi !

1 Déterminer la forme irréductible d'une fraction

1 Les fractions suivantes sont-elles égales ?

a. $\frac{48}{42}$ et $\frac{8}{7}$ b. $\frac{4}{3}$ et $\frac{32}{21}$ c. $\frac{168}{42}$ et $\frac{60}{15}$

Solution

Pour savoir si deux fractions sont égales, on peut chercher si le numérateur et le dénominateur ont été multipliés (ou divisés) par un même nombre.

a. $48 = 8 \times 6$ et $42 = 7 \times 6$ donc $\frac{48}{42} = \frac{8}{7}$.

b. $4 \times 8 = 32$ et $3 \times 7 = 21$ donc $\frac{4}{3} \neq \frac{32}{21}$.

c. On peut également chercher si les « produits en croix » sont égaux :

$168 \times 15 = 2\,520$ et $60 \times 42 = 2\,520$ donc $\frac{168}{42} = \frac{60}{15}$.

2 Les fractions suivantes sont-elles égales ?

a. $\frac{8}{11}$ et $\frac{40}{66}$ b. $\frac{56}{32}$ et $\frac{14}{8}$ c. $\frac{100}{35}$ et $\frac{20}{5}$ d. $\frac{359}{66}$ et $\frac{425}{78}$

3 Donner la forme irréductible des fractions suivantes.

a. $\frac{-615}{45}$ b. $\frac{126}{72}$ c. $-\frac{525}{405}$ d. $\frac{-720}{-3\,150}$

Solution

- **1re méthode :** on simplifie la fraction par étapes, par divisions successives du numérateur et du dénominateur.

a. $\frac{-615}{45} = -\frac{615 \div 3}{45 \div 3} = -\frac{205}{15} = -\frac{205 \div 5}{15 \div 5} = -\frac{41}{3}$

b. $\frac{126}{72} = \frac{126 \div 9}{72 \div 9} = \frac{14}{8} = \frac{14 \div 2}{8 \div 2} = \frac{7}{4}$

Pense à utiliser les critères de divisibilité.

- **2e méthode :** on décompose le numérateur et le dénominateur en produits de facteurs premiers.

c. $-\frac{525}{405} = -\frac{3 \times 5 \times 5 \times 7}{3 \times 3 \times 5 \times 9} = -\frac{5 \times 7}{3 \times 9} = -\frac{35}{27}$

d. $\frac{-720}{-3\,150} = \frac{2^4 \times 3^2 \times 5}{2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7} = \frac{2^3}{5 \times 7} = \frac{8}{35}$

4 Donner la forme irréductible des fractions suivantes.

a. $\frac{315}{60}$ b. $-\frac{140}{224}$ c. $\frac{586}{42}$ d. $\frac{1\,764}{-448}$

Cours

4e 2 Additionner et soustraire des fractions Vidéo

Règle

Pour **additionner (ou soustraire) deux fractions** :

- si elles n'ont pas le même dénominateur, on doit d'abord les écrire avec le même dénominateur.

Puis :

- on additionne (ou on soustrait) les numérateurs ;
- on garde le dénominateur commun.

a, *b* et *c* désignent trois nombres relatifs ($c \neq 0$). $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$ $\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$

Exemples

On veut calculer $\frac{5}{2} + \frac{3}{7}$.

On écrit les deux fractions avec le même dénominateur, ici un multiple commun à 2 et 7.

$$\frac{5}{2} + \frac{3}{7} = \frac{5\times 7}{2\times 7} + \frac{3\times 2}{7\times 2} = \frac{35}{14} + \frac{6}{14} = \frac{41}{14}$$

On veut calculer $\frac{3}{4} - \frac{11}{6}$.

On écrit les deux fractions avec un même dénominateur, ici 12.

$$\frac{3}{4} - \frac{11}{6} = \frac{3\times 3}{4\times 3} - \frac{11\times 2}{6\times 2} = \frac{9}{12} - \frac{22}{12} = \frac{9-22}{12} = \frac{-13}{12}$$

4e 3 Multiplier des fractions Vidéo

Règle

Pour **multiplier deux fractions** :

- on multiplie les numérateurs entre eux ;
- on multiplie les dénominateurs entre eux.

a, *b*, *c* et *d* désignent quatre nombres ($b \neq 0$ et $d \neq 0$). $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

Exemples

$$\frac{3}{8} \quad \frac{-1}{4} \quad \frac{3\times(-1)}{8\times 4} \times \frac{-3}{32} = \qquad =$$

$$\frac{24\times 56}{28\times 18} = \frac{6\times 4\times 8\times 7}{4\times 7\times 3\times 6} = \frac{8}{3}$$

Cette règle s'applique aussi pour multiplier un entier par une fraction.

Exemple

$$3 \times \frac{2}{7} \quad \frac{-3}{1} \times \frac{2}{7} \quad \frac{-3\times 2}{7} - \frac{-6}{7} = \qquad = \qquad =$$

Règle

Pour calculer une fraction d'un nombre (ou d'une quantité), on multiplie la fraction par ce nombre (ou par cette quantité).

Exemples

Lilia a mangé les $\frac{2}{5}$ d'un paquet de 300 g de biscuits.

$$\frac{2}{5} \times 300 = \frac{2\times 300}{5} = \frac{600}{5} = 120$$

Elle a mangé 120 g de biscuits.

Esteban a dépensé les $\frac{2}{7}$ des $\frac{3}{5}$ de son argent de poche pour acheter un cadeau à son petit frère.

$$\frac{2}{7} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{2\times 3}{7\times 5} \times \frac{6}{35} = \qquad =$$

Il a dépensé les $\frac{6}{35}$ de son argent de poche pour le cadeau.

Savoir-faire

2 Additionner et soustraire des fractions

5 Calculer $A = \frac{7}{10} - \frac{3}{5} + \frac{-2}{25}$.

Solution

On cherche un multiple commun à 10 ; 5 et 25 : ici 50.

$A = \frac{7}{10} - \frac{3}{5} + \frac{-2}{25} = \frac{7 \times 5}{10 \times 5} - \frac{3 \times 10}{5 \times 10} + \frac{-2 \times 2}{25 \times 2}$

$A = \frac{35}{50} - \frac{30}{50} + \frac{-4}{50} = \frac{1}{50}$

Il n'y a que des additions et des soustractions, le calcul s'effectue de gauche à droite.

6 Calculer.

$B = \frac{-3}{8} - \frac{5}{12}$ $\qquad C = \frac{-5}{12} + \frac{7}{18}$

$D = \frac{-7}{6} - \frac{11}{12} + \frac{5}{9}$ $\qquad E = \left(\frac{5}{32} + \frac{3}{16}\right) - \left(\frac{7}{8} - \frac{1}{12}\right)$

3 Multiplier des fractions

7 Calculer $F = -8 \times \frac{9}{5}$ $\qquad G = \frac{-15}{36} \times \frac{9}{-35} \times \frac{-24}{21}$

et $H = \frac{-7}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{11}{4}$.

Solution

- $F = \frac{-8}{1} \times \frac{9}{5} = \frac{-72}{5}$.
- Pour calculer G, on cherche le signe du résultat (négatif ici) puis on décompose chaque facteur positif pour simplifier avant d'effectuer les produits.

$G = -\frac{3 \times 5 \times 3^2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3}{2 \times 2 \times 3^2 \times 5 \times 7 \times 3 \times 7}$

$G = -\frac{2 \times 3}{7 \times 7} = -\frac{6}{49}$

- $H = \frac{-7}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{11}{4} = \frac{-7}{5} - \frac{33}{20} = \frac{-28}{20} - \frac{33}{20} = \frac{-61}{20}$.

La multiplication est prioritaire sur la soustraction.

8 Calculer.

$I = \frac{-5}{4} \times 7$ $\qquad J = \frac{4}{11} \times \frac{-2}{3}$

$K = \frac{-48}{25} \times \frac{15}{-42}$ $\qquad L = \frac{-15}{28} \times \frac{9}{-5} \times \frac{21}{27}$

9 Calculer.

$M = \frac{-1}{2} + \frac{7}{4} \times \frac{5}{9}$ $\qquad N = \frac{-5}{3} \times \left(\frac{-4}{7} - \frac{-9}{28}\right)$

$P = \left(\frac{2}{7} - \frac{3}{14}\right) \times \left(\frac{-5}{6} - \frac{2}{9}\right)$

10 Benjamin a mangé les $\frac{2}{5}$ d'un gâteau de 200 g et Lucas a mangé un quart du reste.

a. Quelle fraction du gâteau a mangée Lucas ?

b. Quelle masse de gâteau cela représente-t-il ?

Solution

Puisque Benjamin a mangé les $\frac{2}{5}$ du gâteau, il en restait $\frac{3}{5}$.

a. $\frac{1}{4} \quad \frac{3}{5} \times \frac{3}{20} =$ donc Lucas a mangé les $\frac{3}{20}$ du gâteau.

b. $\frac{3}{20} \times 200 = 30$ donc Lucas a mangé 30 g de gâteau.

11 Coraline a dépensé les $\frac{2}{7}$ de 140 € pour acheter un jean et un tiers du reste pour un pull.

- Quelle fraction de sa somme d'argent de départ représente le prix du pull ? Calculer ce prix.

4 Diviser par une fraction Vidéo

Définition et propriété 4e

a et *b* désignent des nombres relatifs non nuls.

- Deux nombres relatifs non nuls sont **inverses** l'un de l'autre si leur produit est égal à 1.
- L'**inverse** du nombre *a* est le nombre $\frac{1}{a}$; l'**inverse** du nombre $\frac{a}{b}$ est le nombre $\frac{b}{a}$.

Exemples

4 et 0,25 sont inverses car $4 \times 0{,}25 = 1$.

$-0{,}01$ et -100 sont inverses car $-0{,}01 \times (-100) = 1$.

L'inverse de -3 est $\frac{1}{-3}$, c'est-à-dire $\frac{-1}{3}$ ou $-\frac{1}{3}$.

L'inverse de $\frac{5}{7}$ est $\frac{7}{5}$.

Règle 4e

Diviser par un nombre relatif non nul revient à multiplier par son inverse.
a, *b*, *c* et *d* désignent des nombres relatifs ($b \neq 0$, $c \neq 0$ et $d \neq 0$) :

$$a \div b = a \times \frac{1}{b} \qquad\qquad \frac{a}{b} \quad \frac{c}{d} \div \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}.$$

Exemples

$6 \div 0{,}5 = 6 \div \frac{1}{2} = 6 \times \frac{2}{1} = 6 \times 2 = 12$

$\frac{2}{9} \div \frac{-3}{7} = \frac{2}{9} \times \frac{7}{-3} = \frac{2 \times 7}{9 \times (-3)} = \frac{14}{-27} = -\frac{14}{27}$

Règle

On peut également utiliser l'écriture fractionnaire pour noter la division.

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} \qquad (b \neq 0,\ c \neq 0 \text{ et } d \neq 0)$$

Exemples

$\frac{\frac{-6}{11}}{7} = \frac{-6}{11} \div 7 = \frac{-6}{11} \times \frac{1}{7} = \frac{-6}{77}$

$\frac{\frac{7}{3}}{\frac{-4}{5}} = \frac{7}{3} \div \frac{-4}{5} = \frac{7}{3} \times \frac{5}{-4} = -\frac{35}{12}$

! Il ne faut pas confondre la notation $\frac{a}{\frac{b}{c}}$ et $\frac{\frac{a}{b}}{c}$.

Exemples

$\frac{5}{\frac{-3}{8}} = 5 \div \frac{-3}{8} = 5 \times \frac{8}{-3} = -\frac{40}{3}$

$\frac{\frac{5}{-3}}{8} = \frac{5}{-3} \div 8 = \frac{5}{-3} \times \frac{1}{8} = -\frac{5}{24}$

Savoir-faire

Apprends à l'aide des exercices résolus puis entraine-toi !

4 Diviser par une fraction

12 Déterminer les inverses des nombres :

a. 0,1 **b.** −0,2 **c.** 7 **d.** $\frac{-3}{8}$

Solution

Le produit d'un nombre par son inverse est égal à 1, donc :

a. l'inverse de 0,1 est 10, car 0,1 × 10 = 1 ;

b. l'inverse de −0,2 est −5, car −0,2 × (−5) = 1 ;

c. l'inverse de 7 est $\frac{1}{7}$, car $\frac{1}{7}$ $7 \times ;\ = 1$

d. l'inverse de $\frac{-3}{8}$ est $\frac{8}{-3}$, car $\frac{-3}{8} \times \frac{8}{-3} = \frac{-24}{-24} = 1$.

13 Calculer $A = 4 \div \frac{-7}{5}$

et $B = \frac{-11}{9} \div \frac{-8}{5}$.

Solution

On transforme la division en une multiplication en remplaçant la deuxième fraction par son inverse.

$$A = 4 \div \frac{-7}{5} = 4 \times \frac{5}{-7} = \frac{4 \times 5}{-7} = \frac{20}{-7} = -\frac{20}{7}$$

$$B = \frac{-11}{9} \div \frac{-8}{5} = \frac{-11}{9} \times \frac{5}{-8} = \frac{-11 \times 5}{9 \times (-8)} = \frac{55}{72}$$

Attention aux signes !

14 Calculer.

$$C = \frac{\frac{-5}{7}}{8} \qquad D = \frac{-5}{\frac{7}{8}} \qquad E = \frac{\frac{-14}{25}}{\frac{-21}{15}}$$

$$F = \frac{-9}{5} + \frac{7}{15} \div \frac{-21}{20}$$

Solution

On remplace le trait principal de fraction au niveau du signe d'égalité par une division.

$$C = \frac{\frac{-5}{7}}{8} = \frac{-5}{7} \div 8 = \frac{-5}{7} \times \frac{1}{8} = \frac{-5}{56}$$

$$D = \frac{-5}{\frac{7}{8}} = -5 \div \frac{7}{8} = -5 \times \frac{8}{7} = -\frac{40}{7}$$

$$E = \frac{\frac{-14}{25}}{\frac{-21}{15}} = \frac{-14}{25} \div \frac{-21}{15} = \frac{-14}{25} \times \frac{15}{-21} = \frac{2 \times 7 \times 3 \times 5}{5 \times 5 \times 3 \times 7} = \frac{2}{5}$$

$$F = \frac{-9}{5} + \frac{7}{15} \div \frac{-21}{20} = \frac{-9}{5} + \frac{7}{15} \times \frac{20}{-21}$$

$$F = \frac{-9}{5} - \frac{7 \times 4 \times 5}{3 \times 5 \times 7 \times 3} = \frac{-9}{5} - \frac{4}{9}$$

$$F = \frac{-81}{45} \quad \frac{20}{45} - \frac{-101}{45}$$

La division est prioritaire sur l'addition.

15 Déterminer les inverses des nombres suivants :

a. −0,04 **b.** 3,5 **c.** −8 **d.** $\frac{11}{7}$

16 Calculer.

$$G = -5 \div \frac{4}{3} \qquad H = -11 \div \frac{-3}{7}$$

$$I = \frac{8}{-5} \div \frac{1}{6} \qquad J = -\frac{15}{14} \div \frac{5}{24}$$

17 Calculer.

$$K = \frac{\frac{-3}{8}}{15} \qquad L = \frac{-3}{\frac{8}{15}}$$

$$M = \frac{\frac{12}{-11}}{\frac{18}{55}} \qquad N = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{-6}{20}}$$

18 Calculer.

$$P = \frac{-9}{7} \times \frac{-28}{3} \div \frac{6}{15}$$

$$R = \frac{-3}{25} + \frac{-24}{15} \div \frac{21}{-35}$$

$$S = \frac{-2}{3} \times \frac{6}{8} - \frac{3}{4} \div \frac{1}{-2}$$

Exercices

2 pages d'exercices supplémentaires dans le manuel numérique

Déterminer la forme irréductible d'une fraction

Savoir-faire p. 55

Questions flash diapo

19 Les fractions suivantes sont-elles égales ? Justifier la réponse sans utiliser la calculatrice.

a. $\frac{45}{24}$ et $\frac{15}{8}$ **b.** $\frac{7}{15}$ et $\frac{28}{50}$ **c.** $\frac{33}{27}$ et $\frac{11}{8}$

20 Dans chaque cas, sans utiliser la calculatrice, justifier que la fraction n'est pas irréductible.

a. $\frac{145}{375}$ **b.** $\frac{153}{450}$ **c.** $\frac{7\,456}{6\,542}$ **d.** $\frac{3\,534}{2\,511}$

21 **Vrai ou faux ?**

1. Si on divise le numérateur et le dénominateur d'une fraction par un diviseur commun, alors on obtient une fraction irréductible.

2. Si le numérateur et le dénominateur d'une fraction sont pairs, alors la fraction n'est pas irréductible.

3. Si le numérateur et le dénominateur d'une fraction sont impairs, alors la fraction est irréductible.

22 Recopier et compléter avec le signe = ou ≠.

$\frac{134}{76} \dots \frac{45}{26}$ $\frac{325}{15} \dots \frac{260}{12}$

$\frac{93}{-168} \dots \frac{-155}{280}$ $\frac{784}{457} \dots \frac{219}{128}$

23 Utiliser les critères de divisibilité pour rendre irréductible chacune des fractions suivantes.

a. $\frac{55}{150}$ **b.** $-\frac{124}{80}$ **c.** $\frac{84}{72}$ **d.** $\frac{-52}{88}$

24 Utiliser la calculatrice pour rendre irréductibles les fractions suivantes.

a. $\frac{644}{119}$ **b.** $\frac{-2\,418}{-1\,488}$ **c.** $\frac{2\,145}{4\,862}$ **d.** $\frac{-60\,775}{234\,700}$

25 **1.** Décomposer 135 et 225 en produits de facteurs premiers, puis utiliser cette décomposition pour simplifier la fraction $\frac{225}{135}$.

2. Utiliser la même méthode pour simplifier les fractions suivantes.

a. $\frac{105}{126}$ **b.** $\frac{-294}{210}$ **c.** $\frac{432}{288}$ **d.** $\frac{756}{441}$

26 Écrire A et B sous forme de fractions irréductibles.

$A = \frac{-16 \times 10 \times 45 \times 21}{28 \times 35 \times (-8)}$

$B = \frac{15 \times (-77) \times 36}{14 \times 33 \times 18}$

27 Écrire toutes les fractions irréductibles de la forme $\frac{4}{n}$ avec $2 < n \leqslant 15$.

28 **a.** Écrire toutes les fractions irréductibles possibles en n'utilisant que les nombres suivants.

45 13 24 63 48

b. Quelles sont celles qui sont inférieures à 1 ?

29 Quel(s) chiffre(s) peut-on écrire à la place du carré rouge pour obtenir une fraction irréductible ?

$\frac{108}{2\blacksquare}$

Additionner et soustraire des fractions

Savoir-faire p. 57

Questions flash diapo

30 Effectuer les calculs suivants.

a. $\frac{7}{3} + \frac{-11}{3}$ **b.** $\frac{-8}{5} + \frac{-1}{5}$ **c.** $\frac{5}{4} - 1$ **d.** $\frac{-1}{6} + \frac{2}{3}$

31 Relier chaque calcul au résultat correspondant.

$\frac{3}{7} + \frac{9}{7}$	$\frac{6}{7}$
$\frac{-3}{7} - \frac{9}{7}$	$\frac{12}{7}$
$\frac{3}{7} + \frac{-9}{7}$	$\frac{-6}{7}$
$\frac{-3}{7} - \frac{-9}{7}$	$\frac{-12}{7}$

32 Effectuer les calculs suivants.

$A = \frac{-3}{5} + \frac{9}{20}$ $B = \frac{5}{12} - \frac{3}{8}$ $C = -2 - \frac{-4}{3}$

33 Calculer et donner chaque résultat sous forme d'une fraction irréductible.

$D = \frac{14}{15} - \frac{7}{20} + \frac{-1}{6}$ $E = \frac{-5}{8} - \frac{5}{24} + \frac{-5}{12}$

34 Calculer.

$F = \frac{11}{6} - \left(\frac{-3}{4} - \frac{5}{6}\right)$ $\qquad$ $G = \left(\frac{4}{21} - \frac{3}{7}\right) - \left(\frac{3}{10} - \frac{8}{15}\right)$

35 Pour le petit-déjeuner, Hugo a mangé le tiers du pot de pâte à tartiner, Elsa les deux cinquièmes et Rémi le quart.

• En reste-t-il pour le gouter ?

36 **1.** Écrire la fraction $\frac{1\,254}{324}$ sous forme irréductible.

2. Calculer $H = \frac{1\,254}{324} - \frac{11}{6}$ et donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

Multiplier des fractions

Savoir-faire p. 57

Questions flash

diapo

37 Effectuer les calculs suivants.

a. $6 \times \frac{-2}{5}$ $\qquad$ **b.** $\frac{4}{7} \times \frac{-11}{3}$ $\qquad$ **c.** $-\frac{11}{7} \times \frac{-10}{9}$

d. $\frac{-7}{3} \times \frac{1}{-2} \times \frac{-7}{5}$ $\qquad$ **e.** $\frac{-3}{5} \times \frac{7}{4} \times (-2)$

38 Compléter les égalités suivantes.

f. $\frac{9}{7} \times \dots = \frac{-18}{21}$ $\qquad$ **g.** $5 \times \frac{4}{\dots} - \frac{\dots}{11}$ $\qquad$ **h.** $= \frac{-3}{7} \times \frac{15}{\dots} = \frac{\dots}{63}$

39 Placer chacun des nombres de la liste dans les égalités suivantes (un nombre ne peut être utilisé qu'une seule fois).

1	2	3	4	5	7	8	12	20	40

$\frac{\dots}{7} \times \frac{\dots}{2} = \frac{5}{7}$ $\qquad$ $\frac{3}{\dots} - \frac{-4}{5} \times \frac{\dots}{\dots}$

$\frac{\dots}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{\dots}$ $\qquad$ $\frac{\dots}{4} - \frac{\dots}{\dots} \times \frac{-3}{7}$

40 Calculer et donner chaque résultat sous forme d'une fraction irréductible.

$I = \frac{-33}{25} \times \frac{45}{44}$ $\qquad$ $J = \frac{35}{-42} \times \frac{63}{50}$ $\qquad$ $K = \frac{-24}{35} \times \frac{-28}{54}$

41 Calculer et donner chaque résultat sous forme d'une fraction irréductible.

$L = \frac{-4}{7} \times \frac{5}{6} \times \frac{-3}{7}$ $\qquad$ $M = \left(\frac{5}{8} - \frac{7}{6}\right) \times \left(\frac{8}{5} - \frac{-3}{35}\right)$

42 Florent boit les deux cinquièmes d'une canette de soda de 33 cL.

• Quelle quantité de soda Florent boit-il ?

43 Zoé mange les trois dixièmes du gâteau au chocolat ; sa sœur Philomène mange un cinquième du reste.

• Quelle fraction du gâteau Philomène mange-t-elle ?

Diviser par une fraction

Savoir-faire p. 59

Questions flash

diapo

44 Donner l'inverse des nombres suivants.

$6 \qquad -5 \qquad \frac{4}{3} \qquad 0{,}2 \qquad \frac{-8}{9} \qquad \frac{-7}{-3}$

45 Compléter.

$\frac{4}{7} \times \frac{\dots}{\dots} = 1$ $\qquad$ $-9 \times \frac{\dots}{\dots} = 1$ $\qquad$ $\frac{-3}{4} \times \frac{\dots}{\dots} = 1$ $\qquad$ $\frac{-1}{\dots} \times \dots = 1$

46 Compléter.

$\frac{4}{3} \div \frac{5}{7} \quad \frac{4}{3} = \frac{\dots}{\dots} \times$ $\qquad$ $\frac{8}{11} \div \frac{-5}{4} = \frac{8}{11} \times \frac{\dots}{\dots}$

$\frac{11}{6} \div 4 = \frac{11}{6} \times \dots$

47 Recopier en associant les expressions égales par paires.

$\frac{5}{\frac{-7}{3}}$ $\qquad$ $\frac{\frac{5}{-7}}{-3}$ $\qquad$ $5 \div \frac{7}{3}$ $\qquad$ $5 \times \frac{3}{7}$ $\qquad$ $\frac{5}{7} \times \frac{1}{3}$ $\qquad$ $-5 \times \frac{3}{7}$

48 Calculer les expressions suivantes.

$N = \frac{-8}{9} \div \frac{7}{4}$ $\qquad$ $P = \frac{11}{3} \div \frac{-5}{4}$ $\qquad$ $R = -\frac{3}{5} \div \frac{-10}{7}$

49 Relier chaque expression en rouge à celle en vert qui lui est égale.

En vert : $\frac{15}{4} \times \frac{9}{7}$ $\qquad$ $\frac{4}{15} \times \frac{9}{7}$ $\qquad$ $\frac{4}{15} \times \frac{7}{9}$ $\qquad$ $\frac{15}{4} \times \frac{7}{9}$

En rouge : $\frac{\frac{4}{15}}{\frac{9}{7}}$ $\qquad$ $\frac{\frac{15}{4}}{\frac{7}{9}}$ $\qquad$ $\frac{\frac{4}{15}}{\frac{7}{9}}$ $\qquad$ $\frac{\frac{15}{4}}{\frac{9}{7}}$

50 Calculer et donner chaque résultat sous forme d'une fraction irréductible.

$S = \frac{-15}{28} \div \frac{-25}{42}$ $\qquad$ $T = \frac{63}{44} \div \frac{-72}{55}$ $\qquad$ $U = \frac{12}{\frac{45}{16}}$

$V = \frac{-48}{\frac{32}{21}}$ $\qquad$ $W = \frac{-5}{12} + \frac{7}{12} \div \frac{5}{18}$ $\qquad$ $X = \frac{\frac{-1}{24} - \frac{-2}{24}}{-\frac{3}{8} - 1}$

51 À l'aide de la calculatrice, donner chaque résultat sous forme d'une fraction irréductible.

$Y = \frac{-55}{\frac{56}{43}} + \frac{\frac{7}{-4}}{3}$ $\qquad$ $Z = \frac{-128}{57} \times \frac{52}{-256} \div \frac{-77}{183}$

Faire le point

QCM

Donner la seule réponse correcte parmi les trois proposées.

1 Déterminer la forme irréductible d'une fraction

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. La forme irréductible de la fraction $\frac{42}{48}$ est :	$\frac{21}{24}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{2}{8}$
2. Quelle fraction est irréductible ?	$\frac{789}{894}$	$\frac{1\,784}{628}$	$\frac{175}{244}$
3. La fraction irréductible égale à $\frac{2^3 \times 3 \times 5 \times 7}{2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2}$ est :	$\frac{2}{21}$	$\frac{2}{37}$	$\frac{6}{7}$

2 Additionner et soustraire des fractions

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. $\frac{-2}{15} + \frac{7}{45}$ est égal à :	$\frac{5}{60}$	$\frac{-13}{45}$	$\frac{1}{45}$
2. $\frac{5}{18} - \frac{-7}{12}$ est égal à :	$\frac{31}{36}$	$\frac{12}{6}$	$\frac{-11}{36}$

3 Multiplier des fractions

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. $-6 \times \frac{3}{4}$ est égal à :	$-\frac{18}{24}$	$-\frac{9}{2}$	$-\frac{3}{24}$
2. $\frac{14}{-15} \times \frac{-4}{3}$ est égal à :	$\frac{-56}{45}$	$\frac{56}{45}$	$\frac{42}{60}$

4 Diviser par une fraction

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. $14 \div \frac{2}{5}$ est égal à :	$\frac{7}{5}$	$\frac{28}{5}$	35
2. $\frac{15}{8} \div \frac{-4}{5}$ est égal à :	$\frac{-3}{2}$	$-\frac{75}{32}$	$-\frac{32}{75}$

Carte mentale

Reproduire et compléter cette carte mentale.

Irréductible

Forme irréductible : on ne peut pas la réduire.

Exemple :

$\frac{3}{7}$

Les fractions : opérations

Addition

$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{\dots}{\dots}$

Soustraction

$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{\dots}{\dots}$

Même dominateur

Multiplication

$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{\dots}{\dots}$

Division

$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$

Inverse

Le produit d'une fraction et de son inverse est égal à …

L'inverse de $\frac{4}{3}$ est …

L'inverse de 2 est …

** Tu peux aussi construire ta propre carte mentale.*

Algorithmique et outils numériques

52 Simplification de fractions

1. Léo écrit un script pour simplifier rapidement ses fractions.

```
quand [drapeau] cliqué
demander [a = ?] et attendre
mettre [a] à (réponse)
demander [b = ?] et attendre
mettre [b] à (réponse)
demander [diviseur = ?] et attendre
mettre [diviseur] à (réponse)
si < ((a) modulo (diviseur)) = 0 > et < ((b) modulo (diviseur)) = 0 > alors
    dire [C'est un diviseur commun !] pendant 2 secondes
sinon
    dire [Ce n'est pas un diviseur commun !] pendant 2 secondes
```

a. Que renvoie la commande `a modulo diviseur` ?

b. Que peut-on dire des variables `a` et `diviseur` quand `(a modulo diviseur) = 0` ?

c. Que peut-on dire des variables `a`, `b` et `diviseur` quand `(a modulo diviseur) = 0 et (b modulo diviseur) = 0` ?

d. À quoi le script de Léo sert-il ?

e. Tester le bon fonctionnement de ce script en essayant différentes valeurs.

2. Léo voudrait que le script trouve lui-même un diviseur commun à deux nombres donnés. Pour cela, il modifie ainsi le script précédent :

```
quand [drapeau] cliqué
demander [a = ?] et attendre
mettre [a] à (réponse)
demander [b = ?] et attendre
mettre [b] à (réponse)
mettre [diviseur] à 2
répéter jusqu'à < ((a) modulo (diviseur)) = 0 > et < ((b) modulo (diviseur)) = 0 >
    ajouter à [diviseur] 1
dire (diviseur) pendant 2 secondes
```

a. Le nouveau script de Léo est-il correct ? Expliquer.

b. Quel est le diviseur commun aux variables `a` et `b` données par ce script ?

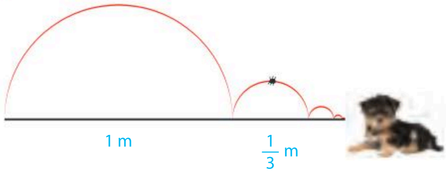
3. Léo voudrait à présent trouver le plus grand diviseur commun possible à `a` et `b`.

a. Expliquer pourquoi un diviseur commun à `a` et `b` est forcément inférieur ou égal à `a` et `b`.

b. Modifier le script de Léo afin qu'il affiche le plus grand diviseur commun à `a` et `b`.

c. Utiliser ce script pour simplifier la fraction $\dfrac{14\,160}{3\,120}$.

53 Des sauts de puce



Une puce aimerait bien se cacher dans les poils d'un chien couché à 2 m d'elle. Elle fait un premier saut en avant de 1 m. Puis elle enchaine d'autres sauts. Mais, à cause de la fatigue, chacun de ses sauts a une longueur égale au tiers du saut précédent.

À l'aide d'un tableur, on veut déterminer la longueur de chacun des sauts, puis la distance que la puce a alors parcourue.

	A	B
1	Longueur du saut (en m)	Distance parcourue (en m)
2	1	1
3	0,333333333	1,333333333
4	0,111111111	1,444444444

1. Quelle formule faut-il saisir en A3 et B3 ?

2. Recopier ces deux formules vers le bas. La puce pourra-t-elle atteindre le chien ?

54 Approcher un irrationnel à l'aide de rationnels

À l'aide d'un tableur, on veut calculer un grand nombre d'expressions, toutes construites de la même façon, comme indiqué ci-dessous.

$$M = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2}} \qquad N = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2}}}\ ;$$

$$P = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2}}}} \qquad \text{etc.}$$

Voici une copie d'écran des premières lignes de la feuille de calcul.

	A	B	C	D
1	Calculer 1/(2+...)	Résultats de M, N, P etc.		√2
2	0,4	1,4		1,41421356237310
3	0,416666667	1,416666667		

1. Dans la cellule A2, on a effectué le calcul $\cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2}}$.

Quelle formule faut-il écrire dans la cellule A3 pour obtenir le nombre *N* ? Recopier cette formule vers le bas.

2. Dans la colonne B, on veut obtenir les résultats des expressions M, N, P, etc.

Compléter les cellules de la colonne B avec les formules appropriées.

3. Comparer les résultats de la colonne B avec la valeur approchée de $\sqrt{2}$ inscrite dans la cellule D2.

Problèmes

Pour mieux cibler les compétences			
Chercher	60 71	Raisonner	64 74
Modéliser	57 61	Calculer	55 77
Représenter	62 67	Communiquer	55 65

55 Les différents nombres

Recopier et compléter le tableau suivant par OUI ou NON.

Le nombre / est	$\frac{7}{6}-\frac{11}{3}$	$\frac{2^3\times3\times5}{2\times3^2\times7}$	$\frac{45\times10^3}{9\times(10^{-4})^2}$	$\frac{20\pi}{3}$
un entier.				
un décimal.				
un rationnel.				

56 Plongée sous-marine

Kevin et Marina plongent ensemble. Kevin est à –21 mètres. Marina nage à une profondeur égale aux $\frac{5}{7}$ de celle de Kevin.

Kevin descend alors de 9 mètres, et Marina remonte de 5 mètres.

- Kevin est-il à une profondeur deux fois plus importante que celle de Marina ? Justifier.

57 Élection

CIT

Lors de l'assemblée générale d'une association, Marc, Sophie, Mohamed et Miri se sont présentés à l'élection du président.

$\frac{1}{18}$ des membres de l'association a voté pour Marc, $\frac{1}{6}$ a voté pour Sophie et $\frac{1}{3}$ de ceux qui restent a voté pour Miri ; les autres ont voté pour Mohamed.

1. Quelle fraction des suffrages Mohamed a-t-il obtenue ? A-t-il obtenu la majorité absolue ?
2. Sachant qu'il y a eu 54 suffrages exprimés, combien de voix chaque candidat a-t-il obtenues ?

58 Traduction

Traduire mathématiquement chacune des phrases suivantes, puis effectuer les calculs.

a. Multiplier la somme de $\frac{7}{4}$ et de $\frac{-5}{6}$ par $\frac{8}{3}$.

b. Diviser $\frac{-7}{8}$ par la différence de $\frac{-1}{5}$ et de $\frac{9}{10}$.

c. Diviser la somme de $\frac{4}{15}$ et de $\frac{-3}{10}$ par la différence de $\frac{-11}{6}$ et de $\frac{-7}{4}$.

59 Le poisson de Pierro della Francesca

Vers 1480, le peintre et mathématicien italien Pierro della Francesca propose à ses contemporains le problème suivant.

« Un poisson constitué de trois parties, son corps, sa queue et sa tête, pèse 51 livres. La tête pèse $\frac{1}{3}$ du corps, la queue pèse $\frac{1}{4}$ de la tête.

Que pèse chacune des trois parties du poisson ? »

- Résoudre le problème de Pierro della Francesca.

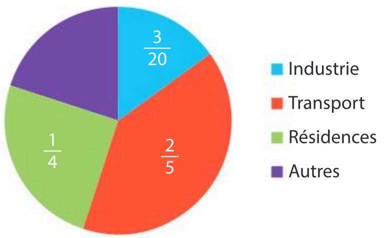
D'après le rallye mathématique de Haute-Normandie, 2011.

60 Émissions de CO_2

PC

Le dioxyde de carbone (CO_2) est un des gaz à effet de serre qui contribue au réchauffement de notre planète. Plusieurs secteurs sont responsables des émissions de CO_2 comme le montre ce diagramme.

Répartition par secteur des émissions de CO_2 en France en 2012



1. Quelle fraction représente le secteur « Autres » ?
2. En 2012, la quantité d'émission de CO_2 due à l'industrie était de 59 millions de tonnes.
   Quelle a été la quantité totale d'émission de CO_2 en 2012 en France ? Quelle a été la quantité émise pour chaque secteur ?

61 Étudier à l'étranger

Un étudiant qui souhaite partir à l'étranger pour poursuivre son cursus universitaire établit un budget prévisionnel mensuel qui se décompose ainsi :

- $\frac{2}{5}$ pour se loger ;
- le reste sera consacré pour $\frac{1}{3}$ à la nourriture, $\frac{1}{4}$ aux transports et aux assurances et $\frac{1}{5}$ aux loisirs.

Il lui restera alors 117 €.

- Quel est son budget prévisionnel ?

62 Repère

1. Vérifier que la fraction irréductible égale à $\frac{108}{81}$ est $\frac{4}{3}$.
2. Déterminer trois autres fractions égales à $\frac{4}{3}$.
3. a. Sur une feuille de papier millimétré, tracer un repère en prenant 1 cm pour 10 unités sur chacun des axes et placer les points A(108 ; 81) et B(4 ; 3).
   b. Placer ensuite trois points C, D et E dont les abscisses sont les numérateurs des fractions proposées à la question 2 et les ordonnées sont les dénominateurs de ces fractions.
   c. Que remarque-t-on ? Justifier.

63 Surfboard

LV

To take part in a surf competition in Hawaii, Mike takes $\frac{7}{9}$ of his savings and spends $\frac{2}{3}$ of them to buy a surfboard which costs \$ 406.

- What was the amount of his savings?

64 Glace

PC

L'eau en se congelant augmente de $\frac{1}{14}$ de son volume.

1. Calculer le volume de glace obtenu à partir de 7 L d'eau ; donner le résultat en dm^3.
2. Calculer le nombre de litres d'eau obtenus en faisant fondre un bloc de glace de 20 dm^3.

65 Hasarithmétique

Antoine et Margaux discutent pendant leur pause déjeuner.
« – Avais-tu remarqué qu'un nombre positif élevé au carré devenait toujours plus grand ?
Par exemple, $3^2 = 9$ et 9 est plus grand que 3 et $10^2 = 100$ et 100 est plus grand que 10, dit Antoine.
– Pur hasard, répond Margaux. Tu as pris des nombres entiers. Que se passe-t-il avec un nombre décimal ? Par exemple, $2{,}5^2 = 6{,}25$ et … 6,25 est plus grand que 2,5 ! Tu as raison, cela reste vrai même avec un nombre décimal.
– Oui, c'est tout le temps vrai ; étonnant non ? »

1. Tester cette dernière affirmation d' Antoine avec un nombre rationnel mais non décimal, puis avec un nombre irrationnel.
2. Peut-on en conclure qu' Antoine a raison ?

66 Sierpinski

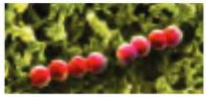
Le mathématicien polonais Sierpinski (1882-1969) avait conjecturé que pour tout nombre entier n plus grand que 1, on pouvait toujours trouver trois nombres entiers a, b et c tels que $\frac{5}{n} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$.

Par exemple, $\frac{5}{2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2}$.

- Trouver ces trois nombres a, b et c pour $n = 3$, pour $n = 4$, puis pour $n = 9$.

67 Les bactéries

SVT



Dans un laboratoire, on cultive des bactéries appelées streptocoques.
À midi, on dispose de 500 bactéries.
Cette population augmente de 40 % par heure.

1. Combien y aura-t-il de bactéries à 13 h ? À 15 h ?
2. Si, à 15 h, on met côte à côte toutes ces bactéries sphériques de diamètre 0,5 μm, on obtient un chainon d'une longueur L.
   Quelle fraction des 4 mm de diamètre d'une bronche représente alors la longueur L ? Donner la réponse sous la forme d'une fraction irréductible.

68 Énigmes à TIC

Axel vient de calculer que s'il résout 16 énigmes à l'heure, il terminera son livre d'énigmes à 18 h 45 alors que s'il n'en résout que 15 à l'heure, il le terminera à 19 h.

- À quelle heure Axel a-t-il commencé son livre d'énigmes ?

D'après le rallye mathématique d'Aquitaine, 2012.

69 Valeurs approchées

On considère les expressions A, B et C suivantes.

$$A = 3 + \frac{1}{7} \qquad B = 3 + \cfrac{1}{7 + \cfrac{1}{15}} \qquad C = 3 + \cfrac{1}{7 + \cfrac{1}{15 + \cfrac{1}{1}}}$$

1. Calculer les expressions A, B et C en donnant chaque résultat sous la forme fractionnaire.
2. Donner un arrondi au dix-millième de chacun de ces résultats.
3. Quel nombre célèbre a-t-on ainsi approché ?

70 Irrationalité de $\sqrt{2}$

Pour aller plus loin

On veut démontrer que $\sqrt{2}$ est un nombre irrationnel.
Pour cela, on suppose que $\sqrt{2}$ est un nombre rationnel, puis on démontre que c'est en fait impossible.

1. Soit n un entier naturel.
   a. Développer $(2n)^2$. En déduire que le carré d'un nombre pair est un nombre pair.
   b. Développer $(2n + 1)^2$. En déduire que le carré d'un nombre impair est un nombre impair.
2. On suppose que $\sqrt{2}$ peut s'écrire sous la forme d'une fraction irréductible $\frac{p}{q}$, où p et q sont deux entiers ($q \neq 0$).
   a. Montrer que $p^2 = 2q^2$. En déduire que p^2 est un nombre pair, puis que p est un nombre pair.
   b. Comme p est pair, on pose $p = 2p'$ où p' est un entier. Montrer que $q^2 = 2p'^2$. En déduire que q est pair.
   c. En déduire que la fraction $\frac{p}{q}$ n'est pas irréductible.
   d. Conclure.

Ce type de raisonnement s'appelle un « raisonnement par l'absurde ».

Problèmes

71 Vélo

Prise d'initiative

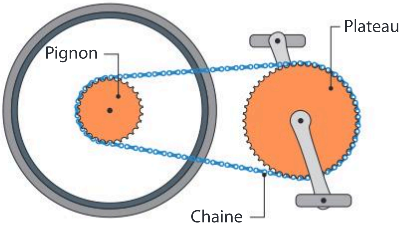
TECH

Les cyclistes utilisent des braquets différents selon la difficulté du parcours.

Un cycliste utilise un braquet de $\frac{52}{18}$ sur un parcours, ce qui lui permet d'avancer de 6,04 m à chaque tour de pédalier.

- À l'aide des documents ci-dessous, calculer le diamètre de la roue de son vélo.

Doc. 1



Doc. 2

$$\text{braquet} = \frac{\text{nombre de dents du plateau}}{\text{nombre de dents du pignon}}$$

Doc. 3

Si un cycliste utilise un braquet de $\frac{46}{16}$, cela signifie que quand il effectue un tour de pédalier, la roue arrière effectue $\frac{46}{16}$ de tours.

72 Une équation par Ben Ezra

Prise d'initiative

HG

Abraham Ben Ezra était un mathématicien arabe du XI^{e} siècle.

- Résoudre le problème suivant proposé dans son traité mathématique.

Un Komme Hst entré Gans un verger etū il yūaīeueilli des fruits. Mais e vergerū avait rois S!" ūH, Jardées chacune par unū gardien.ūBour sorPr, cet Komme Gonnaū d'abord la moitié de ses fruits 2ūpremierū gardien qui en exigea deux de plus. 3uisū il parPgea équitablement ce 5ui lui restaitū avec e deuxième gardien #P ais ce dernierū en exigea également deux de plus. (nfin #ū il Gonna Oa moitié des fruits restants 2ū troisième gardien qui#Ecomme es autres,ū en 4rit deux de plus. L'homme V) itūvHū seulement un fruit.

Combien de fruits avait-il cueillis ?T

73 Le papier cadeau

Prise d'initiative

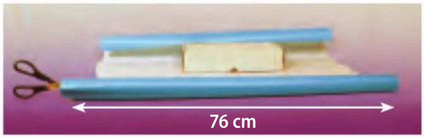
Une boite « surprise » a la forme d'un parallélépipède rectangle. Sa largeur est le tiers de sa longueur et sa hauteur représente les $\frac{4}{5}$ de sa largeur. Sa longueur est de 60 cm. On veut emballer cette boite pour l'offrir.

- À l'aide des documents ci-dessous, déterminer la longueur minimale de papier cadeau que l'on doit découper dans le rouleau.

Doc. 1

On considère ici que, pour réaliser des pliages esthétiques, la surface de papier cadeau à prévoir pour emballer un objet doit être supérieure à la surface totale de l'objet. On doit rajouter au moins 90 % de la surface de l'objet.

Doc. 2



74 Un scrutin de liste

Prise d'initiative

CIT

Dans une région de France, il y avait 180 sièges de conseillers régionaux à pourvoir aux élections régionales. Trois listes X, Y et Z étaient présentes au second tour. À l'aide des documents ci-dessous, représenter sur un diagramme circulaire le nombre de conseillers régionaux obtenus par chacune de ces trois listes.

Doc. 1

En France, les conseillers régionaux sont élus au scrutin de liste.

Si au premier tour, aucune liste n'a obtenu la majorité absolue des suffrages exprimés, un second tour est organisé.

La liste qui arrive en tête au second tour obtient d'abord $\frac{1}{4}$ des sièges à pourvoir, puis les autres sièges sont répartis à la représentation proportionnelle entre les listes ayant obtenu au moins 5 % des suffrages exprimés au second tour (y compris la liste qui est arrivée en tête).

Doc. 2 Second tour

Liste X : 554 640 voix

Liste Y : $\frac{5}{9}$ des suffrages exprimés, soit 1 663 920 voix

Liste Z : ?

Brevet

75 Divisibilité

1. Reproduire le tableau ci-dessous et compléter chaque case par OUI ou NON.

	2	5	9
1 035 est divisible par			
774 est divisible par			
322 est divisible par			

2. D'après ce tableau, les fractions $\frac{774}{1\,035}$ et $\frac{332}{774}$ sont-elles irréductibles ?
3. La fraction $\frac{322}{1\,035}$ est-elle irréductible ? Justifier.

D'après DNB Amérique du Sud, 2005.

76 Propriétaire terrien

1. Un propriétaire terrien a vendu le quart de sa propriété en 2006, puis le tiers du reste en 2007.
Quelle fraction de sa propriété lui reste-t-il aujourd'hui ?
2. Quelle est la superficie actuelle de sa propriété sachant qu'elle était au départ de 40 hectares ?

D'après DNB Métropole, 2003.

77 Calculs

$$A = 1 - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right) \qquad B = \frac{3 - \frac{5}{2}}{1 + \frac{1}{5}}$$

1. En faisant apparaitre les différentes étapes de calcul, écrire A et B sous la forme d'une fraction irréductible.
2. Calculer les quatre cinquièmes de $\frac{35}{8}$. On appellera C le résultat donné sous forme de fraction irréductible.
3. Montrer que la somme A + B + C est un nombre entier.

D'après DNB Amérique du Nord, 2003.

78 Confiseur

1. Un confiseur reçoit une commande de caramels d'un montant de 120,40 €. Pour fidéliser son client, il décide d'accorder une remise de 20 %.
Calculer le montant de la facture après la remise.
2. Quelques jours plus tard, le confiseur répartit 301 caramels et 172 chocolats dans des sachets de contenance identique.
   a. Écrire la fraction $\frac{301}{172}$ sous sa forme irréductible.
   Par quel nombre a-t-on simplifié le numérateur et le dénominateur ?
   b. En déduire le nombre maximal de sachets identiques réalisables en précisant leur composition.

D'après DNB Amérique du Nord, 2007.

79 Vitesse de la lumière

PC

La vitesse de la lumière est 300 000 km/s.

1. La lumière met $\frac{1}{75}$ de seconde pour aller d'un satellite à la Terre.
Calculer la distance séparant le satellite de la Terre.
2. La lumière met environ 8 minutes et 30 secondes pour nous parvenir du Soleil.
Calculer la distance nous séparant du Soleil. Donner le résultat en écriture scientifique.

DNB Amérique du Nord, 2011.

80 Vente de pins

SVT

Pour calculer le volume commercial d'un pin en mètres cubes, on utilise la formule : $\mathcal{V} = \frac{10}{24} \times D^2 \times h$ où D est le diamètre moyen d'un pin, en mètres, et h la hauteur, en mètres.
Un lot est composé de 92 arbres d'une même hauteur de 22 m et d'un diamètre moyen de 57 cm.

- Sachant qu'un mètre cube de pin rapporte 70 €, combien la vente de ce lot rapporte-t-elle ?
On arrondira à l'euro près.

D'après DNB Centres étrangers, 2015.

81 Cinéma

Avec un projecteur de cinéma, une image sur un film est projetée sur un écran. Sur le film, une image rectangulaire de 70 mm de long et 52,5 mm de large peut être agrandie sur un écran jusqu'à 588 m^2.

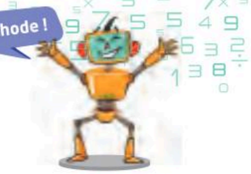
1. On appelle format de l'image le rapport :
$$\frac{\text{longueur de l'image}}{\text{largeur de l'image}}.$$
Montrer que l'image sur le film est au format $\frac{4}{3}$. Justifier.
2. Calculer en mm^2 l'aire de l'image sur le film. Convertir en m^2.
3. Pour obtenir une image de 588 m^2 sur l'écran, la longueur et la largeur de l'image sur le film ont été multipliées par un coefficient. Le format $\frac{4}{3}$ de l'image est conservé.
Quelles sont les dimensions sur l'écran ? Justifier votre démarche.

DNB Polynésie, 2010.

Travailler autrement

Utilisable en AP

À chacun sa méthode !



Deux énoncés pour un exercice

Exercice 1

Dans une boite de 60 chocolats, les $\frac{2}{3}$ sont noirs.
Parmi ces chocolats noirs, $\frac{1}{4}$ sont à la cerise, les autres sont au caramel.
$\frac{1}{5}$ des chocolats contenus dans la boite sont au lait et les autres sont blancs.

- Combien y a-t-il de chocolats de chaque sorte dans cette boite ?

Exercice 2

- Sans calculatrice et sans poser d'opération, calculer :

$$\frac{30}{165} + \frac{3}{11} \times \frac{5}{3}$$

Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

165 = 11 × 15.

Exercice 3

Entre 1999 et 2002, le prix d'un appartement a augmenté des deux septièmes de sa valeur puis, de 2002 à 2009, il a augmenté de 61 %.
Il coutait 70 000 € en 1999.

1. Calculer le prix de cet appartement en 2009.
2. Calculer le pourcentage d'augmentation du prix de ce logement entre 1999 et 2009.

Exercice 1

Dans une boite, il y a trois sortes de chocolat : noirs, blancs et au lait.
$\frac{2}{3}$ des chocolats sont noirs et $\frac{3}{5}$ des autres sont au lait.
Il y a 12 chocolats blancs.

1. Combien y a-t-il de chocolats dans cette boite ?
2. Combien y a-t-il de chocolats de chaque sorte ?

Exercice 2

- Sans calculatrice et sans poser d'opération, calculer :

$$\frac{\frac{22}{-30} \times \frac{-35}{33}}{\frac{1}{3} + \frac{8}{9}}$$

Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

Exercice 3

Entre 1999 et 2009, le prix d'un appartement s'est « envolé ». Entre 1999 et 2002, il a augmenté des deux septièmes de sa valeur pour atteindre 144 000 €. En 2009, il était évalué à 235 200 €.

1. Calculer le prix de ce logement en 1999.
2. Calculer le pourcentage d'augmentation du prix de ce logement entre 1999 et 2009.

Travail en binôme

1. Trouver sans calculatrice une fraction irréductible ayant un numérateur et un dénominateur à trois chiffres.
2. Vérifier que la fraction de son binôme est irréductible, puis effectuer le quotient de sa fraction par celle de son binôme.
3. Donner la réponse sous forme de fraction irréductible, puis comparer le résultat avec celui de son binôme.

Analyse d'un document

Un producteur céréalier s'est insurgé en lisant cet article dans un journal agricole.

ACTUALITÉ

le 30 juin 2010

Hausse du prix du blé :
une augmentation qui compense enfin la forte baisse de 2009 !

Le prix payé aux producteurs céréaliers était de 300 € par tonne de blé en juin 2008. Après avoir subi en juin 2009 une baisse d'un tiers de sa valeur, la tonne de blé a aujourd'hui augmenté d'un tiers de la valeur de juillet 2009 pour ainsi retrouver son niveau de 2008…

1. Pourquoi le producteur céréalier est-il en désaccord avec cet article ?
2. Rédiger un nouvel article rectifiant la situation.

CHAPITRE 4

Ta mission

Utiliser des expressions littérales sous toutes leurs formes.

Calcul littéral

Jeux

- Le joueur qui gagne est celui qui a dans sa main la solution de l'équation proposée sur la table.

INFOS

Mathématicien, géographe, astrologue et astronome, **Al-Khwarizmi** (780-850) a beaucoup apporté aux mathématiques. Il est non seulement le fondateur de notre système décimal de numération, mais il est aussi à l'origine de deux mots fondamentaux dans le vocabulaire des mathématiques : *algorithme* et *algèbre*.

Activités

Prêt ?

Questions flash

diapo

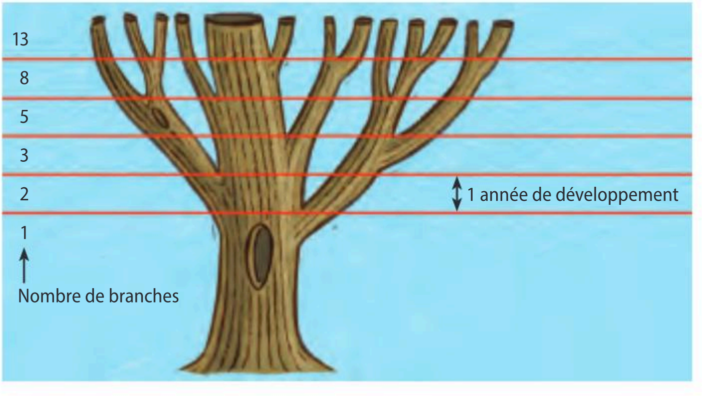
1. Les égalités suivantes sont-elles vraies quelle que soit la valeur de x ?
   a. $x \times 0 = 0$
   b. $x \times x = 2x$
   c. $2 + 2x = 4x$
   d. $x \times 1 = x$
   e. $(5x)^2 = 5x^2$
2. On considère la formule $A = (a + 1)(2b - 3)$.
   Que vaut A quand :
   a. $a = 0$ et $b = 2$?
   b. $a = -1$ et $b = 1$?
   c. $a = 3$ et $b = -2$?
3. x et y sont des nombres quelconques.
   Écrire plus simplement les expressions suivantes.
   a. $x \times x$
   b. $0 \times x + x \times 1$
   c. $x \times y + x \times y$
   d. $x \times y \times x \times y$
4. Écrire sous la forme d'une somme ou d'une différence.
   a. $8(5 + a)$
   b. $x(2x - 1)$
   c. $-2(b - 3)$
   d. $7t(1 - t)$
   e. $2t(8 - 3t)$
5. Écrire sous la forme d'un produit.
   a. $b^2 + 3b$
   b. $12 - 6y$
   c. $14x^2 + 2x$
   d. $16x - 4x^2$
6. n et k sont des nombres entiers.
   Que peut-on dire d'un nombre entier qui s'écrit sous la forme :
   a. $2 \times n$?
   b. $2 \times k + 1$?
   c. $7 \times k$?

Partez !

Suites de nombres

4e Activité 1

Certains arbres ont des branches ordonnées de façon bien spécifique.
Sur le dessin ci-dessous, chaque espace situé entre deux lignes représente une année de développement.
Le nombre de branches pour chaque tranche, indiqué sur la gauche, forme une suite de nombres particulière.



1. Décrire un procédé mathématique permettant de construire cette suite de nombres.
2. En changeant les deux premiers nombres de cette suite, construire d'autres suites de six nombres selon le même procédé.
3. Pour chacune des suites construites, calculer la somme des six nombres puis la diviser par 4.
   Quelle conjecture peut-on formuler ?
4. Ce résultat est-il toujours vrai ? Justifier la réponse.

Développée ou factorisée ? — 4e Activité 2

> Développer, c'est transformer un produit en somme ou en différence.

> Factoriser, c'est transformer une somme ou une différence en produit.

1. Parmi les expressions littérales suivantes, identifier celles qui sont développées et celles qui sont factorisées.

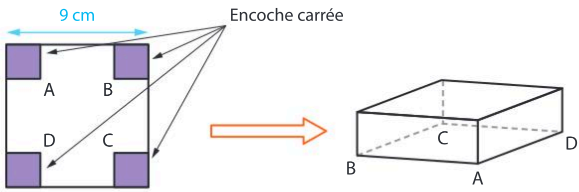
$A = 2 \times (x + 8)$ $\quad$ $B = (4 \times x + 3) \times y$ $\quad$ $C = x \times (2 \times 3)$ $\quad$ $D = 2 \times x + 8$

$E = 4 \times x \times y + 3 \times y$ $\quad$ $F = x + 2 + 3$ $\quad$ $G = (x + 3) \times (x + 5)$ $\quad$ $H = (x + 3) + (x + 5)$

2. Deux étiquettes donnent la forme développée et la forme factorisée de la même expression littérale. Lesquelles ? Rappeler la règle utilisée.

La boite ! — 4e Activité 3

On réalise une boite à partir d'un carré de 9 cm de côté dont on a découpé les quatre coins comme indiqué ci-contre.



1. a. Choisir une taille d'encoche, puis construire la boite comme indiqué sur le schéma.

b. Déterminer le volume de la boite obtenue.

c. En prenant une autre valeur pour la taille de l'encoche, déterminer le volume de la nouvelle boite.

2. On souhaite construire la boite qui a le plus grand volume possible.

a. À l'aide d'une expression littérale, écrire le volume de la boite en fonction de la taille de l'encoche.

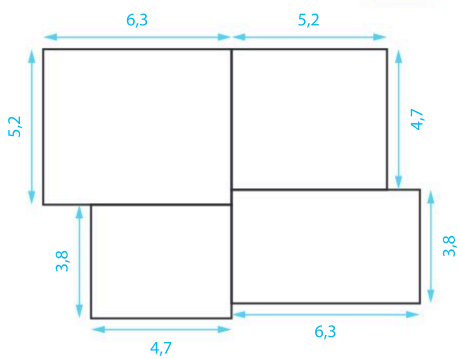
b. À l'aide d'un tableur, déterminer pour quelle taille de l'encoche le volume est maximal.

c. Construire la boite de volume maximal.

	A	B
1	Taille de l'encoche	Volume de la boite
2	0	0
3	0,1	
4	0,2	
5	0,3	
6	0,4	

Des aires — Activité 4

La figure ci-contre est constituée de quatre rectangles.



1. Calculer l'aire de cette figure.

2. Reproduire ces quatre rectangles puis les découper et les assembler de telle sorte qu'ils n'en forment qu'un. Calculer alors, d'une autre façon, l'aire de ce rectangle.

3. D'après les questions **1** et **2**, construire une figure qui illustre l'égalité :

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd.$$

4. On souhaite à présent démontrer cette égalité quelles que soient les valeurs de a, b, c et d.
a, b, c, d et k désignent des nombres quelconques.

a. Développer l'expression $k(c + d)$.

b. On pose $k = a + b$, réécrire l'égalité précédente obtenue en **a** avec a, b, c et d.

c. En déduire l'égalité de la question **3**.
On appelle cette égalité la « double distributivité ». Pourquoi ?

Cours

4e 1 Simplifier une expression Vidéo

Définition

Une **expression littérale** est une expression mathématique qui comporte une ou plusieurs lettres.
Ces lettres désignent des nombres.

Exemple

L'aire d'un rectangle de longueur L et de largeur ℓ est donnée par l'expression littérale :

$$\mathcal{A} = L \times \ell.$$

Règle

Dans une expression littérale, on peut **supprimer le signe** × lorsqu'il est placé :
- devant ou derrière une lettre ;
- devant ou derrière une parenthèse.

Exemples

On veut simplifier $A = -3 \times x + 2 \times (5 \times x + 1)$.

$A = -3 \times x + 2 \times (5 \times x + 1)$

$A = -3x + 2\,(5x + 1)$

On veut simplifier $B = 7 \times x \times y + 8 \times 6 \times x \times x$.

$B = 7 \times x \times y + 8 \times 6 \times x \times x$

$B = 7xy + 8 \times 6x^2$

$B = 7xy + 48x^2$

4e 2 Développer un produit avec la simple distributivité Vidéo

Définition

Développer, c'est transformer un produit en somme ou en différence.

Règle

k, a et b désignent des nombres.

$$k(a + b) = ka + kb \qquad k(a - b) = ka - kb$$

Exemples

On veut développer $C = 7(2x + 4)$.

$C = 7(2x + 4)$

$C = 7 \times (2x + 4)$

$C = 7 \times 2x + 7 \times 4$

$C = 7 \times 2 \times x + 7 \times 4$

$C = 14x + 28$

On veut développer $D = x(3x - 9)$.

$D = x(3x - 9)$

$D = x \times (3x - 9)$

$D = x \times 3x - x \times 9$

$D = x \times 3 \times x - x \times 9$

$D = 3x^2 - 9x$

On a réduit l'expression.

Savoir-faire

Apprends à l'aide des exercices résolus puis entraine-toi !

1 Simplifier une expression

1 Simplifier l'expression littérale
$E = 2 \times x \times 3 \times x + 5 \times x - x \times (2 \times y + 9)$.

Solution

On repère tous les signes ×, puis on supprime ceux placés devant ou derrière une lettre ou une parenthèse.

$E = 2 \times x \times 3 \times x + 5 \times x - x \times (2 \times y + 9)$

$E = 2 \times 3x^2 + 5x - x(2y + 9)$

$E = 6x^2 + 5x - x(2y + 9)$

2 Simplifier l'expression littérale
$F = -x \times 15 \times y + 3 \times x \times (2 \times y - 1) \times 2 + 3 \times x \times x$.

Solution

On supprime les signes × placés devant ou derrière une lettre ou une parenthèse. On peut changer l'ordre des facteurs d'un produit pour faire davantage de simplifications.

$F = -x \times 15 \times y + 3 \times x \times (2 \times y - 1) \times 2 + 3 \times x \times x$

$F = -15 \times x \times y + 2 \times 3 \times x \times (2 \times y - 1) + 3 \times x^2$

$F = -15 \times x \times y + 2 \times 3 \times x \times (2 \times y - 1) + 3 \times x^2$

$F = -15xy + 2 \times 3x(2y - 1) + 3x^2$

$F = -15xy + 6x(2y - 1) + 3x^2$

3 Simplifier les expressions littérales suivantes.

$G = 7 \times x \times 6 + 3 \times (x - 4)$ $\quad H = 11 \times x \times x \times 2 + 5 \times 3 \times x$ $\quad I = 3 \times x \times y \times (2 \times x + 3 \times 5)$

2 Développer un produit avec la simple distributivité

4 Développer $J = 2(6y - 5)$.

Solution

- On réintroduit le signe × supprimé :
  $J = 2 \times (6y - 5)$.
- On distribue le 2 à chaque terme de la parenthèse, ici $6y$ et 5 :
  $J = 2 \times (6y - 5)$.
  $J = 2 \times 6y - 2 \times 5$.
- On réduit l'expression littérale pour qu'elle soit la plus simple possible :
  $J = 12y - 10$.

5 Développer $K = 6z(3 + z)$.

Solution

- On réintroduit le signe × supprimé :
  $K = 6z \times (3 + z)$.
- On distribue $6z$ à chaque terme de la parenthèse, ici 3 et z :
  $K = 6z \times (3 + z)$.
  $K = 6z \times 3 + 6z \times z$.
- On réduit l'expression littérale pour qu'elle soit la plus simple possible :
  $K = 18z + 6z^2$.

6 Développer les expressions littérales suivantes.

$L = 3(2x + 5)$ $\quad M = 12(3 - 5x)$ $\quad N = 2x(x - 9)$ $\quad P = -3x(2x + 7)$

Cours

3 Développer un produit avec la double distributivité

Vidéo

Règle

a, b, c et d désignent des nombres.

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Exemples

On veut développer A = $(2x + 3)(x + 8)$.
On distribue $2x$ et 3 à chaque terme de $x + 8$, puis on simplifie l'expression.

A = $(2x + 3)(x + 8)$
A = $2x \times x + 2x \times 8 + 3 \times x + 3 \times 8$
A = $2 \times x \times x + 2 \times x \times 8 + 3 \times x + 24$
A = $2x^2 + 16x + 3x + 24$
A = $2x^2 + 19x + 24$

On veut développer B = $(x + 5)(x - 2)$.
On distribue x et 5 à chaque terme de $x - 2$, puis on simplifie l'expression.

B = $(x + 5)(x - 2)$
B = $x \times x + x \times (-2) + 5 \times x + 5 \times (-2)$
B = $x^2 - 2x + 5x - 10$
B = $x^2 + 3x - 10$

Fais bien attention aux signes !

4 Factoriser une somme ou une différence

4e

Vidéo

Définition

Factoriser, c'est transformer une somme ou une différence en produit.

Règle

k, a et b désignent des nombres.

$$ka + kb = k(a + b) \qquad ka - kb = k(a - b)$$

Exemples

On veut factoriser C = $6x + 18$.

C = $6x + 18$
C = $6 \times x + 6 \times 3$
C = $6 \times (x + 3)$
C = $6(x + 3)$

3 est un facteur commun.

On veut factoriser D = $7x^2 - 2x$.

D = $7x^2 - 2x$
D = $7 \times x \times x - 2 \times x$
D = $x \times (7 \times x - 2)$
D = $x(7x - 2)$

x est un facteur commun.

Savoir-faire

Apprends à l'aide des exercices résolus puis entraine-toi !

3 Développer un produit avec la double distributivité

7 Développer $E = (3x + 1)(x - 4)$.

Solution

On distribue $3x$ et 1 à chaque terme de $x - 4$, puis on simplifie l'expression.

$E = (3x + 1) \times (x - 4)$

$E = 3x \times x + 3x \times (-4) + 1 \times x + 1 \times (-4)$

$E = 3 \times x \times x + 3 \times x \times (-4) + 1 \times x + 1 \times (-4)$

$E = 3x^2 - 12x + x - 4$

$E = 3x^2 - 11x - 4$

8 Développer $F = (x + 8)(2y - 3)$.

Solution

On distribue x et 8 à chaque terme de $2y - 3$, en tenant compte des signes, puis on simplifie les produits.

$F = (x + 8) \times (2y - 3)$

$F = x \times 2y + x \times (-3) + 8 \times 2y + 8 \times (-3)$

$F = 2 \times x \times y + x \times (-3) + 8 \times 2 \times y + 1 \times (-3)$

$F = 2xy - 3x + 16y - 3$

9 Développer les expressions littérales suivantes.

$G = (x + 4)(x + 1)$ $\quad H = (x + 7)(4x + 2)$ $\quad I = (2x + 1)(2x - 1)$ $\quad J = (2x - 6)(y + 3)$

4 Factoriser une somme ou une différence

10 Factoriser $K = 11x + 33$.

Solution

- On réintroduit les signes × supprimés et on fait apparaitre un facteur commun :
  $K = 11 \times x + 11 \times 3$.
- En constatant que 11 est un facteur commun à chaque terme, on factorise :
  $K = 11 \times (x + 3)$.
- On réduit l'expression littérale pour qu'elle soit la plus simple possible :
  $K = 11(x + 3)$.

11 Factoriser $L = 10t^2 - 3t$.

Solution

- On réintroduit les signes × supprimés et on fait apparaitre un facteur commun :
  $L = 10 \times t \times t - 3 \times t$.
- En constatant que t est un facteur commun à chaque terme, on factorise :
  $L = t \times (10 \times t - 3)$.
- On réduit l'expression littérale pour qu'elle soit la plus simple possible :
  $L = t(10t - 3)$.

12 Factoriser les expressions littérales suivantes.

$M = 6x + 18$ $\quad N = 8x - 56$ $\quad P = 7x^2 - 13x$ $\quad R = 5x - 15x^2$

Exercices

2 pages d'exercices supplémentaires dans le manuel numérique

Simplifier une expression

Savoir-faire p. 73

Questions flash diapo

13 Vrai ou faux ?

a. $x^2 = 2x$ **b.** $0 + x = x$

c. $x^2 + x = 2x^2$ **d.** $4 \times x \times 5 = 45x$

e. $1 + 3x = 4x$ **f.** $4x + 7x = 11x^2$

14 t désigne un nombre quelconque.
Exprimer à l'aide d'une expression littérale la plus simple possible :

- le carré de la somme t et de 4 ;
- la somme du carré de t et de 4 ;
- le produit de t par 4.

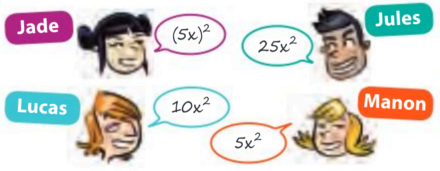
15 **a.** Donner une expression littérale qui permet d'écrire les nombres pairs.

b. Donner une expression littérale qui permet d'écrire les nombres impairs.

16 Écrire chaque nombre sous forme d'un carré.

4 25 36 9 121 100 0

17 Qui a raison ?
Le carré de $5x$ est égal à :



18 Pour chaque expression, proposer une écriture plus simple.

a. $2x \times 5$ **b.** $4 \times y - 7$

c. $t + 5 \times t \times t$ **d.** $n \times 1 \times n$

e. $6s \times 3z$ **f.** $2 \times x \times 7 \times x \times x$

g. $x \times y - y$ **h.** $x \times (x + 1) \times y \times x$

19 Pour chaque expression, proposer une écriture plus simple.

$A = 3 \times (2 \times x - 5) + 6 \times x \times x$

$B = 5 \times x \times y - x \times (y + 2) \times 4 + 11 \times y$

$C = -6 \times x + x \times 2 \times x + 4 \times (11 + 3 \times x)$

$D = 3 \times (2 \times x + 1)(2 \times x + 1)$

$E = 4 \times x \times y + 2 \times (6 \times x + 7 \times y) - x \times 3 \times y$

20 Pour chaque expression, réintroduire le ou les signes $\times$ qui ont été supprimés.

$A = 6xy$ $B = 5y^2$

$C = (7t + 3)(2x + 5)$ $D = 3(5y - 2) + 2xy$

Développer un produit avec la simple distributivité

Savoir-faire p. 73

Questions flash diapo

21 Vrai ou faux ?

a. $11 + (x + y) = 11 + x + y$

b. $7 - (2x - 3y) = 7 - 2x + 3y$

c. $2(x + 4) = 2x + 4$

d. $5 + 7x = 12x$

e. $-5(x + 9) = -5x - 45$

22 Calculer mentalement.

12×15 101×29 247×9 99×17

23 Développer les expressions suivantes.

$A = -3(x + 7)$ $B = 4(2x - 3)$

$C = -11(-x - 5)$ $D = x(2x + 9)$

$E = -3x(6 + 4x)$ $F = -2x(10 - 5x)$

24 Associer chaque expression de la colonne rouge à son écriture développée et réduite de la colonne bleue.

$-4(y + 3) + 7y$	$3y^2 + 16y$
$11y + 9 + 6(7 - y)$	$19y^2 + 5y + 1$
$5y^2 - 2y(y - 8)$	$3y - 12$
$y^2 + 2y + 1 + 3y(6y + 1)$	$5y + 51$

25 Développer et réduire les expressions suivantes.

$A = 5x - 3(x + 12)$ $B = 3x - 6 + 7(2x + 4)$

$C = 2x^2 + x(4x - 5)$ $D = 4x^2 - x + x(5x - 9)$

26 Associer chaque expression de la colonne rouge à son écriture développée et réduite de la colonne bleue.

$2(b + 6) + 7(b - 1)$	$9b + 5$
$10(b + 9) - 6(7 - b)$	$7b^2 + 1$
$(b^2 + 4) - (3 - 6b^2)$	$16b + 48$
$3(2b + 11) + 5(8 - 3b)$	$-9b + 73$

27 Développer et réduire les expressions suivantes.
$A = 5(a + 2) - (6a - 7)$
$B = -b(3b + 7) + (5 - b) \times b$
$C = -c(4 + 3c) - (9 - 2c + 6c^2)$
$D = -5d + 5d(d - 2) - 6(7 - 3d)$

Développer un produit avec la double distributivité

Savoir-faire p. 75

Questions flash diapo

28 Dans chaque cas, dire si la double distributivité peut ou non s'appliquer pour développer. Expliquer pourquoi.
$A = (x + 1)(x + 2)$
$B = (x + 1) + (x + 2)$
$C = (x + 1) - (x + 2)$
$D = (x + 1) \times (x + 2)$

29 Recopier et compléter les égalités.
1. $(x + 4) \times (x + 3) = x \times \ldots + x \times \ldots + 4 \times \ldots + 4 \times \ldots$
2. $(x - 5)(x + 6) = x \times \ldots + x \times \ldots + (-5) \times \ldots + (-5) \times \ldots$
3. $(x - 7)(x - 2) = x \times \ldots + x \times \ldots + (-7) \times \ldots + (-7) \times \ldots$
4. $(2x + 3)(3x + 1) = 2x \times \ldots + 2x \times \ldots + \ldots \times \ldots + \ldots \times \ldots$

30 Développer et réduire les expressions suivantes.
$A = (x + 3)(x + 2)$ $B = (x + 3)(2x + 4)$
$C = (x - 7)(x + 9)$ $D = (x - 3)(4 - x)$
$E = (3x + 4)(5x - 7)$ $F = (-2x + 8)(4 - x)$

31 Dans chaque cas, choisir l'étiquette correspondant à la bonne expression développée et réduite.

1. $(2y - 4)(3y + 3) =$ $6y^2 - 18y - 12$ / $6y^2 - 6y - 12$

2. $(-y + 3)(8 - y) =$ $-y^2 - 11y + 24$ / $-11y + y^2 + 24$

3. $-(y + 6)(2y + 4) =$ $-2y^2 - 16y - 24$ / $-2y^2 + 16y + 24$

32 Écrire sous forme d'un produit, puis développer et réduire les expressions suivantes.
$A = (x + 2)^2$ $B = (y - 3)^2$
$C = (3a + 4)^2$ $D = (7 - 2b)^2$

33 Développer et réduire les expressions suivantes.
$A = (2x - 3)(7 - x)$ $B = (x + y)(2x - y)$
$C = (x - 7)(2 + y)$ $D = (x - 1)(1 - x)$
$E = 3(3a + 4)^2$ $F = -5(4 - b)^2$

Factoriser une somme ou une différence

Savoir-faire p. 75

Questions flash diapo

34 Traduire par une phrase chaque expression.
$A = x(x - 2)$ $B = x^2 - 6$
$C = (x + 3)(x - 5)$ $D = (2x - 6)^2$
$E = 7x^2 + 8$ $F = (4x + 9)^2$

35 Dans chaque expression, identifier un facteur commun à chaque terme.
$G = 3x + 3y$ $H = 8x + 15x$ $I = 4x^2 + 3x$
$J = 2x(x + 1) + 5(x + 1)$
$K = (2x - 1)(3x + 4) + (5 + x)(2x - 1)$

36 Factoriser les expressions suivantes.
$A = 4r + 4t$
$B = 7z + 9z$
$C = 3y^2 + 2y$
$D = 4x(x + 2) + 3(x + 2)$
$E = -3y(y + 6) + 7(y + 6)$
$F = (x - 1)(5x + 4) + (3 + x)(x - 1)$

37 Dylan doit factoriser l'expression littérale :
$$A = (x + 7)(2x - 5) - (2x - 5)(3x + 2).$$
Voici sa copie :

$A = (x + 7)(2x - 5) - (2x - 5)(3x + 2)$
$A = (2x - 5)(x + 7 - 3x \cancel{+ 2})$ Il y a une erreur de signe !
$A = (2x - 5)(-2x \cancel{+ 9})$

1. Effectuer la factorisation correcte.
2. De la même façon, en faisant attention aux signes, factoriser les expressions suivantes.
$B = (4x - 3)(2x + 1) - 5x(4x - 3)$
$C = (2x - 5)(x + 2) - (2x - 5)(3x - 7)$

38 **1.** Réécrire chaque expression en la transformant pour faire apparaitre un facteur commun, puis entourer-le.
$D = 5x^2(x - 3) - 6x(x + 7)$
$E = (x + 3)(6x + 2) - (x + 3)^2$
$F = (3x + 2)(x + 5) + 3x + 2$
$G = (x + 1)(4x + 5) - x - 1$
2. Factoriser chaque expression.

39 Associer chaque expression de la colonne rouge à son écriture factorisée de la colonne bleue.

$(8 - 3y)(y + 5) + (8 - 3y)(y + 6)$	$2(y + 7)(y - 3)$
$2y(y - 3) + 14(y - 3)$	$-(y + 1)(y - 3)$
$y^2(8 - 3y) + 4(8 - 3y)$	$(y^2 + 4)(8 - 3y)$
$-y(y - 3) - y + 3$	$(2y + 11)(8 - 3y)$

Faire le point

Vérifie tes connaissances.

QCM

Donner la seule réponse correcte parmi les trois proposées.

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1 Simplifier une expression			
1. L'expression $7 \times a \times b \times (3 \times a - b)$ peut s'écrire :	$21a^2b - b$	$7ab(3a - b)$	$21ab(a - b)$
2. L'expression $12 \times x - x \times x \times x$ peut s'écrire :	$12x^2$	$9x$	$12x - x^3$
2 Développer un produit avec la simple distributivité			
1. $-11(3x - 4)$ est égal à :	$-33x - 4$	$-33x + 44$	$-33x - 44$
2. $5x(4x - 1)$ est égal à :	$20x^2 - 5x$	$20x^2 - 1$	$9x^2 + 4x$
3 Développer un produit avec la double distributivité			
1. La forme développée de $(x + 1)(2x + 3)$ est :	$2x + 3$	$2x^2 + 3$	$2x^2 + 5x + 3$
2. La forme développée de $(3x - 2)(7x - 4)$ est :	$21x^2 - 7x + 8$	$21x^2 - 26x + 8$	$21x^2 - 26x - 8$
4 Factoriser une somme ou une différence			
1. L'expression $28c^2 - 13c^2 + c^2$ peut s'écrire :	$14c^2$	$16c^2$	$16c^6$
2. La forme réduite de $9x^2 - 3x - (19 - x + 4x^2)$ est :	$5x^2 - 2x - 19$	$3x^2 - 19$	$13x^2 - 4x - 19$

Pour t'aider à retenir le cours.*

Carte mentale

Reproduire et compléter cette carte mentale.

Calcul littéral

- **Simplifier une expression**
  - **Lettres** — Exemple : $4 \times x + y \times 3 = \ldots$
  - **Parenthèses** — Exemple : $3 \times (x + 1) = \ldots$
- **Développer, c'est …**
  - **Simple distributivité** — Exemple : $3t\,(t - 1) = \ldots$
  - **Double distributivité** — Exemple : $(3x + 1)\,(5x - 7) = \ldots$
- **Factoriser, c'est …**
  - **Facteur commun** — Exemple : $3t^2 - t = \ldots$

** Tu peux aussi construire ta propre carte mentale.*

Algorithmique et outils numériques

40 Programme de calcul et variables

Alex a écrit le script suivant pour automatiser un programme de calcul.

```
quand [drapeau] cliqué
demander (Valeur de x ?) et attendre
mettre x à réponse
mettre y à x + 2
mettre z à 3 - x
dire (y * z) - 6 pendant 2 secondes
```

1. Écrire le programme de calcul correspondant à ce script.
2. Donner une expression littérale donnant directement le résultat de ce programme de calcul en fonction du nombre de départ x.
3. Développer et simplifier cette expression littérale.
4. En utilisant cette expression simplifiée, écrire un nouveau script donnant le même résultat que le script de la question **1** en utilisant le moins de variables possible.
5. Quelle(s) valeur(s) peut-on choisir comme nombre de départ pour que ce programme de calcul donne 0 ?
6. Peut-on savoir quel est le plus grand résultat possible que peut donner ce programme de calcul ?

41 Entiers consécutifs

Voici deux programmes de calcul.

Programme I
Choisir deux nombres entiers consécutifs.
Calculer leur somme.

Programme II
Choisir deux nombres entiers consécutifs.
Calculer la différence de leurs carrés.

1. Dans un tableur, reproduire la feuille de calcul ci-dessous.

	A	B	C	D
1	Entier	Entier qui suit	Programme I	Programme II
2	0	1	1	1
3	1	2		
4	2	3		
5	3	4		
6	4	5		

Quelle formule doit-on écrire en B2 ? en C2 ? en D2 ?

2. Recopier ces formules vers le bas et comparer les deux programmes.
3. Exprimer les résultats observés sur le tableur à l'aide d'une égalité.
4. Démontrer que cette égalité est toujours vraie.
5. L'égalité entre les deux programmes peut se lire : « Tout nombre impair est la différence des carrés de deux nombres entiers consécutifs. »
Écrire 159 comme différence des carrés de deux nombres entiers consécutifs.

42 Cyclisme

Un club cycliste organise une course dans les Pyrénées. Pour déterminer le nombre de points à gagner au passage des ascensions, les organisateurs ont besoin de les classer suivant leur niveau de difficulté.

Doc. 1 Indice de difficulté d'une ascension

Le club décide d'utiliser la méthode dite de la « cotation au carré de la pente moyenne » :

$$\text{indice de difficulté} = p^2 \times d.$$

d est la distance en km.

p est la pente en % :

$$p = \frac{\text{distance verticale (dénivelé)}}{\text{distance horizontale}} \times 100.$$

Doc. 2 Classification des ascensions

Indice entre 35 et 79	Indice entre 80 et 179	Indice entre 180 et 299	Indice entre 300 et 599	Indice supérieur à 600
4^{e} catégorie	3^{e} catégorie	2^{e} catégorie	1re catégorie	Hors catégorie

Doc. 3 Quelques ascensions du Tour de France

Ascension	Pente (en %)	Distance (en km)	Catégorie
Côte de Fanjeaux	4,9	2,4	4
Col de Portet-d'Aspet	6,9	5,4	2
Montée du Pla d'Adet	8,3	10,2	1
Col du Tourmalet	7,3	17,1	Hors catégorie

1. Écrire un script qui affiche la catégorie d'une ascension en fonction de sa pente et de sa distance.
2. Le Tour de France utilise-t-il la même méthode que le club cycliste pour classer les ascensions ?

Problèmes

Pour mieux cibler les compétences			
Chercher	54 57	Raisonner	44 56 59
Modéliser	46 52	Calculer	43 45
Représenter	55 60	Communiquer	52 59

43 Une autre présentation

1. Pour développer l'expression $(3x+4)(2x-5)$, on peut poser la multiplication comme ci-dessous.

$$\begin{array}{rrr} & 3x & +4 \\ \times & 2x & -5 \\ \hline \end{array}$$

Effectuer la multiplication sans oublier le décalage.

2. De la même manière, développer les expressions suivantes.

$A = (4x-7)(x+8)$ $\quad$ $B = (-2x+3)(x+2)$

$C = (5x-2)(-2x-1)$ $\quad$ $D = (3x-5)^2$

44 Chercher l'intrus

1. Quelle expression ne se simplifie pas en $3n+2$?

$3n+2$:
- $\dfrac{5n-10}{5} + 2(n+2)$
- $5(n+4) - 2(n+9)$
- $\dfrac{6(n+1)}{2} - 1$
- $2(2n+1) - n$
- $7(n-2) - 4(n-4)$
- $\dfrac{4n+8}{2} + n - 6$
- $\dfrac{9n+6}{3}$
- $n+3+2n-1$

2. Quelle expression ne se factorise pas en $2(n+1)$?

$2(n+1)$:
- $3n(n+1) - (3n-2)(n+1)$
- $3(n+3) - n - 7$
- $2(n-1) + 4$
- $3(n+1) - n + 1$
- $6(n-1) - 4(n-2)$
- $\dfrac{5(n+1)}{2} - \dfrac{n+1}{2}$
- $\dfrac{10n+10}{5}$
- $4n+4-2n-2$

45 Un calcul avec des grands nombres

Voici un programme de calcul :

- Choisir quatre nombres entiers consécutifs.
- Calculer le produit du deuxième et du troisième.
- Calculer le produit du premier et du quatrième.
- Calculer la différence de ces deux produits.

1. On souhaite reproduire la feuille de calcul ci-dessous dans un tableur afin de réaliser plusieurs essais.

	A	B	C	D	E
1	n	n + 1	n + 2	n + 3	Programme
2	0	1	2	3	
3	1	2	3	4	
4	2	3	4	5	
5	3	4	5	6	
6	4	5	6	7	
7	5	6	7	8	
8	6	7	8	9	

a. Quelle formule doit-on écrire en B2 ? Recopier cette formule jusqu'à la cellule D2 puis recopier ces formules vers le bas.

b. Quelle formule doit-on écrire en E2 ? Recopier cette formule vers le bas.

2. Écrire une conjecture et la démontrer.

3. Donner le résultat de :

$48\,312\,345\,678 \times 48\,312\,345\,679 - 48\,312\,345\,677 \times 48\,312\,345\,680$

4. Faire le calcul à l'aide de la calculatrice. Comment expliquer le résultat donné par la calculatrice ?

46 Vrai ou faux ?

① $4 \times 6 + 1 = 5^2$ $\quad$ ② $5 \times 7 + 1 = 6^2$

③ $7 \times 9 + 1 = 8^2$ $\quad$ ④ $12 \times 14 + 1 = 15^2$

1. Vérifier chacune des égalités ci-dessus.
2. Pour chaque égalité fausse, donner un moyen de la corriger rapidement et sans calculatrice.
3. Compléter les égalités suivantes en précisant la démarche suivie.

a. $44 \times 46 + 1 = \ldots$

b. $89 \times 91 + 1 = \ldots$

4. Écrire une conjecture et la démontrer.

Si n désigne un nombre entier, comment écris-tu l'entier suivant ?

47 Remarquable 1 Pour aller plus loin

On considère le programme de calcul suivant.

- Choisir deux nombres quelconques.
- Calculer le carré de chacun d'eux.
- Calculer la somme des carrés.
- Ajouter deux fois le produit des deux nombres.

1. Appliquer le programme avec 2,3 et 3,7.
2. Recommencer avec 7,2 et 0,8.
3. Recommencer avec 5 et 3.
4. Créer un autre exemple du même type.
5. Quelle conjecture peut-on écrire ?
6. Démontrer cette égalité quels que soient les nombres choisis.

Cette égalité est appelée une *identité remarquable*.

48 Remarquable 2 Pour aller plus loin

On considère le programme de calcul suivant.

- Choisir deux nombres quelconques.
- Calculer le carré de chacun d'eux.
- Calculer la somme des carrés.
- Retrancher deux fois le produit des deux nombres.

1. Appliquer le programme avec 8,2 et 3,2.

2. Créer d'autres exemples du même type, avec éventuellement des nombres négatifs.

3. Quelle conjecture peut-on écrire ?

4. Démontrer que cette égalité est vraie quels que soient les nombres choisis.

> Cette égalité est appelée une *identité remarquable*.

49 Remarquable 3

Pour aller plus loin

a et b sont deux nombres tels que :

$$a + b = 11 \quad \text{et} \quad a - b = 4.$$

1. Trouver a et b puis calculer $a^2 - b^2$.

2. Choisir d'autres nombres a et b, calculer $a + b$, $a - b$ et enfin $a^2 - b^2$.

3. Écrire une conjecture.

4. Démontrer que cette égalité est vraie quels que soient les nombres choisis.

> Cette égalité est appelée une *identité remarquable*.

50 Un programme de calcul

Pour aller plus loin

> Choisir un nombre.
> Ajouter 4.
> Multiplier la somme obtenue par le nombre choisi.
> Ajouter 4 à ce produit.

1. Écrire les calculs permettant de vérifier que si l'on fait fonctionner ce programme avec le nombre –2, on obtient 0.

2. Donner le résultat fourni par le programme lorsque le nombre choisi est 5.

3. a. Faire deux autres essais en choisissant à chaque fois un nombre entier et écrire le résultat obtenu sous la forme d'un carré d'un autre nombre entier.

b. En est-il toujours ainsi lorsqu'on choisit un nombre entier au départ de ce programme de calcul ? Justifier la réponse.

> Tu peux utiliser l'identité démontrée dans le problème Remarquable 1 :
> $$a^2 + b^2 + 2ab = (a + b)^2$$
> quelles que soient les valeurs prises par a et b.

4. On souhaite obtenir 1 comme résultat. Quels nombres peut-on choisir au départ ?

51 Avec des nombres impairs

Voici un extrait de la copie de Marvin :

> *Je pense qu'en multipliant deux nombres impairs consécutifs et en ajoutant 1, le résultat obtenu est toujours un multiple de 4.*

1. Marvin décide de tester sa conjecture avec un tableur.

	A	B	C	D
1	Nombre 1	Nombre 2	Résultat	
2	1	3		
3	3	5		

a. Quelle formule Marvin a-t-il écrite dans la cellule C2 ?

b. Quelles formules a-t-il écrites dans les cellules A3 et B3 pour pouvoir copier vers le bas ?

c. Marvin veut contrôler sa conjecture dans la colonne D. Trouver une formule pour la cellule D2 qui permette cela.

> Un nombre impair peut s'écrire sous la forme $2n + 1$

2. Démontrer la conjecture de Marvin.

52 Abu-Kamil

Prise d'initiative

> Abu-Kamil Shoja ben-Aslam, mathématicien égyptien, est né vers 850 et mort vers 930. Il a joué un grand rôle dans le développement de l'algèbre. Dans son *Algèbre*, il propose et résout 69 problèmes.

En voici un exemple :

> *Si tu as embauché un salarié avec la condition que s'il travaille tout le mois il a six dirhams et s'il s'arrête tout le mois, il doit quatre dirhams. Il a alors travaillé et il s'est arrêté et il s'en est sorti sans salaire et sans dettes. Combien de jours a-t-il travaillé et combien de jours s'est-il arrêté ?*

1. En supposant qu'un mois est composé de 30 jours, écrire une égalité qui permettra de déterminer le nombre de jours travaillés pour le salarié cité dans le parchemin.

2. Ce salarié a-t-il pu travailler 20 jours ? 10 jours ?

3. Finalement, combien de jours a-t-il travaillé ?

53 Multiple Magic

LV

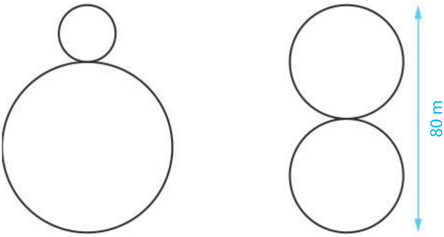
> Think of any whole number.
> Double it and add five.
> Double this answer and add two.
> Now take away the number you first thought of.

- Which whole number will your final answer always be a multiple of?

Problèmes

54 Circuits de karting
Prise d'initiative

Gaëlle et Maeva souhaitent construire un circuit de karting en forme de 8.
Elles disposent d'un emplacement de 80 mètres de long.
Sur la figure ci-dessous sont tracés leurs modèles respectifs, constitués de deux cercles tangents. Pour celui de Maeva, les deux cercles sont de même rayon tandis que pour celui de Gaëlle, les deux cercles sont de rayon distinct.



- De ces deux circuits, lequel est le plus long ?

55 Posologie
Prise d'initiative

On peut lire au sujet d'un médicament :

« Chez les enfants (12 mois à 17 ans), la posologie doit être établie en fonction de la surface corporelle du patient. »
« Une dose de charge unique de 70 mg par mètre carré (sans dépasser 70 mg par jour) devra être administrée. »

Pour calculer la surface corporelle en m^2, on utilise la formule de Mosteller :

$$\text{Surface corporelle (en m}^2\text{)} = \sqrt{\frac{\text{taille (en cm)} \times \text{masse (en kg)}}{3\,600}}$$

On considère les informations ci-dessous.

Patient	Âge	Taille (en m)	Masse (en kg)	Dose administrée
Lou	5 ans	1,05	17,5	50 mg
Joé	15 ans	1,50	50	100 mg

1. La posologie a-t-elle été respectée pour Joé ? Justifier la réponse.
2. Vérifier que la surface corporelle de Lou est environ de 0,71 m^2.
3. La posologie a-t-elle été respectée pour Lou ? Justifier la réponse.

D'après DNB Centres étrangers, 2013.

56 Devinette
Prise d'initiative

Deux nombres ont pour somme 300.

- De combien augmente leur produit si on augmente chacun d'eux de 7 ?

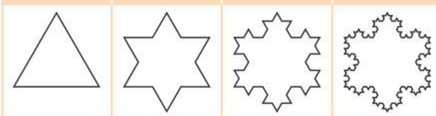
57 Les fractales dans l'art
Prise d'initiative

PEAC

Katsushika Hokusai est né en 1760 à Tokyo, capitale du Japon, et mort en 1849. Peintre, dessinateur, graveur et auteur d'écrits populaires japonais, on lui doit l'utilisation du mot « manga ». Appelé « Vieux fou de dessin », il a, dans ses estampes, représenté la nature à l'aide d'objets géométriques appelés « fractales ».
Son œuvre la plus connue est *La Grande Vague de Kanagawa* (1831).

Les courbes de l'écume de la grande vague engendrent d'autres courbes qui se divisent à leur tour en une multitude de petites vagues répétant l'image de la grande vague.
Le mathématicien suédois Helge von Koch (1870-1924) a créé, à l'aide du principe de construction des fractales, une courbe appelée Courbe de Von Koch ou Courbe du flocon de neige.
En voici les premières étapes de construction :

Départ	Étape 1	Étape 2	Étape 3



On part d'un triangle équilatéral de côté 1, puis pour chaque côté, on effectue la construction suivante :
- diviser le segment en trois parties égales ;
- construire un triangle équilatéral à partir du segment du milieu.

On répète ensuite la construction précédente.

1. Exprimer la longueur d'un côté de la figure à l'étape n, puis exprimer le nombre de côté à l'étape n.
2. En déduire une expression du périmètre de la figure à l'étape n.
3. Calculer le périmètre du flocon à la 10^e étape, à la 50^e étape, à la 100^e étape.
   Quel constat peut-on faire ?

Brevet

58 Toujours positif ? Pour aller plus loin

On donne les formules suivantes.
Quelles que soient les valeurs prises par a et b :

$$a^2 + b^2 + 2ab = (a + b)^2$$
$$a^2 + b^2 - 2ab = (a - b)^2$$
$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

On considère le programme de calcul ci-dessous.

- Choisir un nombre.
- Soustraire 6.
- Multiplier le résultat obtenu par le nombre choisi.
- Ajouter 9.

1. Vérifier que lorsque le nombre choisi est 11, le résultat du programme est 64.

2. Lorsque le nombre choisi est -4, quel est le résultat du programme ?

3. Théo affirme que, quel que soit le nombre choisi au départ, le résultat du programme est toujours un nombre positif. A-t-il raison ?

D'après DNB Métropole–La Réunion–Antilles-Guyane, 2015.

59 Identiques

1. Voici un programme de calcul :

Programme A
- Choisir un nombre.
- Ajouter 3.
- Calculer le carré du résultat obtenu.
- Soustraire le carré du nombre de départ.

a. Eugénie choisit 4 comme nombre de départ. Vérifier qu'elle obtient 33 comme résultat du programme.

b. Elle choisit ensuite -5 comme nombre de départ. Quel résultat obtient-elle ?

2. Voici un deuxième programme de calcul :

Programme B
- Choisir un nombre.
- Multiplier par 6.
- Ajouter 9 au résultat obtenu.

Clément affirme : « Si on choisit n'importe quel nombre et qu'on lui applique les deux programmes, on obtient le même résultat. »
Prouver que Clément a raison.

3. Quel nombre de départ faut-il choisir pour que le résultat des programmes soit 54 ?

D'après DNB Polynésie, 2015.

60 Distance d'arrêt

PC CIT

La distance d'arrêt est la distance que parcourt un véhicule entre le moment où son conducteur voit un obstacle et le moment où le véhicule s'arrête. Une formule permettant de calculer la distance d'arrêt est $D = \frac{5}{18} \times V + 0{,}006 \times V^2$, où D est la distance d'arrêt en mètres et V la vitesse en km/h.

1. Un conducteur roule à 130 km/h sur l'autoroute. Surgit un obstacle à 100 m de lui. Pourra-t-il s'arrêter à temps ?

2. On a utilisé un tableur pour calculer la distance d'arrêt pour quelques vitesses. Une copie de l'écran obtenu est donnée ci-contre. La colonne B est configurée pour afficher les résultats arrondis à l'unité.

	A	B
1	Vitesse (en km/h)	Distance d'arrêt (en m)
2	30	14
3	40	21
4	50	29
5	60	38
6	70	49
7	80	61
8	90	74
9	100	88

Quelle formule a-t-on saisie dans la cellule B2 avant de la recopier vers le bas ?

3. On entend fréquemment l'affirmation suivante : « Lorsqu'on va deux fois plus vite, il faut une distance deux fois plus grande pour s'arrêter. » Est-elle exacte ?

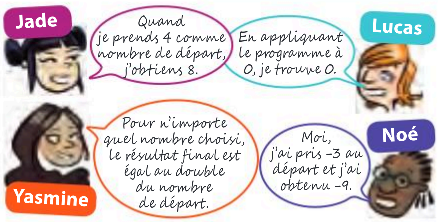
4. Dans le code de la route, on donne la règle suivante pour calculer de tête sa distance d'arrêt : « Pour une vitesse comprise entre 50 km/h et 90 km/h, multiplier par lui-même le chiffre des dizaines de la vitesse. »
Le résultat calculé avec cette règle pour un automobiliste qui roule à 80 km/h est-il cohérent avec celui calculé par la formule ?

D'après DNB Polynésie, 2015.

61 Qui a raison ?

Voici un programme de calcul sur lequel travaillent quatre élèves. Voici ce qu'ils affirment :

- Prendre un nombre.
- Lui ajouter 8.
- Multiplier le résultat par 3.
- Enlever 24.
- Enlever le nombre de départ.

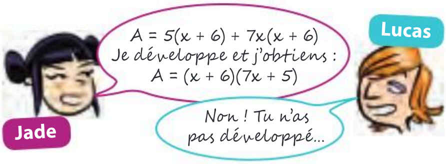


- Pour chacun de ces quatre élèves, expliquer s'il a raison ou tort.

D'après DNB Métropole – La Réunion – Antilles-Guyane, 2015.

Deux énoncés pour un exercice

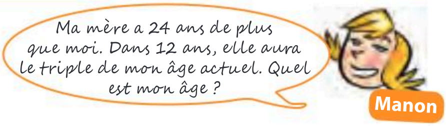
Exercice 1



1. Qu'a donc fait Jade ?

2. Développer A.

Exercice 2



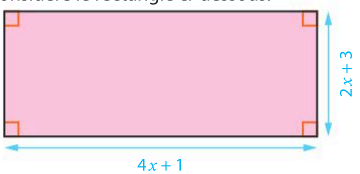
On note x l'âge de Manon.

1. Exprimer, à l'aide d'une expression littérale utilisant x, l'âge de Manon.

2. Manon est-elle majeure ?

Exercice 3

On considère le rectangle ci-dessous.



Exprimer en fonction de x :

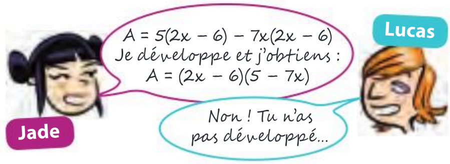
1. son périmètre sous la forme d'une expression développée et réduite ;

2. son aire :

a. sous la forme d'une expression factorisée ;

b. sous la forme d'une expression développée et réduite.

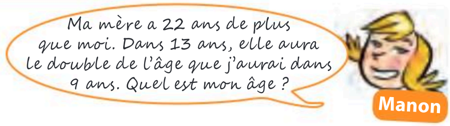
Exercice 1



1. Qu'a donc fait Jade ?

2. Développer A.

Exercice 2



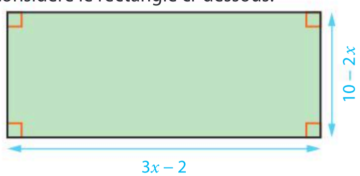
On note x l'âge de Manon.

1. Exprimer, à l'aide d'une expression littérale utilisant x, l'âge de Manon.

2. Manon est-elle majeure ?

Exercice 3

On considère le rectangle ci-dessous.



Exprimer en fonction de x :

1. son périmètre sous la forme d'une expression développée et réduite ;

2. son aire :

a. sous la forme d'une expression factorisée ;

b. sous la forme d'une expression développée et réduite.

Écriture d'un énoncé

1. Recopier et compléter les deux étiquettes ci-dessous avec des nombres au choix.

$(\ldots x + \ldots)(\ldots x - \ldots)$ $\ldots x(\ldots x + \ldots) - \ldots(\ldots x - \ldots)$

2. Sur deux autres étiquettes, développer les expressions littérales créées.

3. Échanger les quatre étiquettes avec son binôme et lui demander lesquelles sont égales.

Analyse d'une production

Le professeur demande de développer et de réduire, si possible, $(2x - 3)(x + 2)$.
Fanny a écrit :

$$(2x - 3)(x + 2) = 2x^2 - 6$$

- Analyser la réponse de Fanny et corriger les erreurs s'il y en a.

CHAPITRE 5

Ta mission

Modéliser et résoudre des problèmes à l'aide d'équations et d'inéquations.

Équations et inéquations

Jeux

L'équation inconnue

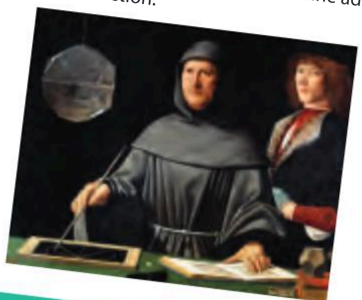
Dans ce jeu, Paul doit trouver l'égalité ou l'inégalité cachée derrière le bandeau noir, qui ne peut comporter qu'une seule fois au maximum chacun de ces caractères.

Paul a fait deux essais : les pions blancs indiquent qu'il a à chaque fois trois bons caractères, mais mal placés.

• Aider Paul à gagner au prochain coup.

INFOS

Luca Pacioli (1445-1517), Italien franciscain et mathématicien réputé, donne en 1494, dans son livre *Summa de arithmetica, geometria, proporzioni et proporzionalita*, une solution générale des équations du premier degré. Il utilise par exemple les lettres *p* et *m* pour désigner respectivement une addition et une soustraction.



Activités

Questions flash

diapo

1. Voici une succession d'opérations faites pour résoudre un problème.
Dans chaque cas, écrire une seule expression donnant le même résultat final.

a. $5 \times 7 = 35$
$35 - 12 = 23$
$23 \div 2 = 11{,}5$

b. $18 + 14 = 32$
$32 - 3{,}5 = 28{,}5$
$17 \times 28{,}5 = 484{,}5$

2. Choisir un nombre.
Le multiplier par 4.
Ajouter -7 au résultat.

- De quel nombre faut-il partir pour obtenir 9 ?

3. Vrai ou faux ?

a. 0 est une solution de l'inéquation : $6x - 7 \geqslant -4$.
b. 1 est une solution de l'inéquation : $3x + 2 \leqslant 5$.

4. On recherche une solution de l'équation :

$$4x - 3 = 7x + 6.$$

	A	B	C
1	x	4x-3	7x+6
2	-4	-19	-22
3	-3	-15	-15
4	-2	-11	-8
5	-1	-7	-1
6	0	-3	6
7	1	1	13
8	2	5	20
9	3	9	27
10	4	13	34

a. Quelle formule a été saisie en B2 ?
b. Quelle formule a été saisie en C2 ?
c. Donner une solution de l'équation.

Les balances — 4e — Activité 1

Sur deux balances équilibrées, on dispose des pommes, des bananes et une grappe de raisin.

- Si chaque pomme pèse 170 g, combien pèse la grappe de raisin ?

Les programmes de calcul — 4e — Activité 2

Emma et Idriss écrivent le même nombre de départ sur leur calculatrice, puis appliquent un programme de calcul différent. À la fin, ils obtiennent le même résultat.

- À chaque fois, trouver le nombre qui donne le même résultat.

1.

Programme d'Emma
Choisir un nombre.
Multiplier ce nombre par 7.
Ajouter 3 au résultat.

Programme d'Idriss
Choisir un nombre.
Multiplier ce nombre par 5.
Ajouter 12 au résultat.

2.

Programme d'Emma
Choisir un nombre.
Multiplier ce nombre par 3.
Soustraire 7 au résultat.

Programme d'Idriss
Choisir un nombre.
Multiplier ce nombre par 8.
Ajouter 5 au résultat.

3.

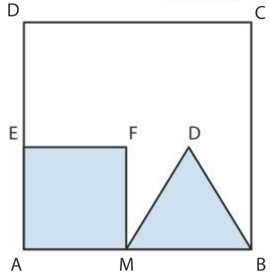
Programme d'Emma
Choisir un nombre.
Multiplier ce nombre par 5.
Ajouter 3 au résultat.

Programme d'Idriss
Choisir un nombre.
Multiplier ce nombre par 2.
Ajouter 7 au résultat.

L'aire du motif

4e — Activité 3

Pour faire le motif ci-contre, on construit :
- un carré ABCD de 8 cm de côté ;
- M un point du segment [AB] ;
- un carré de côté [AM] ;
- un triangle isocèle de base [MB] dont la hauteur a même longueur que le côté [AE] du carré.



On recherche les positions du point M sur le segment [AB] pour que le motif gris ait une aire supérieure à 10 cm².

1. On pose AM = x. Traduire le problème à l'aide d'une inéquation.

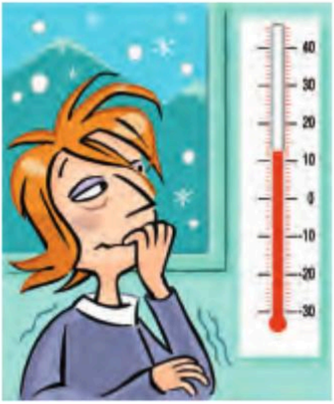
2. À l'aide d'un tableur, en s'inspirant de la feuille de calcul ci-dessous, conjecturer les positions du point M qui répondent au problème.

	A	B
1	x	Aire du motif
2	0	0
3	1	4,5

Les températures

Activité 4

À son réveil, Lucas va regarder le thermomètre représenté ci-contre.



1. Donner un encadrement au degré près de la température relevée par Lucas.

2. Il est prévu une augmentation de température de 5 °C à partir de 14 h. Écrire un encadrement de la température à 14 h.

3. a, b et c désignent trois nombres relatifs tels que $a < b$.
   a. Quel est le signe de $a - b$?
   b. Simplifier l'expression $(a + c) - (b + c)$, puis comparer les nombres $a + c$ et $b + c$.
   c. Écrire une phrase traduisant la propriété qui vient d'être démontrée.

4. Il est prévu que pendant la nuit la température diminue de 7°C. Donner un encadrement au degré près de la température de la nuit.

5. a, b et c désignent trois nombres relatifs tels que $a < b$.
En faisant un raisonnement analogue à celui de la question **2**, démontrer la propriété suivante :

Si $a < b$, alors $a - c < b - c$.

Inégalités et multiplication

Activité 5

1. On pose $x = -7{,}2$ et $y = 5$.
   a. Comparer les nombres x et y.
   b. Comparer les nombres $4x$ et $4y$.
   c. Comparer les nombres $-3x$ et $-3y$. Que constate-t-on ?

2. a, b et c désignent trois nombres relatifs quelconques où $a < b$ et $c > 0$.
   a. Donner le signe de $a - b$, puis le signe du produit de $a - b$ par c.
   b. Développer l'expression $(a - b) \times c$, puis comparer les nombres ac et bc.
   c. Écrire une phrase traduisant la propriété qui vient d'être démontrée.

3. a, b et c désignent trois nombres relatifs tels que $a < b$ et $c < 0$.
En faisant un raisonnement analogue à celui de la question **2**, démontrer la propriété suivante :

Si $a < b$ et $c < 0$, alors $ac > bc$.

Cours

4e

1 Résoudre une équation

Vidéo

Définitions

- Une **équation** est une égalité qui comporte au moins un nombre de valeur inconnue, généralement désigné par une lettre.
  Cette égalité peut être vraie pour certaines valeurs de l'inconnue et fausse pour d'autres.
- Une **solution** d'une équation est une valeur de l'inconnue pour laquelle l'égalité est vraie.
- **Résoudre** une équation, c'est en trouver toutes les solutions.

Exemple

On veut résoudre l'équation $2 + x = 8$.
Pour $x = 6$, l'égalité est vérifiée, donc 6 est une solution de cette équation.
Pour $x = 9$, l'égalité n'est pas vérifiée, donc 9 n'est pas une solution de l'équation.

Propriété

Une égalité reste vraie lorsqu'on ajoute (ou soustrait) un même nombre à chacun de ses membres.
a, b et k désignent des nombres.
Si $a = b$, alors $a + k = b + k$ et $a - k = b - k$

Exemples

On veut résoudre l'équation $x - 7 = 2$.
On ajoute **7** à chacun de ses membres :
$$x - 7 + 7 = 2 + 7$$
$$x = 9$$
Donc 9 est la solution de cette équation.

On veut résoudre l'équation $5 + x = 1$.
On soustrait **5** à chacun de ses membres :
$$5 + x - 5 = 1 - 5$$
$$x = -4$$
Donc -4 est la solution de cette équation.

Propriété

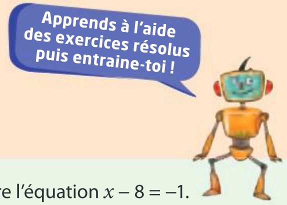
Une égalité reste vraie lorsqu'on multiplie (ou divise) chacun de ses membres par un même nombre non nul.
a, b et k désignent des nombres ($k \neq 0$).
Si $a = b$, alors $a \times k = b \times k$ et $\frac{a}{k} = \frac{b}{k}$

Exemples

On veut résoudre l'équation $\frac{x}{2} = 5$.
On multiplie par **2** chacun de ses membres :
$$\frac{x}{2} \times 2 = 5 \times 2$$
$$x = 10$$
Donc 10 est la solution de cette équation.

On veut résoudre l'équation $3x = -1$.
On divise par **3** chacun de ses membres :
$$\frac{3x}{3} = \frac{-1}{3}$$
$$x = -\frac{1}{3}$$
Donc $-\frac{1}{3}$ est la solution de cette équation.

Savoir-faire



1 Résoudre une équation

1 Résoudre l'équation $x + 7 = 12$.

Solution

Pour résoudre l'équation $x + 7 = 12$, on soustrait **7** à chacun de ses membres :

$$x + 7 - \mathbf{7} = 12 - \mathbf{7}$$
$$x = 5$$

Donc 5 est la solution de cette équation.

2 Résoudre l'équation $x - 8 = -1$.

Solution

Pour résoudre l'équation $x - 8 = -1$, on ajoute **8** à chacun de ses membres :

$$x - 8 + \mathbf{8} = -1 + \mathbf{8}$$
$$x = 7$$

Donc 7 est la solution de cette équation.

3 Résoudre les équations suivantes.

$x + 12 = 7$ $\quad$ $9 + x = 15$ $\quad$ $3{,}2 + x = 6$ $\quad$ $x - 10 = 5$ $\quad$ $x - 6{,}5 = 8$ $\quad$ $x - (-3) = 8$

4 Résoudre l'équation $6x = 18$.

Solution

Pour résoudre l'équation $6x = 18$, on divise par **6** chacun de ses membres :

$$\frac{6x}{\mathbf{6}} = \frac{18}{\mathbf{6}}$$
$$x = 3$$

Donc 3 est la solution de cette équation.

5 Résoudre l'équation $\frac{x}{5} = 7$.

Solution

Pour résoudre l'équation $\frac{x}{5} = 7$, on multiplie par **5** chacun de ses membres :

$$\frac{x}{5} \times \mathbf{5} = 7 \times \mathbf{5}$$
$$x = 35$$

Donc 35 est la solution de cette équation.

6 Résoudre les équations suivantes.

$2x = 11$ $\quad$ $-4x = 13$ $\quad$ $2{,}6x = 31{,}2$ $\quad$ $\frac{x}{9} = 5$ $\quad$ $\frac{x}{12} = -7$ $\quad$ $\frac{x}{-6} = 8$

7 Résoudre l'équation $4x + 7 = 11$.

Solution

Pour résoudre l'équation $4x + 7 = 11$, on soustrait **7** à chacun de ses membres :

$$4x + 7 - \mathbf{7} = 11 - \mathbf{7}$$
$$4x = 4$$

On divise ensuite par **4** chacun des deux membres :

$$\frac{4x}{\mathbf{4}} = \frac{4}{\mathbf{4}}$$
$$x = 1$$

Donc 1 est la solution de cette équation.

8 Résoudre l'équation $3x - 5 = 2x + 2$.

Solution

Pour résoudre l'équation $3x - 5 = 2x + 2$, on soustrait **$2x$** à chacun de ses membres :

$$3x - 5 - \mathbf{2x} = 2x + 2 - \mathbf{2x}$$
$$x - 5 = 2$$

On ajoute ensuite **5** à chacun des deux membres :

$$x - 5 + \mathbf{5} = 2 + \mathbf{5}$$
$$x = 7$$

Donc 7 est la solution de cette équation.

9 Résoudre les équations suivantes.

$2x + 8 = 7$ $\quad$ $4 - 8x = 15$ $\quad$ $5x + 11 = 3x + 5$ $\quad$ $4x - 3 = -2x + 8$

2 Résoudre une inéquation ▶ Vidéo

Définitions 4e

- Une **inéquation** est une inégalité qui comporte au moins un nombre de valeur inconnue, généralement désigné par une lettre.
  Cette inégalité peut être vraie pour certaines valeurs de l'inconnue et fausse pour d'autres.
- Une **solution** d'une inéquation est une valeur de l'inconnue pour laquelle l'inégalité est vraie.
- **Résoudre** une inéquation, c'est en trouver toutes les solutions.

Exemple

On veut résoudre l'inéquation $2 + x \leqslant 8$.
Pour $x = 3$, l'inégalité est vérifiée, donc 3 est une solution de l'inéquation.
Pour $x = 9$, l'inégalité n'est pas vérifiée, donc 9 n'est pas une solution de l'inéquation.

Propriété

Une inégalité reste vraie lorsqu'on ajoute (ou soustrait) un même nombre à chacun de ses membres.
a, b et k désignent des nombres.
Si $a \leqslant b$ alors $a + k \leqslant b + k$ et $a - k \leqslant b - k$

Exemples

On veut résoudre l'inéquation $x - 7 \leqslant 2$.
On ajoute 7 à chacun de ses membres :
$$x - 7 + 7 \leqslant 2 + 7$$
$$x \leqslant 9$$
Donc tous les nombres inférieurs ou égaux à 9 sont les solutions de cette inéquation.

On veut résoudre l'inéquation $5 + x > 1$.
On soustrait 5 à chacun de ses membres :
$$5 + x - 5 > 1 - 5$$
$$x > -4$$
Donc tous les nombres strictement supérieurs à -4 sont les solutions de cette inéquation.

Propriété

On peut multiplier (ou diviser) les deux membres d'une inéquation par un même nombre non nul :
- si ce nombre est positif, on ne change pas le sens de l'inégalité ;
- si ce nombre est négatif, on **change** le sens de l'inégalité.

a, b et k désignent des nombres ($k \neq 0$).
Si $a \leqslant b$ et $k > 0$ alors $a \times k \leqslant b \times k$ et $\dfrac{a}{k} \leqslant \dfrac{b}{k}$

Si $a \leqslant b$ et $k < 0$ alors $a \times k \geqslant b \times k$ et $\dfrac{a}{k} \geqslant \dfrac{b}{k}$

k est négatif, on change le sens de l'inégalité.

Exemples

On veut résoudre l'inéquation $-3x \leqslant 18$.
On divise les deux membres par -3, donc on **change** le sens de l'inégalité.
$$\frac{-3x}{-3} \geqslant \frac{18}{-3}$$
$$x \geqslant -6$$
Donc tous les nombres supérieurs ou égaux à -6 sont les solutions de cette inéquation.

On veut résoudre l'inéquation $\dfrac{x}{4} > -1$.
On multiplie les deux membres par 4, donc on ne change pas le sens de l'inégalité.
$$\frac{x}{4} \times 4 > -1 \times 4$$
$$x > -4$$
Donc tous les nombres strictement supérieurs à -4 sont les solutions de cette inéquation.

Savoir-faire

Apprends à l'aide des exercices résolus puis entraine-toi !

2 Résoudre une inéquation

10 Résoudre l'inéquation $x + 5 > 11$.

Solution

Pour résoudre l'inéquation $x + 5 > 11$, on soustrait **5** à chacun de ses membres :

$$x + 5 - 5 > 11 - 5$$
$$x > 6$$

Donc tous les nombres strictement supérieurs à 6 sont les solutions de cette inéquation.

11 Résoudre l'inéquation $x - 4 \leqslant -3$.

Solution

Pour résoudre l'inéquation $x - 4 \leqslant -3$, on ajoute **4** à chacun de ses membres :

$$x - 4 + 4 \leqslant -3 + 4$$
$$x \leqslant 1$$

Donc tous les nombres inférieurs ou égaux à 1 sont les solutions de cette inéquation.

12 Résoudre les inéquations suivantes : $x + 11 > 6$ $\quad 8 + x \geqslant 14$ $\quad 8{,}5 + x < 7$ $\quad x - 6 < 9$

13 Résoudre l'inéquation $-5x > 15$.

Solution

Pour résoudre l'inéquation $-5x > 15$, on divise par **–5** chacun de ses membres, donc on **change** le sens de l'inégalité.

$$\frac{-5x}{-5} < \frac{15}{-5}$$
$$x < -3$$

Donc tous les nombres strictement inférieurs à –3 sont les solutions de cette inéquation.

14 Résoudre l'inéquation $\frac{x}{3} \leqslant 7$.

Solution

Pour résoudre l'inéquation $\frac{x}{3} \leqslant 7$, on multiplie par **3** chacun de ses membres, donc on ne change pas le sens de l'inégalité.

$$\frac{x}{3} \times 3 \leqslant 7 \times 3$$
$$x \leqslant 21$$

Donc tous les nombres inférieurs ou égaux à 21 sont les solutions de cette inéquation.

15 Résoudre les inéquations suivantes : $3x > 12$ $\quad -2x < 17$ $\quad \frac{x}{-7} \geqslant 8$ $\quad \frac{x}{6} < 4$

16 Résoudre l'inéquation $2x + 5 > 10$.

Solution

Pour résoudre l'inéquation $2x + 5 > 10$, on soustrait **5** à chacun de ses membres :

$$2x + 5 - 5 > 10 - 5$$
$$2x > 5$$

On divise par **2** chacun des deux membres, donc on ne change pas le sens de l'inégalité.

$$\frac{2x}{2} > \frac{5}{2}$$
$$x > 2{,}5$$

Donc tous les nombres strictement supérieurs à 2,5 sont les solutions de cette inéquation.

17 Résoudre l'équation $2x \geqslant 4x + 3$.

Solution

Pour résoudre l'équation $2x \geqslant 4x + 3$, on soustrait **$4x$** à chacun de ses membres :

$$2x - 4x \geqslant 4x + 3 - 4x$$
$$-2x \geqslant 3$$

On divise par **–2** chacun des deux membres, donc on **change** le sens de l'inégalité.

$$\frac{-2x}{-2} \leqslant \frac{3}{-2}$$
$$x \leqslant -1{,}5$$

Donc tous les nombres inférieurs ou égaux à –1,5 sont les solutions de cette inéquation.

18 Résoudre les inéquations suivantes : $5x + 9 \leqslant 3$ $\quad 2 - 7x > 16$ $\quad 3x - 10 < 6x + 5$

Cours

3 Modéliser une situation

Vidéo

Méthode

- On choisit l'inconnue x en fonction de ce que l'on cherche.
- On traduit les données de l'énoncé du problème par une équation ou une inéquation.
- On résout l'équation ou l'inéquation.
- On interprète le résultat.

Exemples

Exemple 1

Agnès a 3 ans de moins que Soukayna, et Xander a le double de l'âge d'Agnès.
À eux trois, ils ont 107 ans.
Quel est l'âge d'Agnès ?

- On choisit l'inconnue : x est l'âge d'Agnès.
- On traduit les données du problème par une équation :
  Agnès a 3 ans de moins que Soukayna, donc Soukayna a 3 ans de plus qu'Agnès.
  Ainsi l'âge de Soukayna est égal à $x + 3$.
  Xander a le double de l'âge d'Agnès, donc l'âge de Xander est égal à $2x$.
  À eux trois, ils ont 107 ans, ce qui se traduit par l'équation $x + x + 3 + 2x = 107$.
- On résout l'équation :
  $x + x + 3 + 2x = 107$
  $4x + 3 = 107$
  $4x + 3 - 3 = 107 - 3$
  On retranche 3 aux deux membres de l'égalité.
  $4x = 104$
  $\frac{4x}{4} = \frac{104}{4}$
  On divise les deux membres par 4.
  $x = 26$
- On interprète le résultat.
  Agnès a 26 ans.

Exemple 2

Fanny se rend chez le boulanger avec 5 €. Elle souhaite y acheter une baguette à 1,04 € et quatre croissants.
Pour que Fanny puisse payer ses achats, quel doit être le prix maximal d'un croissant ?

- On choisit l'inconnue : x est le prix d'un croissant.
- On traduit les données du problème par une inéquation :
  Fanny souhaite acheter 4 croissants, donc leur prix est égal à $4x$.
  Le montant total des achats est égal à $1{,}04 + 4x$ et il ne doit pas dépasser 5 €, ce qui se traduit par l'inéquation $1{,}04 + 4x \leqslant 5$.
- On résout l'inéquation :
  $1{,}04 + 4x \leqslant 5$
  $1{,}04 + 4x - 1{,}04 \leqslant 5 - 1{,}04$
  On retranche 1,04 aux deux membres de l'inégalité.
  $4x \leqslant 3{,}96$
  $\frac{4x}{4} \leqslant \frac{3{,}96}{4}$
  On divise les deux membres par 4, on ne change pas le sens de l'inégalité.
  $x \leqslant 0{,}99$
- On interprète le résultat.
  Pour que Fanny puisse payer ses achats, le croissant ne doit pas couter plus de 0,99 €.

Savoir-faire

Apprends à l'aide des exercices résolus puis entraine-toi !

3 Modéliser une situation

19 Je suis un nombre.
Multiplié par 3 puis retranché de 4, je vaux mon double augmenté de 1.

- Qui suis-je ?

Solution

- On choisit l'inconnue : x est le nombre à découvrir.
- On traduit les données du problème par une équation :
  Le nombre multiplié par 3, puis retranché de 4 est égal à $3x - 4$.
  Le double du nombre augmenté de 1 est égal à $2x + 1$.
  On peut donc écrire l'équation $3x - 4 = 2x + 1$.
- On résout l'équation.

$3x - 4 = 2x + 1$

$3x - 4 - 2x = 2x + 1 - 2x$

On retranche $2x$ aux deux membres de l'égalité.

$x - 4 = 1$

$x - 4 + 4 = 1 + 4$

On ajoute 4 aux deux membres de l'égalité.

$x = 5$

- On interprète le résultat.
  Je suis le nombre 5.

20 Au saut à l'élastique, et afin de respecter les normes de sécurité, le double de la masse du sauteur, en kilogramme, diminué de 10 kg, doit être strictement supérieur à 40 kg.

- Quelle est la masse minimale du sauteur ?

Solution

- On choisit l'inconnue : x est la masse minimale du sauteur.
- On traduit les données du problème par une inéquation :
  Le double de la masse diminué de 10 est égal à $2x - 10$ et elle doit être strictement supérieure à 40.
  On peut donc écrire l'inéquation $2x - 10 > 40$.
- On résout l'inéquation.

$2x - 10 > 40$

$2x - 10 + 10 > 40 + 10$

On ajoute 10 aux deux membres de l'égalité.

$2x > 50$

$\frac{2x}{2} > \frac{50}{2}$

Si on divise les deux membres par 2, on ne change pas le sens de l'inégalité.

$x > 25$

- On interprète le résultat.
  Le sauteur doit peser plus de 25 kg.

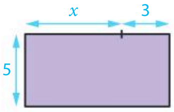
21 Dans 26 ans, Johanna aura le triple de son âge actuel.

- Quel âge a Johanna ?

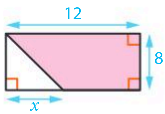
22 Je suis un nombre.
Multiplié par 2 puis retranché de 5, je suis strictement supérieur à mon quadruple.

- Qui suis-je ?

23 Pour quelles valeurs de x l'aire du rectangle est-elle inférieure à 35 ?



24 Pour quelles valeurs de x l'aire de la partie rose est-elle supérieure à 80 ?



Exercices

2 pages d'exercices supplémentaires dans le manuel numérique

Résoudre une équation

Savoir-faire p. 89

Questions flash

diapo

25 Dans chacune des équations ci-dessous, identifier :
- l'inconnue ;
- les deux membres de l'équation ;
- le ou les termes comportant l'inconnue ;
- le ou les termes constants.

a. $8x - 7 = 11$ **b.** $6y + 4 = 2 - y$ **c.** $z^2 - 5 = z$

26 Dans chaque cas, dire si l'affirmation est vraie ou fausse. Justifier la réponse.

a. Pour résoudre l'équation $x + 5 = 2$, on ajoute 5 à chacun de ses membres.

b. Pour résoudre l'équation $7x = 3$, on soustrait 7 à chacun de ses membres.

c. Pour résoudre l'équation $4x = 13$, on divise par 4 chacun de ses membres.

27 Compléter chaque phrase.

a. Pour résoudre l'équation $x - 5 = 7$, on … .

b. Pour résoudre l'équation $6x = 14$, on … .

c. Pour résoudre l'équation $\frac{x}{3} = 19$, on … .

d. Pour résoudre l'équation $x + (-2) = 8$, on … .

28 Associer chaque équation de la colonne rouge à sa solution de la colonne bleue.

$3y - 2 = 5y$	$y = 6$
$y^2 = 6y$	$y = 5$
$2y = \frac{y}{5} + 9$	$y = -1$
$4(y + 1) = y - 2$	$y = -2$

29 Résoudre chaque équation.

a. $-3 + x = 7$ **b.** $5x = 19$ **c.** $3x + 7x = 50$

d. $x + 8 = 11$ **e.** $-2x = 9$ **f.** $-4x + 9x = 45$

30 Dans chacun des cas suivants, choisir l'étiquette qui correspond à la bonne réponse.

1. L'équation $7x + 8 = 14$ a les mêmes solutions que l'équation :

$7x = 6$ $x + 8 = 7$

2. L'équation $5x - 9 = 3x + 2$ a les mêmes solutions que l'équation :

$8x = 11$ $2x = 11$

31 Résoudre chaque équation.

a. $\frac{5}{3}x = 4$ **b.** $6x - 7 = 8$ **c.** $8 - 7x = 57$

d. $2x - 11 = 7x + 4$ **e.** $6 - 3x = 15 + 4x$

32 **1.** Développer et réduire l'expression $6(x - 2) - 4x + 92$.

2. Résoudre l'équation $6(x - 2) - 4x + 92 = 17$.

33 **1.** Développer et réduire les expressions $4(x - 5)$ et $6(-x + 2)$.

2. Résoudre l'équation $4(x - 5) = 6(-x + 2)$.

34 Résoudre l'équation $3(7 - 2x) - 5(2x + 1) = 0$.

35 Associer chaque équation de la colonne rouge à l'équation de la colonne bleue qui a la même solution.

$-4(y + 3) = 7y$	$16y = 13$
$11y + 9 + 6(7 - y) = 3$	$5y + 1 = 0$
$2y^2 - 2y(y - 8) = 13$	$11y = -12$
$y^2 + 2y + 1 + 3y(6y + 1) = 19y^2$	$5y + 48 = 0$

Résoudre une inéquation

Savoir-faire p. 91

Questions flash

diapo

36 Dans chacune des inéquations ci-dessous, identifier :
- l'inconnue ;
- les deux membres de l'inéquation ;
- le ou les termes comportant l'inconnue ;
- le ou les termes constants.

a. $2x < 3$ **b.** $4y + 7 \leqslant 5y$ **c.** $z - 5 \geqslant 2z + 3$

37 Compléter les phrases suivantes.

1. Les nombres x tels que $x > -5$ sont tous les nombres … à -5.

2. Les nombres x tels que $x \leqslant -5$ sont tous les nombres … à -5.

3. Les nombres x tels que $x < -5$ sont tous les nombres … à -5.

4. Les nombres x tels que $x \geqslant -5$ sont tous les nombres … à -5.

38 Dans chaque cas, choisir la ou les étiquettes qui correspond(ent) à la bonne réponse.

1. Quel(s) nombre(s) est (sont) solution(s) de l'inéquation $4x \geqslant 3$?

-1 | 0 | 1

2. Quel(s) nombre(s) est (sont) solution(s) de l'inéquation $x + 2 < 0$?

-5 | -2

3. Quel(s) nombre(s) est (sont) solution(s) de l'inéquation $7\,x \geqslant 0$?

3 | 0

4. Quel(s) nombre(s) est (sont) solution(s) de l'inéquation $3x + 5 \leqslant 0$?

6 | -6

39 Résoudre chaque inéquation.

a. $x + 3 < 7$ b. $x + 1 \geqslant -8$
c. $9 + x > 3$ d. $x - 6 \leqslant 4$

40 Résoudre chaque inéquation.

a. $5x > 12$ b. $2x < -10$
c. $-3x \leqslant 12$ d. $-7x > -21$
e. $-x < 11$ f. $-8x \geqslant -4$

41 Dans chaque cas, choisir l'étiquette qui correspond à la bonne réponse.

1. L'inéquation $2x - 5 > 4$ a les mêmes solutions que l'inéquation :

$2x < 9$ | $2x > 9$

2. L'inéquation $-4x + 1 \leqslant 16$ a les mêmes solutions que l'inéquation :

$x + 1 \geqslant -4$ | $-4x \leqslant 15$

42 Résoudre chaque inéquation.

a. $2x + 5 > 10$ b. $5x - 7 \leqslant 8$
c. $-3x + 4 < 13$ d. $-x + 7 \geqslant -12$

43 Résoudre chaque inéquation.

a. $x + 1 < 3 - 2x$ b. $-x + 12 \leqslant x + 14$
c. $5x - 4 \geqslant 2x + 11$ d. $-7x + 6 \geqslant 3x$

44 1. Développer et réduire l'expression $2(x - 1) - 3x + 7$.
2. Résoudre l'inéquation $2(x - 1) - 3x + 7 > 6$.

45 1. Développer et réduire les expressions $5(x - 4)$ et $3(-x + 4)$.
2. Résoudre l'inéquation $5(x - 4) \leqslant 3(-x + 4)$.

46 Résoudre l'inéquation $2(6 - 3x) - 4(x + 5) < 0$.

Modéliser une situation

Savoir-faire p. 93

Questions flash

diapo

47 x désigne un nombre quelconque.
Exprimer à l'aide d'une expression littérale la plus simple possible :

a. 7 de plus que x ; b. 10 de moins que x ;
c. 4 fois plus que x ; d. 2 fois moins que x ;
e. le double de x augmenté de 3.

48 x désigne un nombre quelconque.
Exprimer à l'aide d'une inégalité la plus simple possible :

a. le double de x est plus grand que 13 ;
b. le tiers de x est au minimum 5 ;
c. x augmenté de 7 est au maximum 16 ;
d. x retranché de 8 est plus petit que 3 ;
e. la somme du quart de x et de 1 est inférieure ou égale à -2.

49 Voici un programme de calcul.

> Choisir un nombre.
> Multiplier par 3.
> Ajouter 5.

1. En notant x le nombre choisi au départ, exprimer le nombre obtenu avec ce programme à l'aide d'une expression littérale.
2. Quel nombre doit-on choisir si l'on veut obtenir 32 comme résultat ?
3. Quel nombre doit-on choisir si l'on veut obtenir son double comme résultat ?

50 Après avoir ajouté 7 au double d'un nombre, on obtient un nombre positif.

- Que dire du nombre choisi au départ ?

51 Je suis un nombre.
Multiplié par 7 puis retranché de 3, je vaux mon triple augmenté de 13.

- Qui suis-je ?

52 À sa première évaluation, Salomé a eu 12,5 sur 20.

- Quelle note doit-elle obtenir au minimum à sa prochaine évaluation pour que sa moyenne soit supérieure ou égale à 14 ?

53 Un pilote de voiture de course doit maintenir une moyenne de 200 km/h en six tours de piste s'il veut se qualifier pour la course.
À cause d'ennuis de moteur, sa vitesse moyenne dans les deux premiers tours est de 170 km/h.

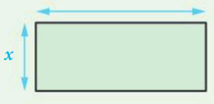
- Quelle vitesse moyenne le pilote devra-t-il conserver pendant les quatre autres tours ?

Faire le point

Vérifie tes connaissances.

QCM

Donner la seule réponse correcte parmi les trois proposées.

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1 Résoudre une équation			
1. L'équation $7x - 1 = 4x + 3$ a pour solution :	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{4}$	$-\frac{4}{3}$
2. Une équation qui a la même solution que l'équation $8y - 3 = 2y + 1$ est :	$5y - 1 = 2y$	$10y - 3 = 1$	$6y = 4$
2 Résoudre une inéquation			
1. Les solutions de l'inéquation $-7x + 3 \geqslant 5$ sont :	$x \leqslant \frac{2}{7}$	$x \leqslant -\frac{2}{7}$	$x \geqslant -\frac{2}{7}$
2. Pour l'inéquation $-x + 2 \geqslant 2(x + 5)$:	les nombres 0 et $-\frac{8}{3}$ sont des solutions.	les nombres -3 et $\frac{-8}{3}$ sont des solutions.	les nombres 0 et -3 sont des solutions.
3 Modéliser une situation			
1.  Une inéquation traduisant que le périmètre de ce rectangle est inférieur à 24 cm est :	$8 + x \leqslant 24$	$2x + 8 \leqslant 24$	$2(x + 8) \leqslant 24$
2. Julien et Zoé vendent des crêpes. Julien est payé 30 € la demi-journée et 0,50 € en plus par crêpe vendue. Zoé est payée 36 € la demi-journée et 0,25 € par crêpe vendue. Une inéquation qui permet de savoir à partir de combien de crêpes Julien gagnera moins que Zoé est :	$0{,}5x + 30 \leqslant 0{,}25x + 36$	$0{,}5 + 30x \leqslant 0{,}25 + 36x$	$30{,}5x \leqslant 36{,}25x$

Pour t'aider à retenir le cours.*

Carte mentale

Reproduire et compléter cette carte mentale.

Équations et inéquations

Résoudre une équation
- C'est ….
- **Règles de transformation des égalités**
- …

Résoudre une inéquation
- C'est ….
- **Règles de transformation des inégalités**
  - avec addition ou soustraction

    …
  - avec multiplication ou division

    …

Modéliser une situation
- Choix de l'inconnue x
- Traduction du problème en équation ou inéquation
- Résolution de l'équation ou de l'inéquation
- Interprétation du résultat

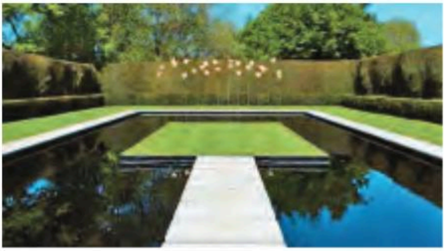
** Tu peux aussi construire ta propre carte mentale.*

Algorithmique et outils numériques

54 Les jardins de Kiftsgate Court

Prise d'initiative

Kiftsgate Court Gardens se trouve au-dessus du village de Mickleton dans le Gloucestershire en Angleterre et est célèbre pour ses jardins.



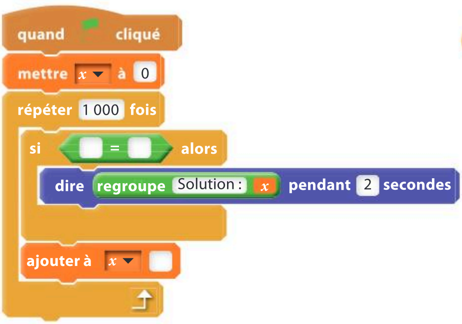
S'inspirant de ces jardins, Clarisse voudrait réaliser un plan d'eau rectangulaire de 7 m par 10 m, de sorte que :
- la bordure remplie d'eau soit de largeur constante ;
- la surface recouverte d'eau et l'ilot aient la même aire.

1. En appelant x la largeur de la bordure en centimètres, montrer que le problème peut être modélisé par l'équation $8x^2 - 7\,000x + 750\,000 = 0$.

2. Comme Clarisse ne sait pas résoudre cette équation, elle veut écrire un script qui teste des valeurs de x jusqu'à trouver une solution.

a. Clarisse pense tester toutes les valeurs entières entre 0 et 1 000. Pourquoi choisit-elle ces valeurs ?

b. Clarisse réalise alors le script suivant.



Compléter ce script.

c. Donner deux solutions de l'équation :

$$8x^2 - 7\,000x + 750\,000 = 0.$$

3. a. Expliquer pourquoi l'un de ces deux nombres ne donne pas une solution satisfaisante au problème.

b. Donner la largeur de la bordure remplie d'eau.

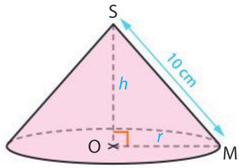
c. Construire un schéma du plan d'eau à l'échelle.

55 Volume d'un cône

On considère un cône de génératrice de 10 cm.

Le volume d'un cône se calcule grâce à la formule :

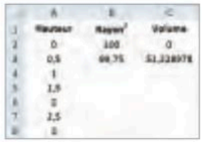
$\mathcal{V}_{\text{cône}} = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$



L'objectif est de déterminer les hauteurs possibles du cône pour que son volume soit strictement inférieur à 200 cm^3.

1. Quelles sont les valeurs minimales et maximales de la hauteur du cône ?

2. Pour trouver les solutions du problème, on utilise un tableur.



	A	B	C
1	Hauteur	Rayon²	Volume
2	0	100	0
3	0,5	99,75	52,228978
4	1		
5	1,5		
6	2		
7	2,5		
8	3		

a. Quelle formule doit-on écrire en B2 puis recopier vers le bas ?

b. Quelle formule doit-on écrire en C2 puis recopier vers le bas ?

c. Reproduire et compléter la feuille de calcul ci-dessus.

d. Écrire des encadrements des hauteurs qui sont les solutions du problème.

56 Un programme de calcul

Alexis a élaboré le script suivant.

a. Que donne ce script pour :

$x = 0$? $\quad x = 4$? $\quad x = 16$?

b. Trouver des nombres pour lesquels ce script donne 0.

Problèmes

Pour mieux cibler les compétences			
Chercher	70 74	Raisonner	73 76
Modéliser	64 66 72	Calculer	57 58 59
Représenter	69 75	Communiquer	60 62

57 Économies

Avec ses économies, Axelle peut s'acheter deux CD et il lui restera 14 €. Mais si elle veut en acheter 4, il lui manque 18 €.

- Quel est le prix d'un CD et quelle est la somme dont Axelle dispose ?

58 Partage

Cinq personnes se partagent 100 €.

- Sachant que la deuxième a 3 € de plus que la première, que la troisième a 3 € de plus que la deuxième et ainsi de suite jusqu'à la cinquième, calculer la part de chaque personne.

59 Futs de vin

Pour l'élevage de son vin de Bourgogne, un viticulteur dispose de deux modèles de futs. Le plus grand fut contient 171 litres de plus que le petit.
Avec 10 260 litres de vin, ce viticulteur remplit exactement 40 grands futs et 20 petits.

- Calculer la capacité de chaque modèle de fut.

60 Ça vente !

PC

Un avion parcourt une distance de 2 200 kilomètres à une vitesse de 1 000 km/h. Il rencontre alors un vent contraire qui le ralentit pour les 1 250 kilomètres restants.

- Déterminer la vitesse minimale de l'avion sur les 1 250 derniers kilomètres sachant que sa vitesse moyenne ne doit pas être inférieure à 950 km/h.

61 Au volant, toujours attentif !

CIT

Une personne qui conduit à 50 km/h détourne son regard de la route pour voir un accident qui s'est produit de l'autre côté de la chaussée.
À cet instant, un piéton traverse la route à 40 m, du côté où roule la voiture.
De nouveau attentif, le conducteur met 1 s avant de percevoir le piéton puis son véhicule parcourt 14 m avant de s'immobiliser.

- Déterminer la durée maximale d'inattention du conducteur, en secondes, pour éviter l'impact.

62 Parc d'attraction

Un parc d'attraction propose deux formules d'abonnement.

- Déterminer pour quel nombre d'entrées la formule LOOPING est plus avantageuse.

63 Alors, combien ?

Avec son camion pesant à vide 10 tonnes, Antoine souhaite passer sur un pont limité à 16 tonnes. Il a dans son chargement des caisses de 125 kg.

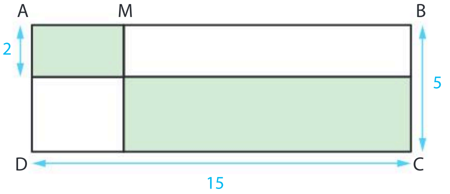
- Déterminer le nombre maximal de caisses qu'Antoine peut transporter.

64 Prix de revient

L'impression des 1 500 premiers exemplaires d'un livre coute 3 200 €. Chaque centaine d'exemplaires supplémentaires coute 89 €.

- Combien faut-il livrer d'exemplaires pour que le prix de revient d'un livre soit inférieur à 1,80 € ?

65 Rectangles dans un rectangle



1. Où faut-il placer le point M sur le segment [AB] pour que les deux rectangles colorés aient le même périmètre ?

2. Où faut-il placer le point M sur le segment [AB] pour que les deux rectangles colorés aient la même aire ?

66 Nombre mystère

Les deux chemins mènent au même résultat.

• De quel nombre est-on parti ?

67 Avec des fractions

Quel même nombre entier faut-il ajouter au numérateur et au dénominateur de $\frac{3}{7}$ pour obtenir le double de ce nombre rationnel ?

68 Équations « produit nul » Pour aller plus loin

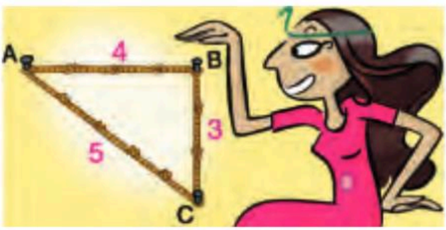
1. On considère le produit $7 \times x$.
Pour quelle valeur de x ce produit est-il nul ?

2. Même question avec le produit $7 \times (x - 3)$.

3. Soient a et b deux nombres tels que $a \times b = 0$.
Que peut-on en déduire pour a ou b ?

4. Pour quelle(s) valeur(s) de x le produit $(x - 8)(2x - 1) = 0$ est-il nul ?

69 Le triangle égyptien Pour aller plus loin



Le triangle égyptien est le triangle rectangle qui a pour mesure des côtés 3, 4 et 5.
On veut prouver la propriété suivante.
« Il n'existe qu'un seul triangle rectangle dont les mesures des côtés sont des entiers consécutifs. »

1. En appelant n la mesure du plus petit côté, montrer que le problème peut se modéliser avec l'équation : $n^2 - 2n - 3 = 0$.

2. Développer l'expression $(n + 1)(n - 3)$ et en déduire que le problème n'a qu'une seule solution qui correspond au triangle égyptien.

Tu peux utiliser le résultat du problème 68.

70 Square and cube Pour aller plus loin

LV

The square of a positive number is twice as big as the cube of that number.

• What is this number?

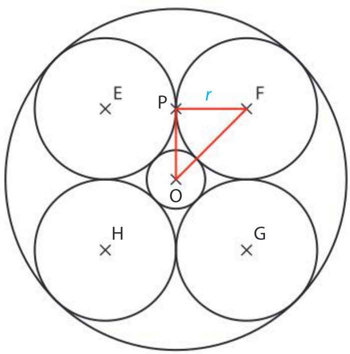
71 Sangaku

PEAC

À partir du XVII^e siècle, les écoles japonaises de mathématiques se lancèrent des défis sous forme d'énigmes géométriques peintes sur des tablettes de bois et exposées dans les temples japonais.

Sangaku du sanctuaire d'Isaniwa Jinjya, 1937.

On a construit ci-dessous la figure de cette énigme en prenant 1 cm pour le rayon du petit cercle. On cherche à déterminer le rayon du grand cercle.



1. En notant r le rayon des quatre cercles identiques, trouver une équation permettant de déterminer r.

2. À l'aide d'un tableur, déterminer un encadrement au millimètre près de r.

3. En déduire un encadrement au millimètre près du rayon du grand cercle.

4. Construire la figure en vraie grandeur.

Problèmes

72 Le pylône brisé

TECH

Un pylône de 50 m de hauteur s'est brisé, et la pointe retombe sur le sol à 15 m de la base du pylône. Pour sécuriser le pylône, un soudeur doit découper au chalumeau le pylône au niveau de la cassure, à l'aide d'un camion nacelle. Pour éviter qu'il ne tombe sur le camion nacelle, le morceau découpé sera maintenu en place à l'aide d'une grue.

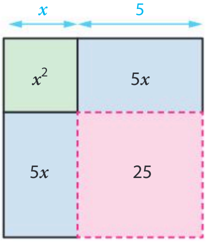
On dispose sur place d'un camion nacelle permettant d'atteindre une hauteur de 20 m et d'une grue pouvant atteindre une hauteur de 30 m.

1. Le camion nacelle et la grue sont-ils suffisamment hauts pour que le soudeur puisse effectuer la découpe ?
2. En déduire la hauteur minimale des engins.

73 La méthode d'Al Khwarizmi

HG

Au IXe siècle, le mathématicien arabe Al Khwarizmi (dont le nom est à l'origine du mot « algorithme ») a utilisé une méthode géométrique pour trouver une solution de l'équation $x^2 + 10x = 39$.



On construit un carré de côté x.
On borde ce carré de deux rectangles dont l'aire est $\frac{10x}{2}$.
On complète le grand carré.
L'ensemble a pour aire $x^2 + 10x + 25$, soit $39 + 25 = 64$.
Ainsi, le grand carré a pour côté 8.
x vaut donc 3.

1. À l'aide de la méthode d'Al Khawarizmi, résoudre l'équation $x^2 + 12x = 85$.
2. Faire de même avec l'équation $x^2 + 2x = 8$.

74 Quitte ou triple

Prise d'initiative

Pour sa fête d'anniversaire, Jade a organisé un jeu « Quitte ou Triple » où, à chaque partie, chaque joueur mise un certain nombre de jetons et répond à une question.

Les règles du jeu sont les suivantes.

- Si le joueur donne une bonne réponse à la question, il gagne et reçoit le triple du nombre de jetons qu'il a misés.
- Si le joueur donne une réponse fausse, il perd tous les jetons qu'il a misés.

Jules décide de jouer ainsi : il misera tous ses jetons et, s'il gagne, il en donnera à chaque fois 12 à son petit frère Pierre pour constituer une réserve ; puis il jouera à nouveau avec tous les jetons qui lui restent.
Jules joue et gagne ses trois premières parties. Après sa troisième partie, il a donné en tout 36 jetons à Pierre, et il lui en reste 87 pour la quatrième partie.

- Combien de jetons Jules avait-il avant de commencer à jouer à « Quitte ou Triple » ?

D'après le Rallye mathématique transalpin.

75 Essence ou diesel ?

Prise d'initiative

TECH

Jocelyn est sur le point d'acheter une voiture neuve. Il a choisi le modèle, mais il hésite entre deux motorisations :

- 1,2L VTi 82ch essence
- 1,6L HDi 92ch diesel

Jocelyn circule uniquement en ville et parcourt en moyenne 12 000 km par an.

Doc. 1 Caractéristiques techniques

Nom du moteur	1,6 L HDi 92 ch	1,2 L VTi 82 ch
Énergie	Diesel	Essence
Cylindrée	1 560 cm^3	1 199 cm^3
Puissance	92 ch	82 ch
Transmission	manuelle 5	manuelle 5
Conso. urbaine	4,1 L/100 km	5,6 L/100 km
Conso. mixte	3,5 L/100 km	4,6 L/100 km
Conso. extra-urbaine	3,1 L/100 km	4,1 L/100 km
Émission de CO_2	90 g/km	107 g/km
Prix	20 000 €	18 450 €

Doc. 2 Prix des carburants

Gazole	1,109 € le litre
Sans plomb 95	1,287 € le litre

1. Combien Jocelyn doit-il parcourir de kilomètres pour que l'achat du véhicule diesel soit rentabilisé par rapport à l'achat du véhicule essence ?
2. Déterminer au bout de combien de mois l'achat du véhicule diesel sera rentabilisé.

Brevet

76 Mathilde et Paul

Mathilde et Paul saisissent sur leur calculatrice un même nombre.
Voici leurs programmes de calcul.

Programme de calcul de Mathilde
- Saisir un nombre.
- Multiplier ce nombre par 9.
- Soustraire 8 au résultat obtenu.

Programme de calcul de Paul
- Saisir un nombre.
- Multiplier ce nombre par –3.
- Ajouter 31 au résultat obtenu.

On considère la feuille de calcul suivante.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Nombre de départ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	Mathilde											
3	Paul											

1. a. Quelle formule doit-on saisir dans la cellule B2 puis étirer jusqu'à la cellule L2 pour obtenir les résultats obtenus par Mathilde ?
b. Quelle formule doit-on saisir dans la cellule B3 puis étirer jusqu'à la cellule L3 pour obtenir les résultats obtenus par Paul ?

2. Voici ce que la feuille de calcul fait apparaitre après avoir correctement programmé les cellules B2 et B3.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Nombre de départ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	Mathilde	-8	1	10	19	28	37	46	55	64	73	82
3	Paul	31	28	25	22	19	16	13	10	7	4	1

Mathilde et Paul cherchent à obtenir le même résultat.
a. Au vu du tableau, quelle conjecture pourrait-on faire sur l'encadrement à l'unité du nombre à saisir dans les programmes pour obtenir le même résultat ?
b. Déterminer par le calcul le nombre de départ à saisir par Mathilde et Paul pour obtenir le même résultat et vérifier la conjecture sur l'encadrement.

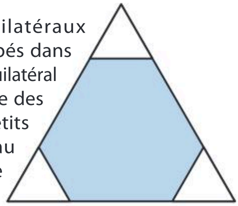
D'après DNB Centres étrangers, 2015.

77 Nombre mystère

Trouver le nombre auquel je pense.
- Je pense à un nombre.
- Je lui soustrais 10.
- J'élève le tout au carré.
- Je soustrais au résultat le carré du nombre auquel j'ai pensé.
- J'obtiens alors –340.

D'après DNB Amérique du Nord, 2015.

78 Hexagone non régulier

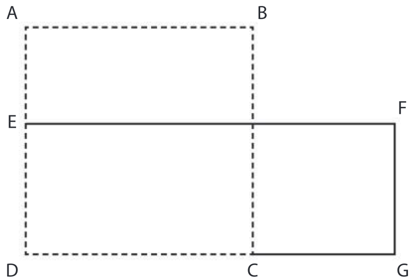


Trois triangles équilatéraux identiques sont découpés dans les coins d'un triangle équilatéral de côté 6 cm. La somme des périmètres des trois petits triangles est égale au périmètre de l'hexagone bleu restant.
- Quelle est la mesure du côté des petits triangles ?

D'après DNB Pondichéry, avril 2015.

79 Des aires égales

Le dessin ci-dessous représente une figure composée d'un carré ABCD et d'un rectangle DEFG.
E est un point du segment [AD].
C est un point du segment [DG].
Dans cette figure la longueur AB peut varier, mais on a toujours AE = 15 cm et CG = 25 cm.



1. Dans cette question, on suppose que AB = 40 cm.
a. Calculer l'aire du carré ABCD.
b. Calculer l'aire du rectangle DEFG.

2. Peut-on trouver la longueur AB de sorte que l'aire du carré ABCD soit égale à l'aire du rectangle DEFG ? Si oui, calculer AB. Si non, expliquer pourquoi.

D'après DNB Métropole – La Réunion – Antilles-Guyane, 2012.

80 La ficelle

Annie possède de la ficelle dont la forme est un cylindre de rayon 0,5 mm et de hauteur h.

1. Donner la valeur exacte du volume de cette ficelle cylindrique en fonction de h.

2. En enroulant cette ficelle, Annie obtient une pelote ayant la forme d'une boule de rayon 30 cm.
On suppose que la ficelle est enroulée de manière qu'il n'y ait aucun vide dans la pelote.
Quelle est la hauteur h du cylindre (la longueur de la ficelle) ?

D'après DNB Liban juin, 2009.

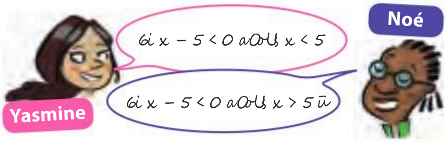
Travailler autrement

Utilisable en AP

À chacun sa méthode !

Deux énoncés pour un exercice

Exercice 1



- Qui a raison ? Justifier la réponse.

Exercice 2

Un pilote de formule 1 doit maintenir une moyenne de 300 km/h en six tours de piste s'il veut se qualifier pour la course.

À cause d'ennuis de moteur, la voiture ne fait que 270 km/h en moyenne dans les deux premiers tours.

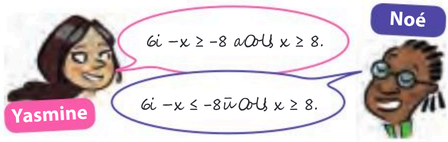
- Déterminer la vitesse moyenne que devra conserver le pilote pendant les quatre derniers tours s'il veut se qualifier pour la course.

Exercice 3

Alicia et Yohann affichent le même nombre sur leur calculatrice.
Alicia multiplie son nombre par 2, puis ajoute 9 au résultat obtenu.
Yohann multiplie son nombre par 3, puis ajoute 5 au résultat obtenu.
Quand ils ont terminé, ils s'aperçoivent que leurs calculatrices affichent le même résultat.

- Quel nombre ont-ils affiché au départ ?

Exercice 1



- Qui a raison ? Justifier la réponse.

Exercice 2

Un pilote de formule 1 doit maintenir une moyenne d'au moins 310 km/h en huit tours de piste s'il veut se qualifier pour la course.

À cause d'ennuis de moteur, la voiture ne fait que 290 km/h en moyenne dans les trois premiers tours.

- Sachant que ce pilote roule au maximum à 320 km/h en moyenne, réussira-t-il à se qualifier pour la course ?

Exercice 3

Alicia et Yohann affichent le même nombre sur leur calculatrice.
Alicia multiplie le nombre affiché par 7, puis ajoute 10 au résultat obtenu.
Yohann multiplie le nombre affiché par 3 puis ajoute 7 au résultat obtenu.
Quand ils ont terminé, ils s'aperçoivent que leurs calculatrices affichent le même résultat.

- Quel nombre ont-ils affiché au départ ?

Écriture d'un énoncé

En utilisant, dans chaque cas, la lettre x, au moins une somme et un produit et des nombres au choix, écrire :

a. une inéquation dont –4 est une solution ;

b. une inéquation dont 0 et 5 sont des solutions ;

c. une inéquation dont –1 est une solution mais pas 1.

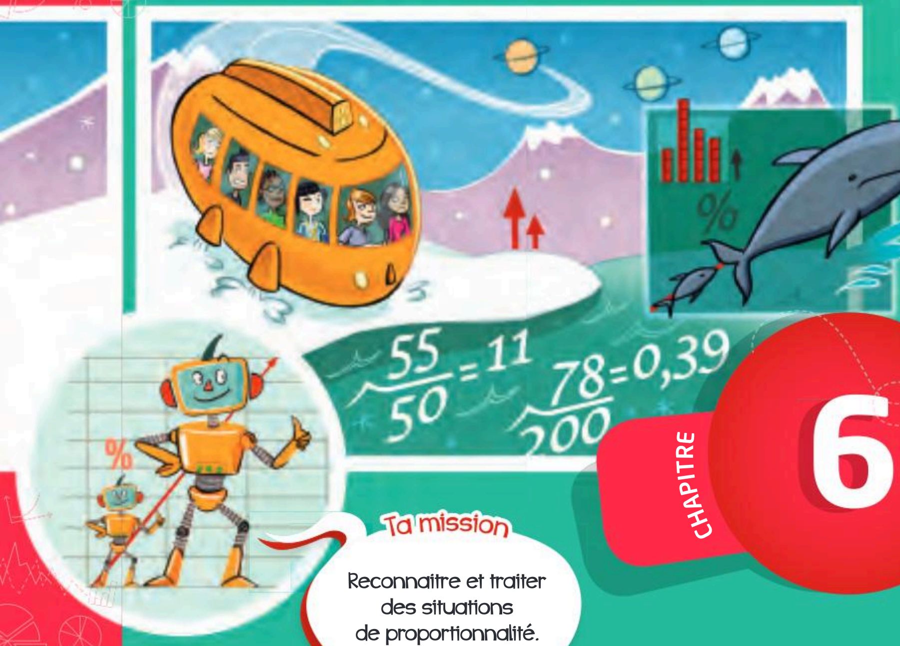
- Donner ces inéquations à son binôme dans le désordre et lui demander de retrouver celle qui correspond à la situation **a**, à la situation **b** et à la situation **c**, et réciproquement.

Analyse d'une production

Baya a résolu l'inéquation $3x < 5x + 12$.

$3x < 5x + 12$
$3x - 5x < 5x - 5x + 12$
$-2x < 12$
$-2x \div (-2) < 12 \div (-2)$
$x < -6$
Ainsi : tous les nombres strictement inférieurs à (–6) sont solutions de cette inéquation.

- Analyser sa réponse et corriger les erreurs s'il y en a.



CHAPITRE 6

Ta mission

Reconnaitre et traiter des situations de proportionnalité.

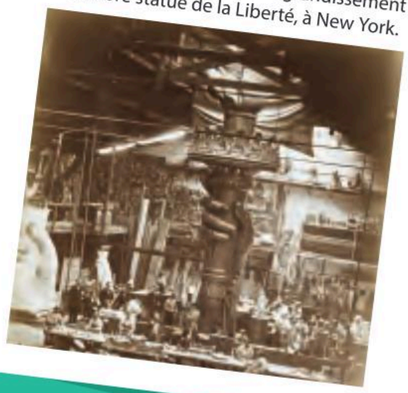
Proportionnalité

Jeux

- Combien faudra-t-il de pièces de 2 € pour faire une pyramide de huit étages ?

INFOS

La **statue de la Liberté** est l'un des monuments les plus célèbres du monde. L'artiste français Auguste Bartholdi avait d'abord fabriqué une maquette en plâtre de 11,50 mètres de haut et de 14 tonnes. Puis il en a réalisé un agrandissement par 4 pour construire la célèbre statue de la Liberté, à New York.

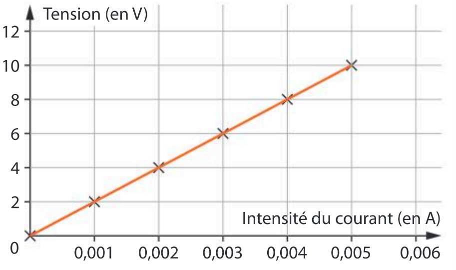


Activités

Questions flash

diapo

1. Trois jeunes sur cinq prennent un petit-déjeuner le matin.
   - Quel pourcentage cela représente-t-il ?
2. En 2011, 4 % des électeurs français s'étaient inscrits sur les listes électorales l'année précédente.
   - Sur 43,2 millions d'électeurs, combien cela représente-t-il ?
3. Une baguette de pain de 200 grammes coute 0,90 €.
   - Quel est le prix du pain au kilogramme ?
4. À la foire, le prix des bonbons est de 18 € le kilogramme.
   - Est-il possible d'acheter 300 grammes de bonbons avec 5 € ?
5. Quelle sera la tension pour une intensité de 0,006 A ?

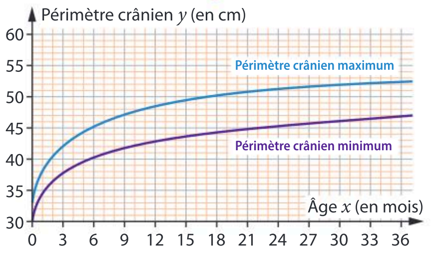


Graphique et proportionnalité

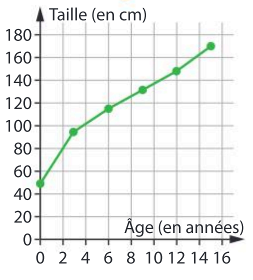
4e Activité 1

Pour chaque situation ci-dessous, indiquer les grandeurs représentées.
Dire si elles sont proportionnelles ou non proportionnelles.
Justifier la réponse.

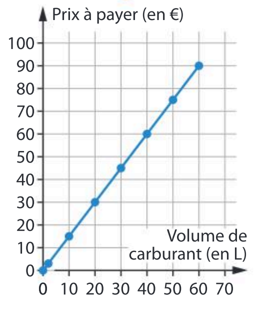
①



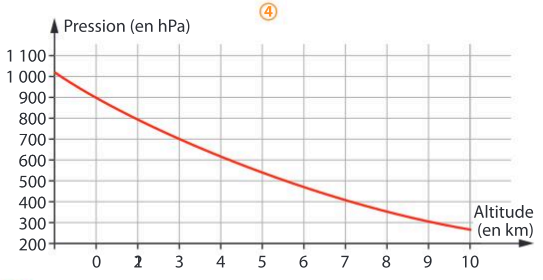
②



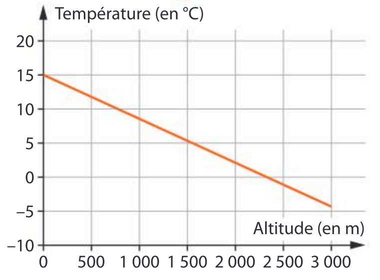
③



④



⑤



Lait en quantité !

4e **Activité 2**

Un pack de 6 bouteilles de lait coute 5,70 €. Le prix d'une bouteille reste le même quel que soit le nombre de bouteilles achetées.
En choisissant la méthode la plus appropriée :

a. calculer le prix de 12 bouteilles ;

b. calculer le prix de 7 bouteilles ;

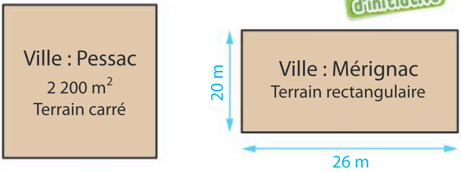
c. calculer le prix de 11 bouteilles.

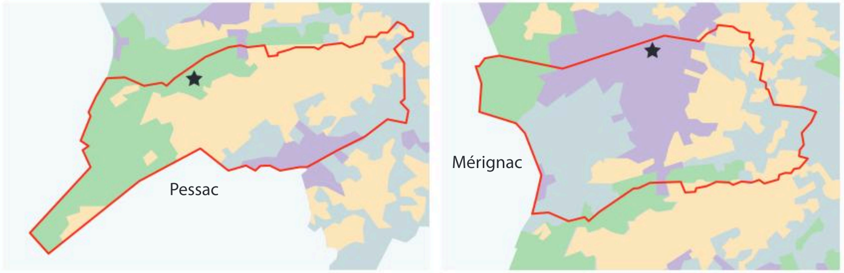
À la recherche d'un terrain

4e **Activité 3** Prise d'initiative

Gaëlle et Cyril sont à la recherche d'un terrain pour faire construire la maison de leur rêve.
Ils trouvent deux terrains qui leur plaisent et qui sont dans leur budget.

Voici les cartes du plan local d'urbanisme (PLU) des deux villes concernées avec l'emplacement des deux terrains identifiés par une étoile.





Le coefficient d'occupation des sols (COS) est fixé par les communes et détermine la surface constructible par rapport à la superficie du terrain. Le COS fixe donc la densité maximale de construction autorisée sur un terrain. En multipliant ce coefficient par la surface du terrain, on obtient la surface constructible.

Gaëlle et Cyril souhaitent construire une maison de plain-pied de 150 m^2.

1. À l'aide des documents ci-dessus, quel terrain pourrait leur convenir pour construire leur maison ?

2. Ils souhaitent par ailleurs construire sur une feuille A4 un schéma à l'échelle de leur future maison sur le terrain. Quelle échelle pourraient-ils choisir ? Commencer ce schéma en y représentant le terrain.

Frais de notaire

Activité 4

Olivier et Sophie achètent un appartement au prix de 280 000 €.
Ils doivent ajouter les frais de notaire qui correspondent à 8 % du montant du bien immobilier.

1. Calculer le montant des frais de notaire.

2. Calculer le montant total de l'achat.

3. Prouver que $280\,000 \times 0{,}08 + 280\,000 = 280\,000 \times 1{,}08$.
Quel lien y a-t-il entre les questions 2 et 3 ?

4. On considère que les frais de notaire s'élèvent à 8 % quel que soit le montant du bien immobilier et on note x le prix d'un bien immobilier.
Déterminer l'expression qui permet de calculer directement le prix total d'un achat immobilier (bien immobilier + frais de notaire).

Au lieu de faire deux calculs séparément, on aurait pu calculer directement le montant total de l'achat.

Cours

4e

1 Reconnaitre une situation de proportionnalité

Vidéo

Définition

Deux grandeurs sont proportionnelles si les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant les valeurs de l'autre par un même nombre appelé **coefficient de proportionnalité**.

Méthodes

Pour déterminer si deux grandeurs sont proportionnelles, on peut :
- chercher s'il y a un coefficient de proportionnalité pour passer d'une grandeur à l'autre ;
- vérifier que la représentation graphique d'une grandeur en fonction de l'autre est une droite passant par l'origine du repère.

Exemples

1. Dans une station service, l'essence est vendue à 1,26 €/L.
Le prix est proportionnel à la quantité d'essence achetée, et le coefficient de proportionnalité est 1,26.
On peut faire un tableau de proportionnalité :

Quantité d'essence achetée (en litres)	1	2	5	10
Prix à payer (en euros)	1,26	2,52	6,30	12,60

$\times 1{,}26$

2. Une agence de location affiche les tarifs suivants pour la location d'une camionnette.

1 jour 30 km max	1 jour 50 km max	1 jour 100 km max	1 jour 200 km max
48 €	55 €	61 €	78 €

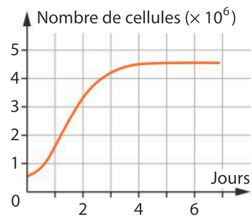
Les tarifs de location d'une camionnette sont-ils proportionnels à la distance maximale autorisée par jour ?
On calcule les rapports entre les deux grandeurs :

$\frac{48}{30}=1{,}6$ $\quad \frac{55}{50}=1{,}1$ $\quad \frac{61}{100}=0{,}61$ $\quad \frac{78}{200}=0{,}39$

On aurait pu ne calculer que les deux premiers rapports !

Les rapports ne sont pas égaux, donc les grandeurs ne sont pas proportionnelles.

3. Un laborantin a représenté ci-dessous le nombre de cellules (en millions) dans une culture en fonction du nombre de jours écoulés. Ces deux grandeurs sont-elles proportionnelles ?



Le nombre de cellules n'est pas proportionnel au nombre de jours écoulés, car cette représentation graphique n'est pas une droite passant par l'origine du repère.

Savoir-faire

Apprends à l'aide des exercices résolus puis entraine-toi !

1 Reconnaitre une situation de proportionnalité

1 Louise a raconté à ses deux amies que les cours de vendredi finiront à 16 heures.
5 minutes plus tard, elles racontent toutes les trois cette rumeur à deux nouvelles personnes chacune. Et toutes les 5 minutes, chaque personne ayant entendu la rumeur la raconte à deux nouvelles personnes.

- Le nombre de personnes ayant entendu la rumeur est-il proportionnel au temps écoulé ?

Solution

On calcule quelques valeurs pour ces deux grandeurs.

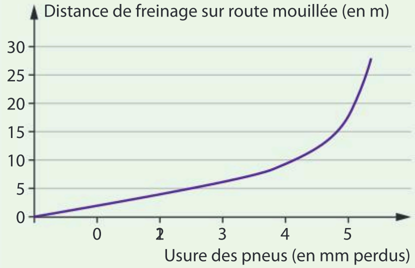
- Au bout de 5 minutes : 3 personnes ont entendu la rumeur.
- Au bout de 10 minutes : 9 personnes (les 3 personnes informées l'annoncent à 6 nouvelles personnes et 6 + 3 = 9).

Temps écoulé (en min)	5	10
Nombre de personnes ayant entendu la rumeur	3	9

Ce tableau n'est pas un tableau de proportionnalité car $\frac{3}{5} \neq \frac{9}{10}$.
On ne peut pas passer d'une ligne à l'autre en multipliant par un même nombre.

2 Plus une voiture roule, plus les pneus s'usent. On peut mesurer cette usure en nombre de millimètres perdus par rapport à un pneu neuf. Le graphique ci-dessous donne l'augmentation de la distance de freinage sur route mouillée en fonction de l'usure des pneus.

- L'augmentation de la distance de freinage sur route mouillée est-elle proportionnelle à l'usure des pneus ?



Solution

Cette représentation graphique n'est pas une droite passant par l'origine, donc ces deux grandeurs ne sont pas proportionnelles.

3 Kylian a l'habitude d'effectuer ses déplacements à moto.

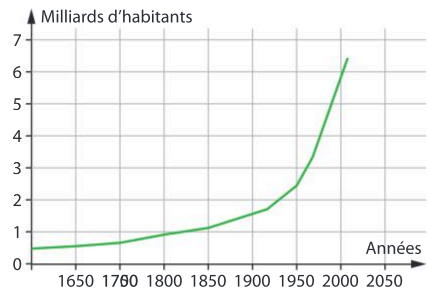
1. La distance de freinage de sa moto est de 5 m à 30 km/h et de 14 m à 50 km/h.
   La distance de freinage est-elle proportionnelle à la vitesse de la moto ?
2. Lundi matin, Kylian a parcouru 200 km et a consommé 11 litres d'essence. L'après-midi, il a parcouru 260 km et a consommé 15 litres d'essence.
   La quantité d'essence consommée est-elle proportionnelle au nombre de kilomètres parcourus ?

4 Lundi, Paola avait 12 euros en poche. Depuis lundi, son argent de poche a augmenté de 2 euros chaque jour.

- L'argent de poche de Paola est-il proportionnel au nombre de jours écoulés depuis lundi ?

5 Le graphique ci-dessous représente l'évolution du nombre d'habitants sur Terre (en milliards) de 1650 à 2000.

- Ce graphique représente-t-il une situation de proportionnalité ?



Cours

4e 2 Calculer une quatrième proportionnelle ▶ Vidéo

Méthode

Dans une situation de proportionnalité, on peut utiliser **la règle de trois** ou **l'égalité des produits en croix**.
Les nombres a, b et c étant connus (a non nul), on a :

a	c
b	x

$\times \frac{b}{a}$

Règle de trois :
$x = c \times \frac{b}{a}$

Égalité des produits en croix :
$x \times a = c \times b$ donc $x = \frac{c \times b}{a}$

Exemple

Une recette d'œufs au lait nécessite 3 œufs pour 35 cL de lait. Julia veut utiliser cette recette avec 10 œufs. Combien devra-t-elle utiliser de lait ?
Dans une recette de cuisine, il faut respecter les proportions de chaque ingrédient.
On peut donc faire un tableau de proportionnalité.

Nombre d'œufs	3	10
Quantité de lait (en cL)	35	x

Les produits en croix doivent être égaux : $3 \times x = 35 \times 10$, donc $x = \frac{35 \times 10}{3} \approx 116{,}7$.
Julia devra utiliser environ 117 cL de lait pour réaliser cette recette avec 10 œufs.

3 Utiliser des pourcentages

Méthode 4e

- Calculer t % d'une quantité revient à multiplier cette quantité par $\frac{t}{100}$.
- Pour calculer un pourcentage, on peut exprimer une proportion de dénominateur 100 ou utiliser un tableau de proportionnalité.

Exemple

Un gâteau au chocolat de 160 g comporte 53 % de glucides et 50 g de chocolat.
Combien comporte-t-il de glucides ? Quel pourcentage du gâteau le chocolat représente-t-il ?
On calcule 53 % de 160 : $160 \times \frac{53}{100} = 84{,}8$.
Le gâteau comporte 84,8 g de glucides.
Pour calculer le pourcentage de chocolat, on peut faire un tableau de proportionnalité.

Chocolat (en g)	50	x
Gâteau (en g)	160	100

$x = \frac{50 \times 100}{160} = 31{,}25$.

Donc le chocolat représente 31,25 % du gâteau.

Méthode

- Réduire de t % une grandeur revient à la multiplier par $1 - \frac{t}{100}$.
- Augmenter de t % une grandeur revient à la multiplier par $1 + \frac{t}{100}$.

Exemple

En 2013, le chiffre d'affaires de la société de Marie était de 138 000 €. Il a diminué de 18 % en 2014, puis a augmenté de 5 % en 2015. Quel était le chiffre d'affaires de cette société en 2015 ?

Le chiffre d'affaires en 2014 est égal à $138\,000\left(1 - \frac{18}{100}\right) = 138\,000 \times 0{,}82 = 113\,160$ €.

Le chiffre d'affaires en 2015 est égal à $113\,160\left(1 + \frac{5}{100}\right) = 113\,160 \times 1{,}05 = 118\,818$ €.

Savoir-faire

Apprends à l'aide des exercices résolus puis entraine-toi !

2 Calculer une quatrième proportionnelle

6 Une tortue met 3 minutes pour parcourir 10 mètres.

- En marchant à la même vitesse, combien de temps lui faudrait-il pour faire le tour d'un potager carré de 4 mètres de côté ?

Solution

Le tour du potager est égal à 16 m.
On représente les données dans un tableau de proportionnalité.

Temps (en min)	3	x
Distance (en m)	10	16

Donc $x = \dfrac{3 \times 16}{10} = 4{,}8$.

4,8 minutes = 4 minutes + 0,8 minute
= 4 minutes + 0,8 × 60 secondes
= 4 minutes + 48 secondes

La tortue mettra 4 min 48 s pour faire le tour du potager.

7 En quatre semaines, Marc a dépensé 6,98 € dans l'achat d'applications pour son smartphone.

- S'il continue à ce rythme, combien dépensera-t-il en une année pour ces achats ?

3 Utiliser des pourcentages

8 Sylvain a fait des travaux d'isolation dans sa maison. Avant les travaux, il consommait 14 000 kWh par an en moyenne et, depuis les travaux, il consomme 9 000 kWh par an.

- De quel pourcentage sa consommation a-t-elle diminué ?

Solution

On calcule l'énergie économisée puis, à l'aide d'un tableau de proportionnalité, le pourcentage que cette économie représente par rapport à la consommation d'origine.
Énergie économisée : 14 000 – 9 000 = 5 000.

Énergie économisée	5 000	x
Consommation d'origine	14 000	100

$x = \dfrac{5\,000 \times 100}{14\,000} \approx 35{,}7$.

La consommation de Sylvain a diminué d'environ 36 %.

9 Le prix de la baguette de pain a augmenté de 33 % entre 1990 et 2000, puis de 31 % entre 2000 et 2010.

- De combien le prix a-t-il augmenté entre 1990 et 2010 ? Justifier.

Solution

On traduit les deux augmentations en pourcentage par des multiplications.
Si on note P_0, P_1 et P_2 les prix de la baguette en 1990, 2000 et 2010, on a :

$$P_0 \xrightarrow{\times 1{,}33} P_1 \xrightarrow{\times 1{,}31} P_2$$

Donc $P_2 = (P_0 \times 1{,}33) \times 1{,}31 = P_0 \times 1{,}742\,3$.

Or $1{,}742\,3 = 1 + 0{,}742\,3 = 1 + \dfrac{74{,}23}{100}$

Donc le prix de la baguette a augmenté de 74,23 % entre 1990 et 2010.

10 Dans un lycée de 464 élèves, il y a 224 garçons. Un tiers des filles et un quart des garçons font de la musique.

- Quel pourcentage d'élèves font de la musique dans ce lycée ?

11 Lors des soldes dans un grand magasin, un jean est affiché à –20 % sur la première démarque. Il subit ensuite une nouvelle démarque de –30 %.

- De quel pourcentage le prix du jean a-t-il diminué après les deux démarques ?

Exercices

2 pages d'exercices supplémentaires dans le manuel numérique

Reconnaitre une situation de proportionnalité

Savoir-faire p. 107

Questions flash

diapo

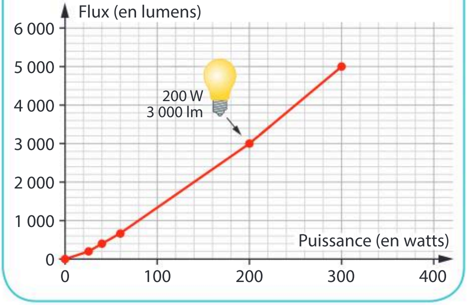
12 Chez le primeur, le prix des pommes de terre est affiché à 2,30 € le kilogramme.

- Le prix est–il proportionnel à la masse ?

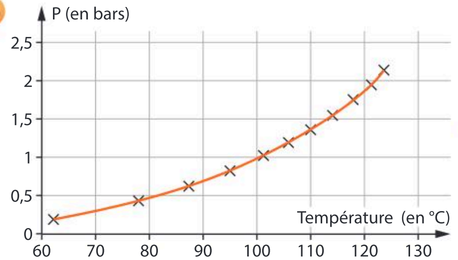
13 Une cellule se divise en deux cellules distinctes toutes les 3 minutes.

- Le nombre de cellules est-il proportionnel au temps écoulé ?

14 Le flux de lumière est-il proportionnel à la puissance d'une ampoule ?



15



1. La température d'ébullition de l'eau est-elle proportionnelle à la pression ? Justifier.
2. Quelle est la pression à l'intérieur d'un autocuiseur lorsque la température intérieure est de 110 °C ?

16 Lorsqu'on ouvre le robinet d'eau de la cuisine à fond, une bouteille de 1,5 L se remplit en 8 secondes. Avec le mitigeur de la salle de bain, la baignoire de 135 L se remplit en 12 minutes.

- Le robinet de cuisine et le mitigeur de salle de bain ont-ils le même débit d'eau ?

17 Un magasin affiche la promotion suivante.

Rémi achète un téléviseur à 399 € et un disque dur externe à 47,89 €.

- Combien va-t-il payer ?

Calculer une quatrième proportionnelle

Savoir-faire p. 109

Questions flash

diapo

18 Axel a acheté 15 m de tissu pour 20,25 €.

- Combien coutent 6 m de ce même tissu ?

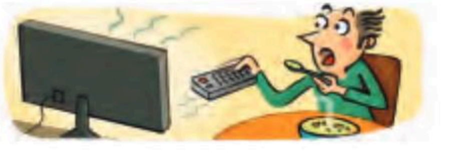
19 Le pain complet est au prix de 4,20 €/kg.

- Combien coute un pain complet de 600 g ?

20 La masse volumique du plomb est de 11,35 g/cm^3.

- Combien pèse un cube de plomb d'arête 10 cm ?

21 Un Français passe 2 h 22 min de son temps à manger par jour, dont $\frac{1}{5}$ devant la télévision.



- Calculer le temps passé devant la télévision en mangeant.

22 Un professeur organise pour ses élèves de 3^e une course sur 2 000 m. Lino, vainqueur, met 7 min pour parcourir cette distance. Son professeur lui demande d'estimer le temps qu'il mettrait pour faire 3 fois 500 m.

- En supposant qu'il court à la même vitesse, quelle réponse donnera Lino ?

23 Lorsque Léa roule sur autoroute, elle a remarqué qu'elle devait faire le plein tous les 650 km environ.
Son réservoir d'essence, lorsqu'il est plein, a une capacité de 45 L.
Léa habite Lille et doit se rendre à Marseille. L'itinéraire qu'elle choisit est en bleu sur la carte ci-dessous.

1. Si elle part avec un réservoir plein, combien de fois devra-t-elle faire le plein d'essence durant son trajet ?
2. Si on considère que le prix de l'essence est en moyenne à 1,35 €/L sur autoroute, combien va-t-elle payer ?

24 Un avion de chasse peut aller à la vitesse maximale de mach 2,2.

- Déterminer cette vitesse en km/h sachant que mach 1 équivaut à la vitesse du son, soit 340 m/s environ.

25 Voici l'étiquette qui se trouve au dos d'une bouteille de 2 L de jus de fruits.

Valeurs énergétiques et nutritionnelles moyennes	POUR UN VERRE de 200 mL	POUR UN VERRE % des RNJ*	POUR 100 mL
Énergie	94 kcal	5 %	47 kcal - 199 kJ
Protéines	1,4 g	3 %	11 g
Glucides dont sucres	22 g 19 g	8 % 21 %	11 g 9,5 g
Lipides dont saturés	0 g 0 g	0 % 0 %	0 g 0 g
Fibres alimentaires	0 g	0 %	0 g
Sodium équivalent en sel	< 0,02 g < 0,1 g	< 1 % < 1 %	< 0,01 g < 0,03 g

* Les Repères Nutritionnels Journaliers recommandés sont calculés pour un adulte avec un apport moyen de 2 000 kcal par jour.

- Combien de sucre, en grammes, contient cette bouteille de jus de fruits ?

Utiliser des pourcentages

Savoir-faire p. 109

Questions flash

diapo

26 Parmi les 125 élèves de 3^e^ d'un collège, 84 % ont obtenu leur diplôme national du brevet.

- Combien d'élèves cela représente-t-il ?

27 Sur les 80 boulangeries d'une grande agglomération, 60 ouvrent le dimanche matin jusqu'à 13 h.

- Quel est le pourcentage des boulangeries de cette agglomération ouvrant le dimanche jusqu'à 13 h ?

28 Laurie gagne 1 650 euros par mois. Son patron lui accorde une augmentation de 4 %.

- Quel est son nouveau salaire ? Choisir la ou les bonnes réponses dans la liste ci-dessous :

$1\,650 \times 0{,}04$	$1\,650 \times 1{,}04$	$1\,650 \times 0{,}96$
$1\,650 + 66$	$1\,650 - 66$	$1\,650 \times 1{,}4$
2 310	1 716	1 584

29 En 2015, la France comptait 66,3 millions d'habitants et l'Union européenne 508,1 millions d'habitants.

- Quel pourcentage les habitants de la France représentaient-ils par rapport à ceux de l'Union européenne ?

30 Dans la classe de 3^e^ A, il y a 30 élèves dont 40 % de filles. Dans la classe de 3^e^ B, il y a 22 élèves dont 50 % de filles.

- Si on réunit ces deux classes, aura-t-on alors 45 % de filles ?

31 Une fabrique de biscuits est divisée en deux ateliers.
L'atelier A fabrique 2 500 biscuits par jour, dont 80 % sont à la fraise.
L'atelier B fabrique 3 600 biscuits par jour, dont 60 % sont à la fraise.

- Dans la production totale de biscuits de cette usine, quel est le pourcentage de biscuits à la fraise ?

32 Une étude a été menée sur 3 426 lave-linge vendus par une grande enseigne sur l'année 2010. Dans les cinq ans qui ont suivi, 617 ont eu une panne, dont 85 durant la première année d'utilisation.

1. Quel est le taux de pannes durant la première année ?
2. Quel est le taux de pannes sur cinq ans ?

Donner ces deux réponses en pourcentage.

33 Une voiture consomme 5,3 litres d'essence aux 100 km. Après un réglage du moteur, elle ne consomme plus que 5,1 litres aux 100 km.

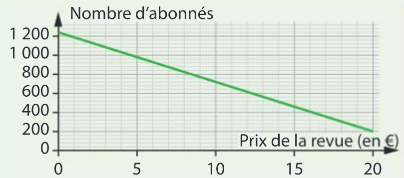
- Exprimer la réduction de la consommation d'énergie en pourcentage.

Faire le point

Vérifie tes connaissances.

QCM

Donner la seule réponse correcte parmi les trois proposées.

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1 Reconnaitre une situation de proportionnalité			
 **1.** Le nombre d'abonnés est-il proportionnel au prix de la revue ?	Oui	Non	On ne peut pas savoir.
2. Le périmètre d'un losange est-il proportionnel à la longueur d'un côté ?	Oui	Non	On ne peut pas savoir.
2 Calculer une quatrième proportionnelle			
Quel est le nombre manquant dans ce tableau ? Temps (en min) : 5 ; 7 Distance (en m) : 375 ; x	75	525	377
3 Utiliser les pourcentages			
1. Des chaussures à 89 € soldées –40 % coutent :	$0{,}4 \times 89$	$1{,}4 \times 89$	$89 \times 0{,}6$
2. Au 1er janvier 2016, le salaire minimum horaire brut est passé de 9,61 € à 9,67 €. Le pourcentage d'augmentation est d'environ :	0,6 %	1,006 %	0,06 %

Pour t'aider à retenir le cours.*

Carte mentale

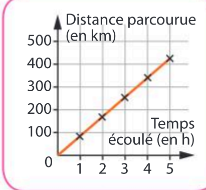
Reproduire et compléter cette carte mentale.

Longueur sur un plan (en cm)	25	0,75	4
Longueur réelle (en m)	30	0,9	4,8

$\times 1{,}2$

Produit en croix : $0{,}9 \times 4 = 4{,}8 \times 0{,}75$

Coefficient de proportionnalité : $\dfrac{30}{25} = 1{,}2$



Proportionnalité

Pourcentages

- Calculer t % d'une quantité revient à multiplier cette quantité par … .
- Un pourcentage est une proportion de dénominateur … .

- Réduire de t % une grandeur revient à la multiplier par … .
- Augmenter de t % une grandeur revient à la multiplier par … .

*Tu peux aussi construire ta propre carte mentale.

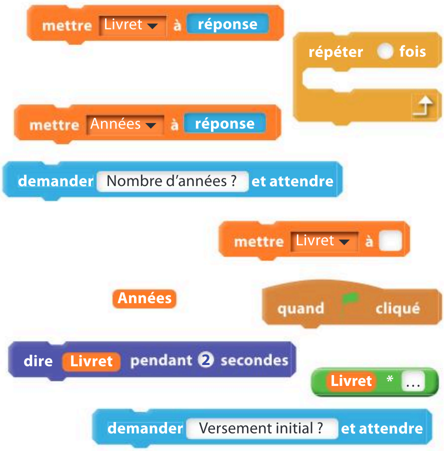
Algorithmique et outils numériques

34 Placement

Roméo décide de placer des économies sur un livret d'épargne. Chaque année, la banque lui verse des intérêts correspondant à 2 % de la somme que contient son livret l'année précédente.

1. Roméo place 100 euros sur son livret.
  a. De quelle somme disposera-t-il au bout d'un an ?
  b. De quelle somme disposera-t-il au bout de deux ans ?

2. Roméo décide d'écrire un script pour calculer plus rapidement la somme dont il disposera en fonction du montant initial placé sur son livret d'épargne et du nombre d'années.
Voici les instructions qu'il a utilisées :

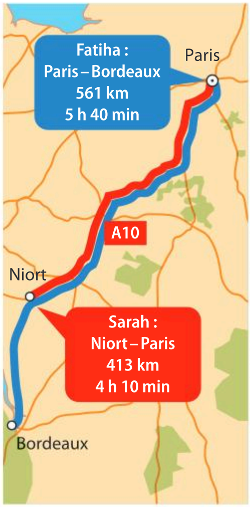


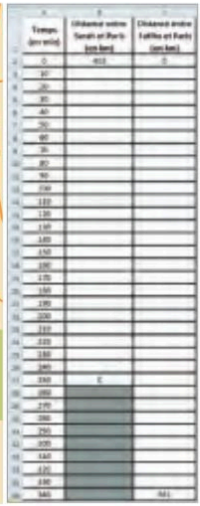
  a. Reconstituer le script de Roméo en expliquant le rôle joué par les variables **Années** et **Livret** et en remplaçant les points par la valeur appropriée.
  b. Calculer la somme dont disposera Roméo s'il place 640 euros pendant 8 ans.

3. Roméo trouve finalement un autre placement avec des intérêts à 2,5 %.
  a. Modifier ce script pour prendre en compte ce nouveau taux de rémunération.
  b. Si Roméo place 500 euros, combien d'années doit-il attendre avant de disposer de 1 000 euros ?

35 Rendez-vous sur la route

Deux amies, Fatiha et Sarah, habitent respectivement Paris et Niort. Ce lundi à 10 h, elles partent chacune de chez elles en voiture. Fatiha se rend à Bordeaux et Sarah à Paris. Elles ont utilisé leur GPS pour calculer le meilleur trajet et elles remarquent qu'elles vont se croiser. Elles veulent estimer au mieux à quel niveau de l'autoroute A10 elles vont se croiser, pour choisir la ville où elles vont se donner rendez-vous et réserver un restaurant.
Elles utilisent un tableur pour calculer, au fur et à mesure du temps, à quelle distance de Paris elles se situent et voir à quel moment elles vont se croiser.
On considère que la vitesse de Fatiha et de Sarah est constante durant tout leur trajet.





• Recopier et compléter ce tableau sur tableur, puis déterminer dans quelle ville elles peuvent se donner rendez-vous pour le déjeuner en précisant l'heure de réservation de leur table.

Paris – Poitiers	349 km
Paris – Tours	237 km
Paris – Blois	186 km
Paris – Orléans	134 km

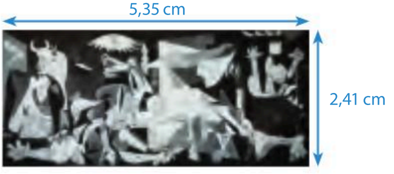
Problèmes

Pour mieux cibler les compétences			
Chercher	45 46	Raisonner	48 51 54
Modéliser	41 49 50	Calculer	45 46 47
Représenter	37 44 48	Communiquer	37 42 50 55

36 ***Guernica***

PEAC

Voici une photo à l'échelle $\frac{1}{145}$ du tableau *Guernica* peint en 1937 par Pablo Picasso et représentant une scène de massacre dans la ville de Guernica pendant la guerre civile espagnole.



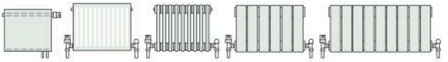
- Estimer les dimensions réelles de ce tableau.

37 **Chauffage**

TECH

Des experts estiment qu'il faut prévoir une puissance électrique de 925 watts pour chauffer 25 m^3.

- Pour une pièce de 15 m^2 et de hauteur sous-plafond de 2,60 m, quel radiateur doit-on prévoir parmi la gamme proposée ci-dessous ?



450 W 750 W 1 000 W 1 200 W 1 500 W

38 **Fourniture détaillée**

Loïc, autoentrepreneur, achète de la peinture blanche chez son fournisseur. Voici la facture qui lui a été remise.

DÉSIGNATION	QTÉ	PRIX UNITAIRE BRUT HT	RABAIS/ REMISE	PU NET HT	TAUX TVA	MONTANT HT
Pots de peinture	6				20	
		TOTAL HORS TAXES				
		Montant TVA à 20 %				
		TOTAL TVA DUE				
		TOTAL TTC				
		Acomptes perçus facture n°.........				
		NET À PAYER TTC				540

Il n'a eu droit à aucune remise et n'a versé aucun acompte. Loïc a besoin de connaitre le prix d'un pot pour pouvoir détailler la facture à son client.

- Sachant que le taux de TVA est de 20 %, peut-il retrouver le prix HT ?

39 **Achat groupé**

Un boulanger vend des brioches et des flans à l'unité. Vic a acheté 4 brioches et 3 flans pour 9,60 €. Rosa a acheté 5 brioches et 4 flans pour 12,40 €.

1. Combien coutent 9 brioches et 7 flans ?
2. Combien coutent 10 brioches et 10 flans ?

40 **Course à pied**

EPS

Le professeur d'EPS demande à ses élèves de 3^e de courir 4 fois 3 minutes. Estelle court l'équivalent de 6 tours de la piste d'athlétisme qui mesure 400 mètres de long. Son professeur lui demande d'estimer combien elle va mettre pour faire 1 500 mètres.

- Que doit répondre Estelle en supposant qu'elle court à la même vitesse ?

41 **Thé en vrac ou thé en boite ?**

La grand-mère de Manon achète toujours du thé en sachet, car elle pense que le thé en vrac est plus cher. Manon essaie de convaincre sa grand-mère que ce n'est pas toujours vrai en prenant les deux exemples ci-dessous.

- Manon va-t-elle faire changer d'avis sa grand-mère ?

42 **Distance de réaction**

CIT

Léo, en bonne santé et vigilant au volant, met 1 seconde pour réagir et commencer à freiner lorsqu'il voit un obstacle.

Noé a pris des médicaments contre ses allergies qui sont de niveau 2. Il met 2,5 secondes pour réagir.

Doc. Recommandations si prise de médicaments contre l'allergie

- À 130 km/h, quelles distances auront parcourues Léo et Noé avant de commencer à freiner ?

43 **Running**

LV

Sam ran 10 miles in 80 minutes.

- How fast and how far would he run in 2.5 hours?

44 Hotte et débit d'air

PC

Alix, pour sa cuisine de 13 m², doit choisir une hotte pour évacuer les odeurs. Elle se rend dans plusieurs magasins et répertorie ses coups de cœur dans le tableau ci-dessous.

Référence	Prix (en €)	Débit d'air (en m³/h)	Puissance acoustique (en dB)
IE61 inox	99	368	61
CH60S noir	109	581	67
VLI900 inox	89	390	61
RGM91 verre	259	860	71
CVM670 noir	159	450	60

Pour bien choisir sa hotte, il faut bien choisir le débit de celle-ci. L'air doit se renouveler 12 fois par heure pour que les odeurs de la cuisine s'évacuent correctement. La hauteur de la cuisine d'Alix est de 3 mètres.

- Quelle hotte aspirante sera la plus adéquate pour la cuisine d'Alix ?

45 Économie d'énergie

PC

CIT

Pierre a deux bonnes raisons de baisser sa consommation d'électricité : diminuer sa facture d'électricité et réduire l'impact de sa consommation sur l'environnement. Il fait donc un inventaire des consommations des appareils électriques qu'il utilise le plus.

Réfrigérateur	512 kWh/an
Lave-vaisselle	290 kWh/an
Ordinateur portable	35 kWh/an
Ordinateur fixe	330 kWh/an
Télévision	71 kWh/an
Boitier Internet	70 kWh/an
Téléphone portable	35 kWh/an
Lave-linge	196 kWh/an

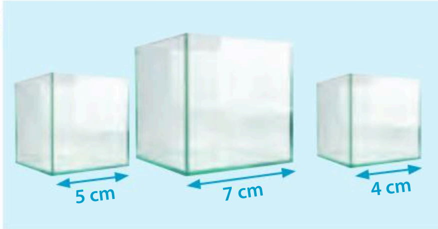
Il veut changer certains de ses éléments ; voici ce qu'il trouve :

Réfrigérateur	420 kWh/an
Lave-vaisselle	227 kWh/an
Télévision	45 kWh/an
Téléphone portable	31 kWh/an
Lave-linge	172 kWh/an

Pour les autres éléments, il peut baisser sa consommation de 10 % sans les changer mais en modifiant ses habitudes, par exemple en éteignant son ordinateur quand il ne l'utilise pas.

1. Calculer sa consommation actuelle sachant que 1 kWh coute environ 0,14 €.
2. Combien pourrait-il économiser par an en changeant les cinq éléments mais sans changer ses habitudes ?
3. Combien peut-il penser économiser par an en changeant en plus ses habitudes ?
4. Quel pourcentage cette économie représente-t-elle par rapport à sa consommation initiale ?

46 Presse-papier en verre



Ces trois presse-papiers cubiques sont fabriqués dans un verre dont la masse volumique est de 2 650 kg/m³.

- Calculer la masse de chacun de ces presse-papiers.

47 Terrasse

Prise d'initiative

Marie veut réaliser devant sa maison une terrasse carrelée de 3 m sur 4 m avec des carreaux de grès carrés de côté 20 cm.
Dans un premier temps, Marie doit couler une chape en béton d'épaisseur 10 cm pour poser les carreaux.
Elle loue un fourgon pour transporter les matériaux.

Doc. 1 Composition d'un mètre cube de béton

Pour faire 1 m³ de béton, il faut :
- 800 kg de sable
- 350 kg de ciment
- 1 000 kg de graviers

Doc. 2 Location de la bétonnière

Prix de la location (à la journée) : 37,34 € TTC

Doc. 3 Caractéristiques du fourgon

- 3 places assises
- Charge utile : 1,2 tonne
- Volume du réservoir : 80 L

Doc. 4 Prix du carrelage

Doc. 5 Prix des sacs de graviers, sable et ciment

2,49 € / unité soit 0,07 € / kg	1,69 € le sac de 40 kg	5,65 € / unité soit 0,16 € / kg

1. Combien Marie paie-t-elle pour tous les matériaux ?
2. Pourra-t-elle transporter tous les matériaux en un seul voyage avec son fourgon ?

Problèmes

48 Eau potable, eau de récupération

Prise d'initiative

CIT

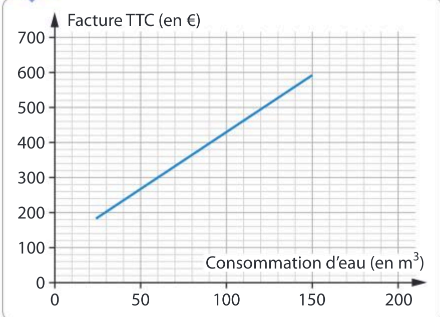
Les besoins en eau d'une famille sont importants, mais seulement une petite partie de ceux-ci nécessite l'emploi d'eau potable. On considère que pour les WC, la lessive, le jardin et le lavage d'une voiture, on peut utiliser de l'eau de pluie.

Une famille envisage de récupérer l'eau de pluie pour ses besoins en eau non potable. Pour cela, elle va investir dans l'installation d'une citerne de récupération des eaux de pluies.

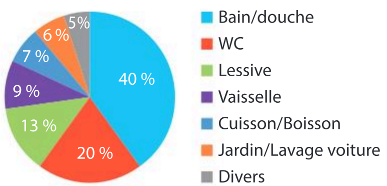
Cette famille consomme en moyenne 150 m^3 par an.

Rappel : 150 m^3 = 150 000 litres.

Doc. 1



Doc. 2 Répartition de la consommation d'eau d'une famille



Doc. 3 Installation d'une cuve

Prix des cuves selon leur capacité en litres					
Capacité (en L)	2 000	3 000	4 000	5 000	7 500
Prix (en €)	745	1 139	1 628	1 835	2 559

Prix de l'installation d'une cuve : 2 450 €.

Doc. 4 Calcul de la capacité de la cuve en fonction du « volume besoin » en litres

Capacité de la cuve = 1 840 + « volume besoin » × $\frac{10}{365}$

1. Montrer que le « volume besoin » de cette famille est de 58 500 litres (c'est le volume d'eau de pluie en litres nécessaire pour les besoins de la famille par an).

2. Au bout de combien d'années les économies réalisées sur la facture d'eau potable couvriront-elles la dépense que cette famille aura faite pour cette installation ?

49 Toutes sortes d'or

Prise d'initiative

AV

Les bijoux en or ne sont constitués qu'en partie d'or pur. L'or « 18 carats », aussi appelé or « 750 millièmes », est un alliage constitué de 75 % d'or pur et de 25 % d'autres métaux.

1. Voici la composition de l'or « rose » et de l'or « blanc ».

Or rose	Or blanc
75 % d'or pur 5 % d'argent 20 % de cuivre	75 % d'or pur 18,5 % d'argent 1 % de cuivre 5,5 % de zinc

Pourquoi l'or « 18 carats » est-il appelé or « 750 millièmes » ?

2. Pour fabriquer l'or 750 millièmes, le joaillier achète des Napoléons.

Le **Napoléon** est une pièce de monnaie d'or française de vingt francs d'une masse de 6,45 grammes et qui contient 900 millièmes d'or pur.

- Combien de grammes d'or 750 millièmes le joaillier peut-il faire avec un Napoléon ?

50 Marchés de l'été

Prise d'initiative

AV

Camille et son frère Louis décident de vendre des bracelets de perles du 1er aout au 31 aout inclus sur la commune de Lège-Cap-Ferret.

Pour vendre leurs bracelets, ils hésitent entre deux emplacements :

- un emplacement au marché de Claouey ;
- un espace réservé dans une boutique du Cap-Ferret.

- En utilisant les informations ci-dessous, aider Camille et Louis à choisir l'emplacement le plus rentable.

Info. 1 Les loyers des deux propositions

- Emplacement au marché de Claouey : 1 200 € le mois
- Espace réservé dans une boutique du Cap : 30 €/jour

Info. 2 La météo à Claouey et au Cap-Ferret

Du 1er aout au 31 aout inclus : 7 jours nuageux ou pluvieux.

Info. 3 Prévisions des ventes journalières selon la météo

	Soleil	Nuages/Pluie
Claouey	400 €	80 €
Cap-Ferret	300 €	240 €

Brevet

51 Le marathon

EPS

Lors d'un marathon, un coureur utilise sa montre-chronomètre. Après un kilomètre de course, elle lui indique qu'il court depuis quatre minutes et trente secondes.
La longueur officielle d'un marathon est de 42,195 km.

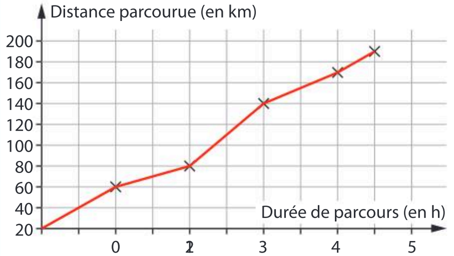
- Si le coureur garde cette allure tout au long de sa course, mettra-t-il moins de 3 h 30 min pour effectuer le marathon ?

D'après DNB Métropole, 2012.

52 Le cycliste

EPS

Lors d'une étape cycliste, les distances parcourues par un cycliste ont été relevées chaque heure après le départ. Ces données sont précisées dans le graphique ci-après.



Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes.
Aucune justification n'est demandée.

1. a. Quelle est la distance totale de cette étape ?

b. En combien de temps le cycliste a-t-il parcouru les cent premiers kilomètres ?

c. Quelle est la distance parcourue lors de la dernière demi-heure de course ?

2. Y a-t-il proportionnalité entre la distance parcourue et la durée de parcours de cette étape ?
Justifier la réponse et proposer une explication.

D'après DNB Amérique du Nord, 2015.

53 Vrai ou faux ?

Chacune des deux affirmations suivantes est-elle vraie ou fausse ? Les réponses doivent être justifiées.

- **Affirmation 1**

Dans un club sportif, les trois quarts des adhérents sont mineurs et le tiers des adhérents majeurs a plus de 25 ans. Un adhérent sur six a donc entre 18 ans et 25 ans.

- **Affirmation 2**

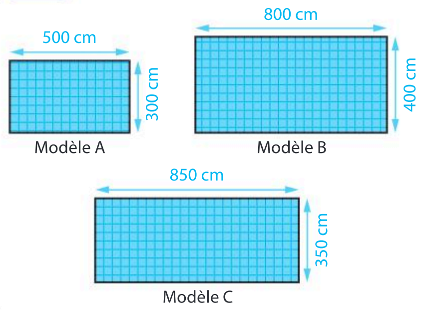
Durant les soldes, si on baisse le prix d'un article de 30 % puis de 20 %, au final le prix de l'article a baissé de 50 %.

D'après DNB Métropole, 2013.

54 La piscine

M. et Mme Jean vont faire construire une piscine et l'entourer de dalles en bois sur une largeur de 2 m.

info. 1 Les modèles de piscine



info. 2 Les dalles en bois

DALLE JÉCOBA EN BOIS,
L 100 cm × larg. 100 cm
× ép. 28 mm

RÉFÉRENCE 628 051

QUANTITÉ POUR 1 M^2 : 1

ÉPAISSEUR DU PRODUIT
(en mm) : 28

COULEUR : Naturel

PRIX INDICATIF : 13,90 €
le mètre carré

info. 3 La promotion sur les dalles en bois

Ils choisissent le modèle de piscine qui a la plus grande surface.

- Quel prix payent-ils pour leurs dalles s'ils profitent de la vente flash ?

D'après DNB Amérique du Sud, 2015

55 Le 7^e continent

CIT

Dans l'Océan Pacifique Nord, des déchets plastiques qui flottent se sont accumulés pour constituer une poubelle géante qui est, aujourd'hui, grande comme 6 fois la France.

1. Sachant que la superficie de la France est environ 550 000 km^2, quelle est la superficie actuelle de cette poubelle géante ?

2. Sachant que la superficie de cette poubelle géante augmente chaque année de 10 %, quelle sera sa superficie dans un an ?

3. Que peut-on penser de l'affirmation « dans 4 ans, la superficie de cette poubelle aura doublé » ?
Justifier la réponse.

D'après DNB Polynésie, 2013.

Travailler autrement

Utilisable en AP

À chacun sa méthode !

Deux énoncés pour un exercice

Exercice 1

La gestionnaire d'un collège édite les factures de cantine pour tous les élèves demi-pensionnaires.
Un repas coute 3,50 € par élève. Il y a 510 élèves dans le collège dont 80 % sont demi-pensionnaires.
Parmi les demi-pensionnaires, 25 % mangent à la cantine tous les jours de la semaine et les autres quatre jours par semaine.

1. Estimer la recette pour la gestionnaire sur l'année.
2. Éditer un modèle de facture, pour un trimestre, pour :
   - un élève demi-pensionnaire 5 jours ;
   - un élève demi-pensionnaire 4 jours.

NB : une année scolaire est constituée de 36 semaines de cours équitablement réparties sur chaque trimestre ; on ne tiendra pas compte des jours fériés.

Exercice 2

Une baguette est constituée de farine, d'eau, de sel et de levure. On considère que le sel et la levure sont négligeables.
2 500 baguettes de 300 grammes sont produites dans une grande surface tous les weekends.

1. Quelle quantité de pâte est nécessaire ?
2. De plus, une baguette est constituée de 40 % d'eau. Quelle quantité de farine doit avoir le boulanger pour la confection de ses 2 500 baguettes ?

Exercice 1

La gestionnaire d'un collège édite les factures de cantine pour tous les élèves demi-pensionnaires.
Un repas coute 3,50 € pour les élèves non boursiers.
Un élève boursier a une aide financière, différente selon son statut, directement versée au collège. Les « **boursiers 1** » reçoivent 84 €, les « **boursiers 2** » reçoivent 231 € et les « **boursiers 3** » reçoivent 360 €.
Il y a 500 élèves dans le collège, dont 80 % sont demi-pensionnaires.
Parmi les demi-pensionnaires, 30 % mangent à la cantine tous les jours de la semaine et les autres 4 jours par semaine.
Parmi les demi-pensionnaires 5 jours, il y a 10 % de « **boursiers 1** », 5 % de « **boursiers 2** » et 15 % de « **boursiers 3** ».
Parmi les demi-pensionnaires 4 jours, il y a 7 élèves « **boursiers 3** » et 11 élèves « **boursiers 1** ».

1. Estimer la recette pour la gestionnaire sur l'année.
2. Éditer une facture, pour un trimestre, pour chaque type d'élève.

NB : une année scolaire est constituée de 36 semaines de cours équitablement répartie sur chaque trimestre ; on ne tiendra pas compte des jours fériés.

Exercice 2

Une baguette est constituée de farine, d'eau, de sel et de levure. 2 100 baguettes de 300 grammes sont produites dans une boulangerie tous les weekends.

1. Quelle quantité de pâte est nécessaire ?
2. De plus, une baguette est constituée de 52 % de farine, 36 % d'eau, 1,2 % de sel et le reste de levure. De quelle quantité de chaque ingrédient le boulanger a-t-il besoin pour la confection de ses 2 100 baguettes ?

Écriture d'un énoncé

Écrire un énoncé d'exercice dont la réponse serait :
$1{,}06 \times 200\,000 = 212\,000$.

Analyse d'une production

Un professeur donne l'énoncé suivant.
Une baguette doit peser 250 g en rayon.
Elle perd 21 % de sa masse à la cuisson.
Quelle doit être la masse d'une baguette avant cuisson ?
Voici les réponses de trois élèves.

Julia

$1 + \frac{21}{100}$ représente une augmentation de 21 %.

$250 \times \left(1 + \frac{21}{100}\right) = 250 \times 1{,}21 = 302{,}5$

La baguette pèse 302,5 g avant la cuisson.

Loïc

$\frac{21}{100} \times 250 \quad 52{,}5$

La baguette pèse 52,5 g avant la cuisson.

Enzo

Soit x la masse de la baguette avant la cuisson.

$x\left(1 - \frac{21}{100}\right) = 250$

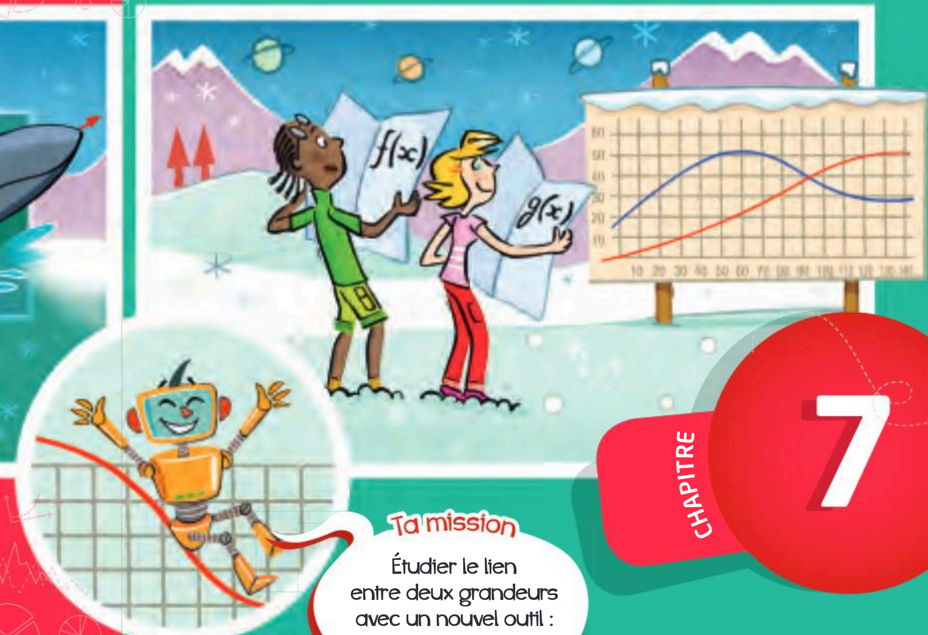
$x - \frac{21}{100} = 250$

$x = 250 + \frac{21}{100}$

$x = 250{,}21$

La baguette pèse 250,21 g avant la cuisson.

- Analyser les réponses de ces trois élèves et corriger leurs erreurs s'il y en a.



CHAPITRE 7

Ta mission

Étudier le lien entre deux grandeurs avec un nouvel outil : une fonction.

Fonctions

Jeux

• Aider la souris à atteindre le fromage. Pour cela, elle doit obligatoirement passer par des cases dont les expressions algébriques sont égales.

$7x+14x+35$	$35+21x$	$35+3x+18x$	$21x+35$
$21x+5$	$3x+24x+35$	$3x+24x+5$	$35+7x+14x$
$7x+14x+5$	$10x+12$	$10x+5$	$7(3x+5)$
$12+12x$	$7\times(3x+5)$	$5x+35$	$3x+18x+35$

Infos

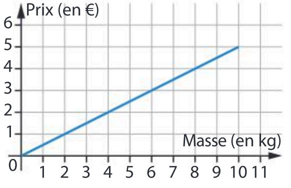
Les fonctions servent à décrire des évènements observables et surtout à prévoir leurs évolutions. Elles sont utilisées pour envoyer des fusées dans l'espace, pour mesurer l'augmentation du niveau des océans et même pour construire des téléphones portables.

Activités

Questions flash

diapo

1. Si $x = 4$, que vaut $2(x - 5)$?
2. Ce graphique donne le prix du sucre en poudre en fonction de sa masse.



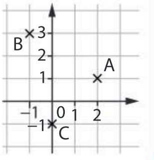
a. Quel est le prix de 8 kg de sucre ?

b. J'ai payé 3 €. Quelle quantité de sucre ai-je achetée ?

3. Dans un repère, le point A a pour coordonnées (2 ; –3) et le point B a pour coordonnées (–5 ; 6).
   - Quelle est l'abscisse de A ?
   - Quelle est l'ordonnée de B ?
4. On sait que $v = \dfrac{d}{t}$, v étant la vitesse en km/h, d la distance en km et t le temps en heures.
   - Que vaut d si $v = 5$ et $t = 2$?
5. **a.** Quelles sont les coordonnées de A ?

   b. Quelle est l'ordonnée de B ?

   c. Quelle est l'abscisse de C ?



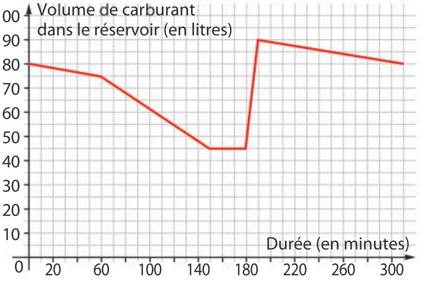
Le tractopelle

4e Activité 1

On donne les consommations de carburant d'un engin de travaux publics selon le type de travail effectué :

- lorsque l'engin se déplace, il consomme 5 litres par heure ;
- lorsqu'il effectue un chargement, il consomme 10 litres par heure ;
- lorsqu'il fait du terrassement, il consomme 20 litres par heure.

Une entreprise commence à utiliser cet engin à 9 heures. Le graphique ci-contre montre le volume de carburant dans le réservoir au cours du temps.



1. À quelle heure l'entreprise arrête-t-elle finalement d'utiliser l'engin ?
2. Expliquer à quel type de travail correspond chaque phase. Préciser pour chacune d'elles la durée et la variation du nombre de litres de carburant.

Magique ?

Activité 2

Thierry annonce à ses amis qu'il va leur faire un tour de magie. Il leur demande :

① de choisir un nombre de départ ; ② d'ajouter 10 ; ③ de multiplier le résultat par 2 ;
④ de soustraire 20 au résultat ; ⑤ d'annoncer le résultat final.

À chaque annonce d'un résultat final, Thierry arrive à deviner le nombre choisi au départ !

1. Tester le tour de Thierry en choisissant trois nombres différents.
2. Séverine a annoncé 18 en résultat final. Peut-on deviner, comme Thierry, le nombre choisi au départ ?
3. Si on note x le nombre choisi au départ, quelle formule permet de calculer facilement le résultat final annoncé ?
4. On note $f(x)$ le résultat final annoncé (on lit « f de x »). Compléter le tableau ci-contre.

Nombre de départ choisi : x	0	3,5		–2	
Résultat final annoncé : $f(x)$			24		3

fonction f

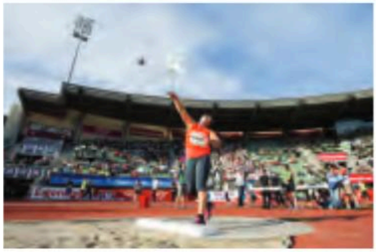
5. On dit que $f(x)$ est l'image de x par la fonction f. Quelle est l'image de 12 par la fonction f ?
6. On dit que x est un antécédent de $f(x)$ par la fonction f. Donner un antécédent de 50 par la fonction f.

Lancer de poids

Activité 3

Lors d'un championnat de lancer de poids, Igor a fait étudier l'un de ses lancers par un de ses amis mathématicien. Il a trouvé la fonction h suivante qui donne la hauteur du poids (en mètres) en fonction du temps x (en secondes) :

$$h(x) = -5x^2 + 6{,}75x + 2 \text{ pour } x \text{ compris entre 0 et 1,6.}$$



1. L'instant $x = 0$ correspond au moment où Igor lance son poids. À quelle hauteur le poids se trouve-t-il à cet instant ?
2. Calculer l'image de 1,6 par la fonction h. Donner une interprétation concrète de ce résultat.
3. Compléter le tableau suivant :

x	0	0,4	0,8	1,2	1,6
$h(x)$					

4. On souhaite représenter graphiquement la hauteur du poids en fonction du temps. Dans un repère ayant pour unités 1 centimètre pour 0,1 seconde en abscisses et 5 centimètres pour 1 mètre en ordonnées, placer les points correspondants au tableau précédent.
5. Comment peut-on compléter ce graphique ?

Sécurité routière

Activité 4 **Prise d'initiative**

Le document ci-contre explique comment calculer la distance d'arrêt d'un véhicule après que son conducteur a perçu un obstacle.

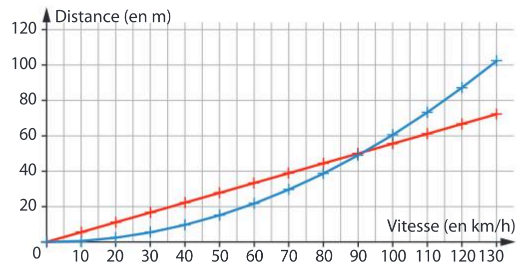
- Le **temps de réaction** est le temps qui s'écoule entre le moment où le conducteur perçoit un danger et celui où il commence à freiner. On supposera que ce temps est égal à 2 secondes.
- La **distance de freinage** est la distance parcourue par le véhicule entre le moment où le conducteur commence à freiner et le moment où le véhicule s'arrête.
- La **distance d'arrêt** est la somme de la distance parcourue pendant le temps de réaction et de la distance de freinage :

$$D_A = D_R + D_F.$$

La distance d'arrêt d'un véhicule

PERCEPTION	RÉACTION	ACTION
Je perçois l'obstacle	J'analyse Je décide	Je freine
Distance d'arrêt D_A =	Distance parcourue pendant le temps de réaction D_R +	Distance de freinage D_F
La distance d'arrêt dépend :	• de l'état du conducteur (fatigue, maladie, ALCOOL…)	• du véhicule (bon ou mauvais état) • de la chaussée (sèche ou mouillée)
	← et surtout de la VITESSE →	

1. Les deux courbes ci-dessous représentent la distance de réaction D_R et la distance de freinage D_F en fonction de la vitesse, pour la voiture de Muriel sur une route sèche en bon état. Identifier chacune de ces courbes.



2. Muriel roule à 60 km/h sur cette route. Quelle est sa distance d'arrêt ?
3. Un peu plus tard, Muriel s'arrête brusquement après avoir vu un animal traverser la route. Elle constate qu'elle a parcouru 100 mètres après avoir vu l'animal. Quelle était sa vitesse ?
4. Sur autoroute, les lignes délimitant la bande d'arrêt d'urgence mesurent 38 mètres et sont espacées entre elles de 14 mètres. Comment expliquer la signalisation ci-contre ?

Cours

1 Déterminer des images et des antécédents

Vidéo

Définition

Une **fonction** est un procédé qui, à un nombre x, fait correspondre un nombre unique appelé image de x.

Exemple

Le procédé qui, à tout nombre x, fait correspondre son carré est une fonction.

$3 \mapsto 9$ $-5 \mapsto 25$ $10 \mapsto 100$ $x \mapsto x^2$

Vocabulaire et notations

Par une fonction f, l'image d'un nombre x est notée $f(x)$ (lire « f de x »).
On note $f : x \mapsto f(x)$.

Exemples

Exemple 1

Pour définir la fonction f qui, à tout nombre x, fait correspondre son carré, on note $f : x \mapsto x^2$.
On peut aussi définir cette fonction en écrivant l'égalité $f(x) = x^2$.
L'image de 3 par la fonction f est égale à 9.
On note $f(3) = 9$.
L'image de -2 par la fonction f est égale à 4.
On note $f(-2) = 4$.

Exemple 2

Pour définir la fonction g qui, à tout nombre x, fait correspondre le nombre $3x - 1$, on note $g : x \mapsto 3x - 1$. On peut aussi définir cette fonction g en écrivant l'égalité $g(x) = 3x - 1$.
L'image de 0 par la fonction g est -1 :

$$g(0) = 3 \times 0 - 1 = 0 - 1 = -1.$$

L'image de 7 par la fonction g est 20 :

$$g(7) = 3 \times 7 - 1 = 21 - 1 = 20.$$

! $f(x)$ désigne un nombre (l'image de x) mais f désigne une fonction : f n'est pas un nombre !

Définition

Si un nombre x a pour **image** le nombre y par une **fonction** f, on dit que x est un **antécédent** de y par la **fonction** f.

Antécédent x → Fonction f → Image $f(x)$ ou y

Exemple

Si $g(x) = 3x - 1$, on a $g(3) = 8$ donc 3 est un antécédent de 8 par la fonction g.

!

1. Un nombre x ne peut pas avoir plusieurs images, mais un nombre y peut avoir plusieurs antécédents. Par exemple, si $f(x) = x^2$, le nombre 9 a deux antécédents : 3 et -3.

2. Un nombre y peut n'avoir aucun antécédent. Par exemple, si $f(x) = x^2$, le nombre -25 n'a aucun antécédent car aucun carré ne peut être négatif.

Savoir-faire

Apprends à l'aide des exercices résolus puis entraine-toi !

1 Déterminer des images et des antécédents

1 On donne la fonction f définie par $f(x) = x^2 + 3x$.

1. Que vaut $f(1)$?
2. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant.

x	–1	–0,5	0	0,5	1	1,5
$f(x)$						

Solution

1. Pour calculer $f(1)$, on remplace x par 1 dans l'expression de $f(x)$:
$$f(1) = 1^2 + 3 \times 1 = 1 + 3 = 4.$$
Donc l'image de 1 par la fonction f est 4.
2. On calcule les images de chaque valeur de x présente dans le tableau, comme dans la question précédente :
$f(-1) = (-1)^2 + 3 \times (-1) = -2$
$f(-0,5) = (-0,5)^2 + 3 \times (-0,5) = -1,25$
$f(0) = 0^2 + 3 \times 0 = 0$
$f(0,5) = 0,5^2 + 3 \times 0,5 = 1,75$
$f(1,5) = 1,5^2 + 3 \times 1,5 = 6,75$
On complète ensuite le tableau ci-dessous.

x	–1	–0,5	0	0,5	1	1,5
$f(x)$	–2	–1,25	0	1,75	4	6,75

2 On appelle h la fonction définie par $x \mapsto -3x + 4$.
Donner le ou les antécédents de –2 par la fonction h.

Solution

Un antécédent de –2 par la fonction h est un nombre qui a pour image –2 par la fonction h.
On cherche donc x tel que $h(x) = -2$, c'est-à-dire tel que :
$-3x + 4 = -2$
$-3x = -6$
$x = 2$
Ainsi –2 a un seul antécédent par la fonction h qui est 2.

3 On donne le tableau de valeurs suivant.

x	–2	–0,5	0	1,3	5	10
$f(x)$	5	7	–2	3	–4,7	7

1. Quelle est l'image de 5 par la fonction f ?
2. Donner un antécédent de –2 par la fonction f.
3. Donner deux antécédents de 7 par la fonction f.

Solution

Les antécédents sont dans la première ligne du tableau, les images sont dans la deuxième ligne.
1. L'image de 5 par la fonction f est –4,7.
2. 0 est un antécédent de –2 par la fonction f.
3. –0,5 et 10 sont des antécédents de 7 par la fonction f.

4 On appelle g la fonction telle que $g(x) = -5x + 3$.

1. Que vaut $g(6)$?
2. Donner le ou les antécédents de 3 par la fonction g.

5 On appelle k la fonction définie par $k(x) = 3x^2 - 2$.

- Quelle est l'image de –1 par la fonction k ?

6 On appelle f la fonction qui, à tout nombre x, fait correspondre le double de son carré.

1. Donner une expression de $f(x)$ en fonction de x.
2. Donner le ou les antécédents de 0 par la fonction f.

7 On donne le tableau de valeurs suivant.

x	–3	–1	0	2	3	5
$h(x)$	2	–3	1	–3	5	7

1. Quelle est l'image de –3 par la fonction h ?
2. Donner un antécédent de 5 par la fonction h.
3. Donner deux antécédents de –3 par la fonction h.

Cours

2 Tracer la représentation graphique d'une fonction

Vidéo

Définition

Dans un repère, la **représentation graphique** d'une fonction f est l'ensemble des points de coordonnées $(x\,;f(x))$. Cette représentation graphique est également appelée « courbe représentative de la fonction f ».

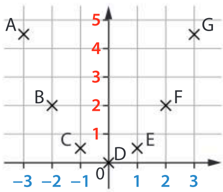
Exemple

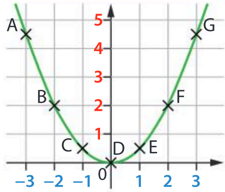
Soit la fonction $f : x \mapsto 0{,}5x^2$.
Pour tracer la représentation graphique de la fonction f, on peut calculer les valeurs prises par $f(x)$ pour quelques valeurs de x.

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
$f(x) = 0{,}5x^2$	4,5	2	0,5	0	0,5	2	4,5
Point	A	B	C	D	E	F	G

Quand on a un doute sur la manière de relier deux points, on peut toujours placer des points supplémentaires !

On place ensuite les points correspondants de coordonnées $(x, f(x))$ dans un repère.





3 Exploiter la représentation graphique d'une fonction

Vidéo

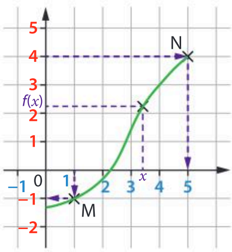
Méthode

- Pour **déterminer graphiquement l'image d'un nombre** x, on place x sur l'axe des abscisses et on lit l'ordonnée du point de la courbe correspondant.
- Pour **déterminer graphiquement les antécédents d'un nombre** y, on place y sur l'axe des ordonnées et on lit les abscisses des points de la courbe correspondants.

Exemple

On a tracé ci-contre la courbe représentative d'une fonction f.

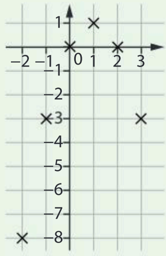
- Pour déterminer graphiquement l'image de 1 par la fonction f, on utilise le point de la courbe qui a pour abscisse 1 : il s'agit du point M dont l'ordonnée est égale à −1.
  L'image de 1 est donc −1 c'est-à-dire $f(1) = -1$.
- Pour déterminer un antécédent de 4, on utilise un point de la courbe qui a pour ordonnée 4 : il s'agit du point N qui a pour abscisse 5.
  5 est donc un antécédent de 4 c'est-à-dire $f(5) = 4$.

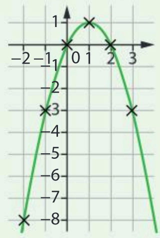


Savoir-faire

2 Tracer la représentation graphique d'une fonction

8 Tracer la représentation graphique de la fonction g définie par $g(x) = 2x - x^2$ pour x compris entre –2 et 3.





Solution

On calcule les valeurs prises par $g(x)$ pour quelques valeurs de x comprises entre –2 et 3.

On place les points de coordonnées (–2 ; –8), (–1 ; –3), (0 ; 0), (1 ; 1), (2 ; 0) et (3 ; –3) puis on les relie pour obtenir la courbe représentative de la fonction g.

x	–2	–1	0	1	2	3
$g(x)$	–8	–3	0	1	0	–3

9 La fonction f est définie par $f(x) = 2x^2 - 3$ pour x compris entre –1 et 2.

1. Recopier et compléter le tableau ci-contre.
2. Tracer la courbe représentative de f dans un repère.

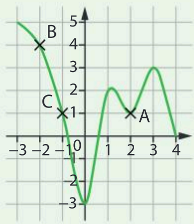
x	–1	–0,5	0	0,5	1	1,5	2
$f(x)$							

3 Exploiter la représentation graphique d'une fonction

10 On a tracé ci-contre la courbe représentative d'une fonction f définie pour x compris entre –3 et 4.

Déterminer graphiquement :

a. l'image de 2 ;
b. un antécédent de 4 ;
c. $f(-1)$;
d. un antécédent de 6.



Solution

a. Le point de la courbe qui a pour abscisse 2 est le point A. Son ordonnée vaut 1. L'image de 2 est 1.

b. Un seul point de la courbe a pour ordonnée 4 : c'est le point B. Son abscisse vaut –2. L'antécédent de 4 est –2.

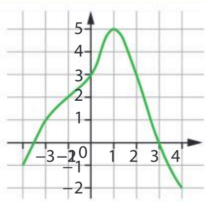
c. Le point de la courbe qui a pour abscisse –1 est le point C. Son ordonnée vaut 1. $f(-1) = 1$.

d. 6 n'a pas d'antécédent par cette fonction car aucun point de la courbe n'a une ordonnée égale à 6.

11 La courbe d'une fonction h définie pour x compris entre –3 et 4 est tracée ci-contre.

Déterminer graphiquement :

a. l'image de 2 ;
b. un antécédent de 5 ;
c. $h(3)$;
d. un antécédent de –2,5.



Exercices

2 pages d'exercices supplémentaires dans le manuel numérique

Déterminer des images et des antécédents

Savoir-faire p. 123

Questions flash

diapo

12 On donne $f(x) = \dfrac{1+x}{2}$.

• Que vaut $f(3)$?

13 On donne $f : x \mapsto 4 + x^2$.

• Quelle est l'image de 2 par la fonction f ?

14 On donne $g(x) = -x^3 + 3$.
Sofiane a calculé l'image de –1 par la fonction g et a trouvé 2. Son professeur lui dit qu'il s'est trompé.

• Expliquer son erreur.

15 On appelle h la fonction qui, à tout x, fait correspondre son triple.

• Donner le ou les antécédents de 15 par la fonction h.

16 f est une fonction telle que $f(-3) = 4$.
Traduire cette égalité par une phrase comportant :
a. le mot « image » ; **b.** le mot « antécédent ».

17 Traduire les phrases suivantes par une égalité.
a. « L'image de 3 par la fonction f est –5. »
b. « –4 est un antécédent de 7 par la fonction g. »

18 On appelle g la fonction qui, à tout x, fait correspondre son double.

• Quelle est l'image de –3 par la fonction g ?

19 **Vrai ou faux ?**
Si j est une fonction telle que $j(5) = -2$, alors :
a. 5 est l'image de –2 par la fonction j ;
b. –2 est l'image de 5 par la fonction j ;
c. 5 a pour image –2 par la fonction j ;
d. –2 a pour image 5 par la fonction j.

20 On donne $f(x) = 2x^2$.

• Recopier et compléter le tableau ci-dessous.

x	0	–1	2	–2
$f(x)$				

21 On donne le tableau de valeurs suivant.

x	–1	–0,5	0	0,5	1	1,5
$h(x)$	5,3	2	–2	–1	–3,5	2

1. Quelle est l'image de 0,5 par la fonction h ?
2. Quelle est l'image de –1 par la fonction h ?
3. Donner un antécédent de –3,5 par la fonction h.

22 **Vrai ou faux ?**
Si g est une fonction telle que $g(2) = 6$, alors :
a. 2 est un antécédent de 6 par la fonction g ;
b. 6 est un antécédent de 2 par la fonction g ;
c. 2 est une solution de l'équation $g(x) = 6$;
d. 6 a pour antécédent 2 par la fonction g.

23 On donne $f : x \mapsto x^2 - 2$.

• Relier chaque nombre du nuage **A** à son image dans le nuage **B**.

24 Recopier et compléter le tableau ci-dessous.

Égalité	Verbe « avoir »	Verbe « être »
$f(2) = 4$	2 a pour image 4 par f. 4 a pour antécédent 2 par f.	4 est l'image de 2 par f. 2 est un antécédent de 4 par f.
…	2,5 a pour image –2 par h. …	… …
…	… …	… 5 est un antécédent de 3 par g.

25 On donne le programme de calcul suivant.

> On choisit un nombre x.
> On le multiplie par 2.
> On ajoute 5 au résultat.
> On obtient un nombre $h(x)$.

1. Exprimer $h(x)$ en fonction de x.
2. Quelle est l'image de $\dfrac{1}{3}$ par la fonction h ?
3. Donner le ou les antécédents de 9 par la fonction h.

Tracer la représentation graphique d'une fonction

Savoir-faire p. 125

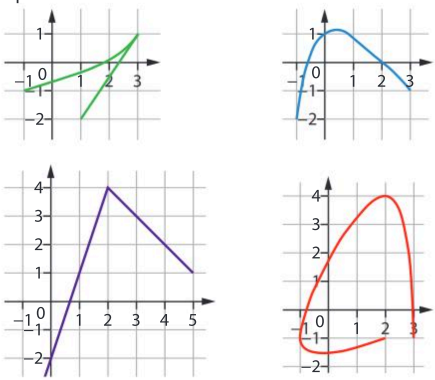
Questions flash

diapo

26 La fonction g est définie par $g(x) = \dfrac{4}{x}$.

• Le point A de coordonnées (4 ; 1) et le point B de coordonnées (1 ; 0) appartiennent-ils à la représentation graphique de g ?

27 Parmi les courbes suivantes, lesquelles peuvent représenter des fonctions ?



28 La fonction f est définie par $f(x) = 5 - x^2$ pour des valeurs de x comprises entre –3 et 3.

1. Recopier et compléter le tableau suivant.

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
$f(x)$							

2. Tracer la courbe représentative de f dans un repère.

29 La fonction h est définie par $h(x) = 2 + \frac{x}{2}$ pour des valeurs de x comprises entre –1 et 1.

- Tracer la courbe représentative de h .

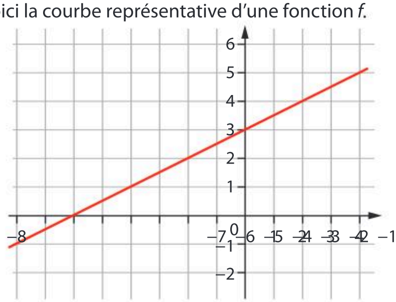
Exploiter la représentation graphique d'une fonction

Savoir-faire p. 125

Questions flash

diapo

30 Voici la courbe représentative d'une fonction f.

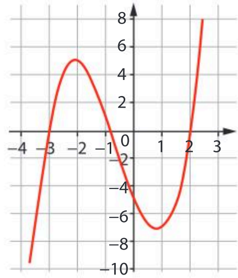


1. Donner l'image de 2 par la fonction f.

2. Donner un antécédent de 0 par la fonction f.

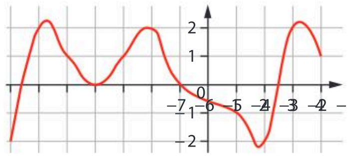
3. Donner la valeur de $f(0)$; $f(-2)$; $f(-6)$.

31 Voici la courbe représentative d'une fonction g.



- Est-il vrai que $g(-3) = g(2)$?

32 Voici la courbe d'une fonction f définie pour des valeurs de x comprises entre –7 et 4.



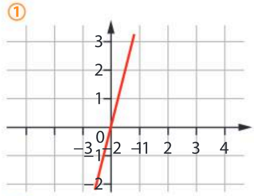
Déterminer graphiquement, quand c'est possible :

a. l'image de –1 ;
b. un antécédent de 2 ;
c. $f(-6)$;
d. des antécédents de 1 ;
e. un nombre qui a pour image 3 ;
f. un nombre qui a pour antécédent 2 ;
g. une solution de l'équation $f(x) = 0$.

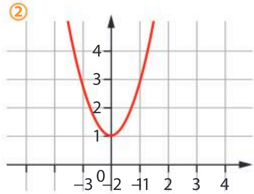
33 Voici trois courbes et trois expressions de fonctions.

- Relier chaque courbe à l'expression qui convient.

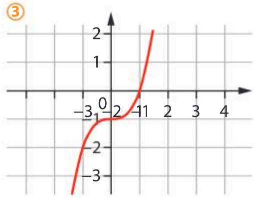
①



②



③



a. $f(x) = x^2 + 1$
b. $g(x) = x^3 - 1$
c. $h(x) = 4x$

Faire le point

Vérifie tes connaissances.

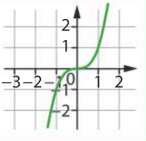
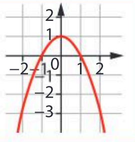
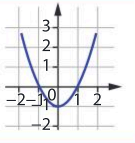
QCM

Donner la seule réponse correcte parmi les trois proposées.

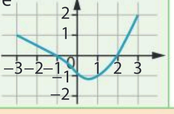
1 Déterminer des images et des antécédents

<table>
<tr><th></th><th>Réponse A</th><th>Réponse B</th><th>Réponse C</th></tr>
<tr><td>1. Si $f(x) = -x^2 + 4$, alors $f(-1)$ est égal à :</td><td>4</td><td>3</td><td>5</td></tr>
<tr><td>2. $g(5) = -1$, alors :</td><td>–1 a pour image 5 par g.</td><td>–1 est un antécédent de 5 par g.</td><td>5 est un antécédent de –1 par g.</td></tr>
<tr><td>3. Si $h(x) = -2x + 5$, l'antécédent de 0 par h est :</td><td>$\frac{5}{2}$</td><td>5</td><td>$-\frac{5}{2}$</td></tr>
<tr><td>4. Voici un tableau de valeurs.
<table>
<tr><td>x</td><td>–1</td><td>0</td><td>2</td></tr>
<tr><td>$k(x)$</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>0</td><td>2</td></tr>
</table>
Quelle fonction peut lui correspondre ?</td><td>$k : x \mapsto \frac{x^2}{2}$</td><td>$k : x \mapsto 1 - x^2$</td><td>$k : x \mapsto x$</td></tr>
</table>

2 Tracer la représentation graphique d'une fonction

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
Soit g la fonction définie par $g(x) = x^2 - 1$. Laquelle de ces trois courbes représente la fonction g ?			

3 Exploiter la représentation graphique d'une fonction

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
Voici la courbe représentative d'une fonction f. Quelle proposition est correcte ? 	L'image de –1 par f est 1.	–3 est un antécédent de 1 par f.	0 a deux images par f.

Pour t'aider à retenir le cours.*

Carte mentale

Reproduire et compléter cette carte mentale.

Pour calculer l'**image** d'un **nombre** x, il faut ….
Pour calculer le ou les **antécédent(s)** d'un **nombre** y, il faut ….

Pour lire l'**image** d'un **nombre** x, il faut ….
Pour lire le ou les **antécédent(s)** d'un **nombre** y, il faut ….

Fonctions

Formule

$f(x) = x^2 - 4x + 3$

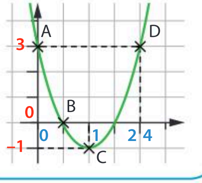
Exemple : $f(2) = 2^2 - 4 \times 2 + 3$
$= -1$

Donc C(2 ; –1) appartient à ….

Tableau de valeurs

x	0	1	2	4	…
$f(x)$	3	0	–1	3	…
point	A	B	C	D	…

Courbe



*Tu peux aussi construire ta propre carte mentale.

Algorithmique et outils numériques

34 Calcul d'image

Slimane a rédigé le script ci-dessous pour calculer l'image de n'importe quel nombre par une fonction f.

```
quand [drapeau] cliqué
demander x ? et attendre
mettre x à réponse
dire (x + 1/x) pendant 2 secondes
```

1. Écrire la formule de $f(x)$ en fonction de x.

2. Peut-on calculer l'image de n'importe quel nombre x ? Pourquoi ?

35 Tableau de valeurs

Marion a écrit le script suivant.

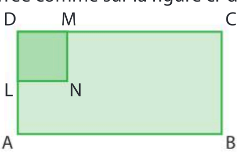
```
quand [drapeau] cliqué
mettre x à 0
répéter jusqu'à x = 10
    dire ((x − 1) * (x + 1) + 1) pendant 2 secondes
    ajouter à x 1
```

1. Expliquer ce que fait ce script à l'aide d'une fonction f que l'on précisera.

2. Écrire dans un tableau les valeurs affichées. Peut-on simplifier l'expression de $f(x)$?

36 Carré dans rectangle

Raoul et Alberta ont un jardin qui a une forme rectangulaire de 6 m sur 3 m. Raoul veut y faire un potager de forme carrée comme sur la figure ci-dessous.



1. On appelle x la longueur DM. Conjecturer les réponses aux questions suivantes.

a. Comment varie l'aire $\mathcal{A}_C$ du carré MNLD quand x augmente ?

b. Comment varie l'aire $\mathcal{A}_H$ de l'hexagone ABCMNL quand x augmente ?

c. Comment varie le périmètre $\mathcal{P}_C$ du carré MNLD quand x augmente ?

d. Comment varie le périmètre $\mathcal{P}_H$ de l'hexagone ABCMNL quand x augmente ?

2. a. Réaliser une figure avec un logiciel de géométrie dynamique de manière à pouvoir déplacer le point M sur le segment [DC].

b. Faire afficher les valeurs de $\mathcal{A}_C$, $\mathcal{A}_H$, $\mathcal{P}_C$ et $\mathcal{P}_H$. Les conjectures du **1.** semblent-elles cohérentes ?

3. Alberta demande à son mari de lui laisser les trois quarts du jardin pour une pelouse. Proposer une solution.

37 Salle de spectacle

Le directeur d'une salle de spectacle de 8 000 places organise un concert. Il souhaite fixer le prix du billet pour gagner le plus d'argent possible (recette maximale). Une étude de marché lui apprend que :

- si le prix du billet est de 50 €, il en vend 3 000 ;
- chaque baisse de 0,60 € sur le prix du billet lui permet de vendre 100 billets supplémentaires.

Il souhaite déterminer le prix du billet afin que la recette soit maximale. Pour cela, il s'aide de la feuille de calcul ci-dessous.

	A	B	C	D
1	Nombre de baisses	Prix du billet	Nombre de billets vendus	Recette
2	0	50	3 000	150 000
3	1	49,40	3 100	153 140
4	2	48,80	3 200	156 160
5	3	48,20	3 300	159 060
6	4	47,60	3 400	161 840
7	5	47,00	3 500	164 500
8	6	46,40	3 600	167 040
9	7	45,80	3 700	169 460

1. Quelle formule a-t-il entrée dans la cellule D2 pour obtenir ces résultats par recopie vers le bas ?

2. Quelle formule a-t- il entrée dans la cellule B3 pour obtenir ces résultats par recopie vers le bas ?

3. Quelle formule a-t-il entrée dans la cellule C3 pour obtenir ces résultats par recopie vers le bas ?

4. Réaliser cette feuille de calcul dans un tableur et apporter une réponse au problème posé.

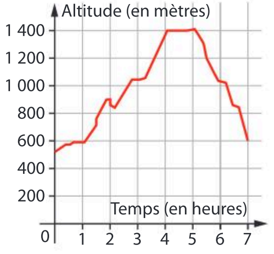
Problèmes

Pour mieux cibler les compétences			
Chercher	50 54	Raisonner	41 47
Modéliser	39 46	Calculer	44 45
Représenter	43 48	Communiquer	40 49

38 La rando

EPS

Cette courbe représente l'altitude d'un randonneur en fonction du temps.

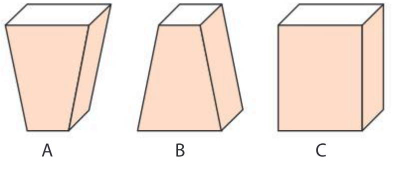


1. Combien de temps dure la randonnée ?
2. À quelle altitude se trouve le randonneur au bout de trois heures de randonnée ?
3. Existe-t-il des moments pendant lesquels le randonneur se trouve aux altitudes suivantes :
   a. 1 000 m   b. 200 m   c. 1 400 m

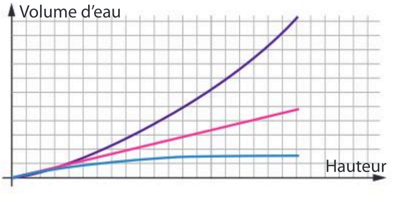
   Si oui, lesquels ?

39 Ça monte !

On verse de l'eau dans chacun de ces récipients.



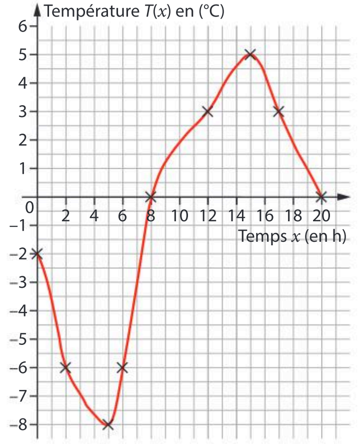
On a représenté ci-dessous, pour chaque récipient, le volume d'eau en fonction de la hauteur d'eau versée.



- Associer chaque récipient à la courbe correspondante.

40 Relever la température

À l'aide de sa station météo, Jessie a enregistré la température $T(x)$ en fonction du temps x entre minuit et 20 heures le 9 février 2015.
La fonction T est représentée ci-après.



1. Quelle était la température à midi ce jour-là ?
2. Lire graphiquement $T(17)$.
   Que représente cette valeur ?
3. Résoudre graphiquement l'équation $T(x) = 0$.
   Que représentent la ou les solutions trouvées ?
4. Résoudre graphiquement l'inéquation $T(x) \geqslant 3$.
   Que représentent la ou les solutions trouvées ?
5. Donner l'image de 0 par la fonction T.
   Que représente cette valeur ?
6. Donner le ou les antécédents de −6 par la fonction T.
   Que représentent ces valeurs ?
7. Quand la température était-elle positive ce jour-là ?

41 Croissance du lichen

SVT CIT

Une des conséquences du réchauffement de notre planète est la fonte de certains glaciers. Douze ans après la disparition de la glace, de minuscules plantes, appelées lichens, font leur apparition sur les rochers. Au fil de leur croissance, les lichens se développent sous la forme d'un cercle.

La relation entre le diamètre de ce cercle et l'âge du lichen peut être calculée de manière approximative par la formule $d(t) = 7 \times \sqrt{t - 12}$ pour $t \geqslant 12$, où $d(t)$ est le diamètre du lichen en millimètres t années après la disparition de la glace.

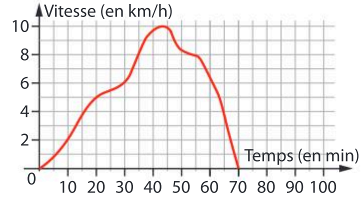
1. En utilisant la formule, calculer le diamètre du lichen 16 ans après la disparition de la glace.
2. Anne a mesuré le diamètre d'un lichen et a trouvé 42 millimètres.
   Depuis combien d'années la glace a-t-elle disparu à cet endroit précis ?

D'après PISA.

42 Footing matinal

EPS

David fait un footing tous les matins. Le GPS de son téléphone qui enregistre sa vitesse à tout moment lui a tracé la courbe ci-dessous.



1. Le GPS a-t-il représenté la vitesse en fonction du temps ou le temps en fonction de la vitesse ?
2. Quelle est la vitesse de David au bout de 15 minutes ? De 65 minutes ?
3. À quel(s) moment(s) la vitesse de David est-elle égale à 10 km/h ? 6 km/h ? 12 km/h ?
4. Recopier et compléter le tableau suivant.

Temps (en min)	0	15		50	70
Vitesse (en km/h)			10		

43 A tank

LV

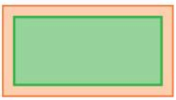
An oil tank has the shape of a cube.

1. Write a formula that gives the volume $V(x)$ (in m^3) of the tank in terms of its side x (in metres).
2. Copy and complete the table below to show the values of $V(x)$ for the given values of x.

x	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
$V(x)$	0						

3. Draw the graph of function V.
4. The volume of the tank has to be 10 m^3.
   Use the graph to find what value of x will approximately give the right volume.

44 Jardin d'agrément



Un terrain rectangulaire de 30 m par 16 m est composé d'une allée de largeur constante x qui en fait le tour et, au centre, d'une partie végétalisée.

1. Exprimer l'aire $\mathscr{A}(x)$ de la partie végétalisée en fonction de x.
2. Calculer $\mathscr{A}(2)$ et interpréter concrètement ce résultat.

45 Repas de groupe

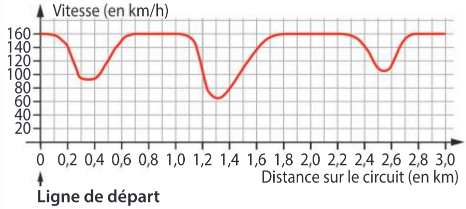
Un groupe de cent personnes vont ensemble au restaurant. Elles ont le choix entre deux formules : une à 20 € et une autre à 25 €.

1. On appelle x le nombre de personnes choisissant le menu à 20 €. Exprimer le montant de l'addition $A(x)$ en fonction de x.
2. Le montant de l'addition est de 2 185 €.
   Combien de personnes ont choisi le menu à 20 € ?

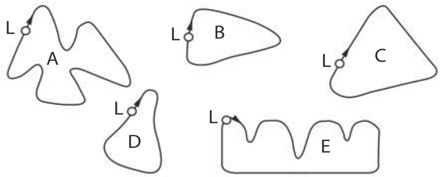
46 Circuit de voitures

PC

Ce graphique représente les variations de vitesse d'une voiture de course sur un circuit plat de 3 km au cours du deuxième tour.



1. À quelle distance approximative de la ligne de départ se situe le début de la plus longue ligne droite du circuit ?
2. Où a-t-on enregistré la vitesse la plus basse au cours du deuxième tour ?
3. Voici le tracé de cinq circuits dans lesquels L symbolise la ligne de départ.



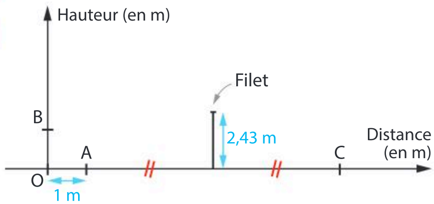
Sur lequel de ces circuits la voiture roulait-elle lors de l'enregistrement du graphique de vitesse présenté au début de l'exercice ?

D'après PISA.

47 Volleyball

EPS

Un joueur de volleyball s'entraine au service.
On a représenté la situation dans le repère ci-dessous.



La longueur du terrain est représentée par le segment [AC] qui mesure 18 m. Le joueur est représenté par le segment [OB]. Le ballon part du point B situé sur l'axe des ordonnées.
On a modélisé la trajectoire du ballon après sa frappe : la fonction h donne la hauteur $h(x)$ (en mètres) du ballon avant qu'il ne retombe au sol en fonction de son abscisse x (en mètres). Elle est définie par :

$$h(x) = -0{,}05x^2 + 0{,}6x + 2.$$

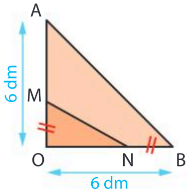
1. À l'aide de la fonction h, calculer la hauteur OB du ballon au départ de sa trajectoire.
2. Montrer que le ballon passe au-dessus du filet.
3. Le ballon retombe-t-il ensuite au sol à l'intérieur de la partie adverse du terrain, c'est-à-dire avant le point C ?

Problèmes

48 Menuiserie

TECH

Un menuisier dispose d'une pièce de bois en forme de triangle rectangle isocèle de côté 6 dm (OAB sur la figure). Il doit la scier pour obtenir deux pièces comme indiqué sur la figure. Le triangle OMN doit avoir une aire de 3 dm^2 et les longueurs OM et NB doivent être égales. Il veut savoir où placer les points M et N pour faire la découpe.



1. Test avec des valeurs entières de OM

Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant.

Longueur OM	0	1	2	3	4	5	6
Longueur ON		5					
Aire de OMN		2,5					

A-t-on déjà trouvé une solution au problème posé ? Peut-on proposer une conjecture ?

2. Exploitation du problème au tableur

On a rempli la feuille de calcul ci-dessous.

a. Quelle formule a-t-on écrit dans la cellule B2 ? dans la cellule C2 ?

b. En recopiant les formules vers le bas, on obtient :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	OM	ON	Aire (OMN)		OM	ON	Aire (OMN)		OM	ON	Aire (OMN)
2	0										
3	0.1	5.9	0.295		2.1	3.9	4.095		4.1	1.9	3.895
4	0.2	5.8	0.58		2.2	3.8	4.18		4.2	1.8	3.78
5	0.3	5.7	0.855		2.3	3.7	4.255		4.3	1.7	3.655
6	0.4	5.6	1.12		2.4	3.6	4.32		4.4	1.6	3.52
7	0.5	5.5	1.375		2.5	3.5	4.375		4.5	1.5	3.375
8	0.6	5.4	1.62		2.6	3.4	4.42		4.6	1.4	3.22
9	0.7	5.3	1.855		2.7	3.3	4.455		4.7	1.3	3.055
10	0.8	5.2	2.08		2.8	3.2	4.48		4.8	1.2	2.88
11	0.9	5.1	2.295		2.9	3.1	4.495		4.9	1.1	2.695
12	1				3				5		
13	1.1	4.9	2.695		3.1	2.9	4.495		5.1	0.9	2.295
14	1.2	4.8	2.88		3.2	2.8	4.48		5.2	0.8	2.08
15	1.3	4.7	3.055		3.3	2.7	4.455		5.3	0.7	1.855
16	1.4	4.6	3.22		3.4	2.6	4.42		5.4	0.6	1.62
17	1.5	4.5	3.375		3.5	2.5	4.375		5.5	0.5	1.375
18	1.6	4.4	3.52		3.6	2.4	4.32		5.6	0.4	1.12
19	1.7	4.3	3.655		3.7	2.3	4.255		5.7	0.3	0.855
20	1.8	4.2	3.78		3.8	2.2	4.18		5.8	0.2	0.58
21	1.9	4.1	3.895		3.9	2.1	4.095		5.9	0.1	0.295
22	2				4				6		

Peut-on faire maintenant une autre conjecture ?

3. À l'aide d'une fonction

On pose $x = \text{OM}$ et on note $\mathscr{A}$ la fonction qui à x (en dm) associe l'aire du triangle OMN (en dm^2).

a. Quelles sont les valeurs que peut prendre x ?

b. Exprimer la longueur ON en fonction de x.

c. Exprimer l'aire $\mathscr{A}(x)$ en fonction de x.

d. Tracer le graphique de la fonction $\mathscr{A}$.
Prendre comme échelle : 2 cm pour une unité sur l'axe des abscisses et 2 cm pour une unité sur l'axe des ordonnées.

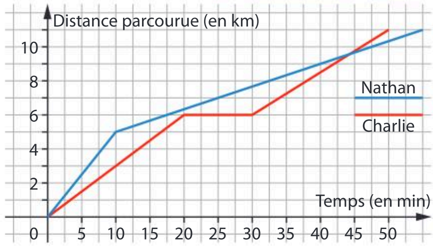
e. Mettre la solution au problème posé en évidence sur le graphique en traçant des pointillés.

49 Course cycliste

Prise d'initiative

EPS

Nathan et Charlie ont participé à une course cycliste. Le départ avait lieu au collège et l'arrivée à la mairie. Les courbes ci-dessous illustrent leur course.



À partir de ces données, trouver :

a. la distance parcourue pendant cette course ;

b. qui est parti le plus vite au départ ;

c. qui s'est arrêté un peu au niveau de l'église ;

d. la distance entre le collège et l'église ;

e. qui était en tête au bout d'une demi-heure ;

f. qui a doublé qui et à quel(s) moment(s) ;

g. qui est arrivé le premier.

50 Réservoir d'eau

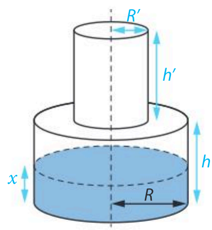
Prise d'initiative

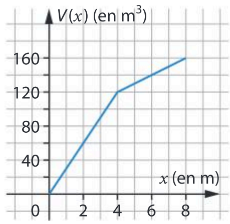
PC

Une cuve d'une hauteur totale de 8 mètres est formée d'un cylindre de rayon R et de hauteur h, surmonté d'un second cylindre de rayon R' et de hauteur h'.

On note x la hauteur d'eau (en mètres) depuis la base.

On a représenté ci-dessous le volume d'eau $V(x)$ (en mètres cube) dans la cuve en fonction de la hauteur d'eau.





- Retrouver les hauteurs, volumes et rayons des deux cylindres, au centième près.

51 Une courbe pour deux problèmes

Prise d'initiative

1. Représenter la fonction $x \mapsto x^3$ pour des valeurs de x comprises entre 0 et 2.

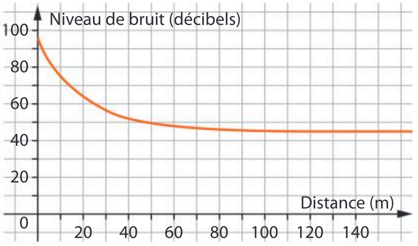
2. Déterminer les dimensions d'un cube de volume 5 cm^3.

3. Déterminer le rayon d'une boule de volume 3 litres.

Brevet

52 Beaucoup de bruit pour rien

Le graphique ci-dessous donne le niveau de bruit (en décibels) d'une tondeuse à gazon en marche, en fonction de la distance (en mètres) entre la tondeuse et l'endroit où s'effectue la mesure.



En utilisant ce graphique, répondre aux deux questions suivantes. *Aucune justification n'est attendue.*

1. Quel est le niveau de bruit à une distance de 100 mètres de la tondeuse ?

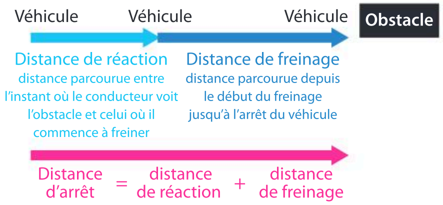
2. À quelle distance de la tondeuse se trouve-t-on quand le niveau de bruit est égal à 60 décibels ?

D'après DNB Polynésie 2015.

53 Freinage

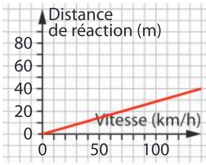
CIT

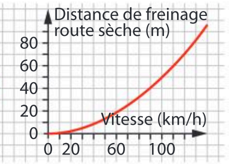
La distance parcourue par un véhicule entre le moment où le conducteur voit un obstacle et l'arrêt complet du véhicule est schématisée ci-dessous.



1. Un scooter roulant à 45 km/h freine en urgence pour éviter un obstacle. À cette vitesse, la distance de réaction est égale à 12,5 m et la distance de freinage à 10 m. Quelle est la distance d'arrêt ?

2. Les deux graphiques ci-dessous représentent, dans des conditions normales et sur route sèche, la distance de réaction et la distance de freinage en fonction de la vitesse du véhicule.





En utilisant ces graphiques, répondre aux questions suivantes.

a. La distance de réaction est de 15 m. À quelle vitesse roule-t-on ? *Aucune justification n'est attendue.*

b. La distance de freinage du conducteur est-elle proportionnelle à la vitesse de son véhicule ?

c. Déterminer la distance d'arrêt pour une voiture roulant à 90 km/h.

3. La distance de freinage en mètres d'un véhicule sur route mouillée peut se calculer à l'aide de la formule suivante, où v est la vitesse en km/h du véhicule.

$$\text{Distance de freinage sur route mouillée} = \frac{v^2}{152{,}4}.$$

Calculer, au mètre près, la distance de freinage sur route mouillée à 110 km/h.

D'après DNB Métropole – Antilles-Guyane, 2015.

54 En musique

Une corde de guitare est soumise à une tension T, exprimée en Newton (N), qui permet d'obtenir un son quand la corde est pincée.

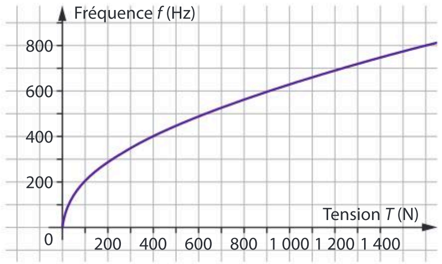
Ce son plus ou moins aigu est caractérisé par une fréquence f exprimée en Hertz (Hz). La fonction qui, à une tension T, associe sa fréquence est définie par $f(T) = 20\sqrt{T}$.

Tableau des fréquences (en Hertz) de différentes notes de musique

Notes	Do2	Ré2	Mi2	Fa2	Sol2	La2	Si2
Fréquences	132	148,5	165	176	198	220	247,5
Notes	Do3	Ré3	Mi3	Fa3	Sol3	La3	Si3
Fréquences	264	297	330	352	396	440	495

1. À l'aide de la calculatrice, dresser un tableau de valeurs de la fonction f pour des valeurs de T entre 0 et 1 600.

2. On donne ci-dessous la représentation graphique de cette fonction. Déterminer graphiquement une valeur approchée de la tension à appliquer sur la corde pour obtenir un « La3 ».



3. Déterminer par le calcul la note obtenue si on pince la corde avec une tension de 220 N environ.

4. La corde casse lorsque la tension est supérieure à 900 N. Quelle fréquence maximale peut-elle émettre avant de casser ?

D'après DNB Asie, 2014.

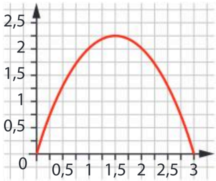
Travailler autrement

Utilisable en AP

À chacun sa méthode !

Deux énoncés pour un exercice

Exercice 1



À l'instant initial $t = 0$, une machine lance vers le ciel une balle de tennis. La courbe ci-contre donne la hauteur de la balle en mètres pour un instant t compris entre 0 et 3 secondes.

1. Sur ce graphique, a-t-on représenté la hauteur en fonction du temps ou le temps en fonction de la hauteur ?
2. Lire graphiquement :
   a. la hauteur de la balle à l'instant $t = 2{,}5$;
   b. au bout de combien de temps la balle retombe ;
   c. la hauteur maximale de la balle et l'instant où la balle atteint cette hauteur maximale ;
   d. les instants où la balle est à une hauteur de 2 mètres.

Exercice 2

Voici un programme de calcul présenté sous la forme d'un schéma.

$$x \xrightarrow[10]{\text{soustraire}} \ldots \xrightarrow[\text{au carré}]{\text{mettre}} \ldots \xrightarrow[\text{le carré du nombre de départ}]{\text{enlever}} \ldots$$

1. Faire fonctionner ce programme de calcul avec $x = 5$ puis avec $x = -2$
2. Recopier ce schéma et le compléter.
3. Simplifier l'expression obtenue et faire un schéma d'un autre programme de calcul qui donne le même résultat que le premier.
4. Si le résultat trouvé par ce programme est 20, quel était le nombre de départ ?

Exercice 1

À l'instant initial $t = 0$, une machine lance vers le ciel une balle de tennis. La fonction h, qui donne la hauteur de la balle en mètres pour un instant t compris entre 0 et 4 secondes, est définie par $h(t) = -t^2 + 4t$.

1. Calculer la hauteur de la balle au bout de 2,5 secondes.
2. Tracer la courbe représentative de la fonction h.
3. Lire graphiquement :
   a. la hauteur maximale de la balle et l'instant où la balle atteint cette hauteur maximale ;
   b. les instants où la balle est à une hauteur de 2 mètres ;
   c. la distance à laquelle la balle retombe sur le sol.

Exercice 2

Voici un programme de calcul.

> Choisir un nombre.
> Lui soustraire 10.
> Élever le résultat au carré.
> Soustraire au résultat le carré du nombre de départ.

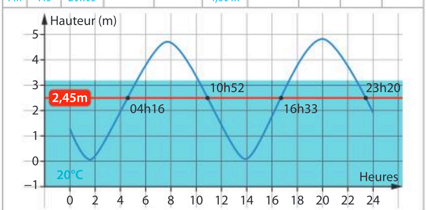
1. Faire fonctionner ce programme de calcul avec $\frac{1}{3}$ puis avec $-\frac{4}{5}$.
2. Le résultat de ce programme est l'image d'un nombre par une fonction f.
   Donner une expression de $f(x)$ en fonction de x.
3. Si le résultat trouvé par ce programme est –5, quel était le nombre de départ ?

Écriture d'un énoncé

Un marégramme est un graphique qui donne la hauteur d'eau de la mer en fonction du temps. En voici un exemple.

Mercredi 30 septembre 2015 — Arcachon (jetée d'Eyrac)

	Coeff.	Heure	Durée de la marée	heure de marée	Hauteur	Marnage	1/12	1/4	1/2
BM		01h38			0,10 m				
PM	116	07h41	06h03	01h00	4,70 m	4,60 m	0,38 m	1,15 m	2,30 m
BM		13h57	06h16	01h02	0,10 m	4,60 m	0,38 m	1,15 m	2,30 m
PM	113	20h03	06h06	01h01	4,80 m	4,70 m	0,39 m	1,18 m	2,35 m



1. Yaëlle pratique régulièrement le cerf-volant près de la jetée d'Eyrac. Elle a constaté que cette activité est possible lorsque la hauteur d'eau est inférieure à 2,45 m. Dans quelle plage horaire aurait-elle pu pratiquer cette activité le 30 septembre 2015 ?
2. Julien avait organisé une sortie en bateau au départ d'Arcachon ce jour-là. Il est parti à 7 h 40. À cause des courants, il ne peut rentrer dans le port que lorsque la marée est montante. Que peut-on dire de la durée de sa sortie en mer ce jour-là ?
3. Écrire deux autres questions en lien avec ce marégramme. Échanger les questions avec son binôme et lui demander d'y répondre.

CHAPITRE 8

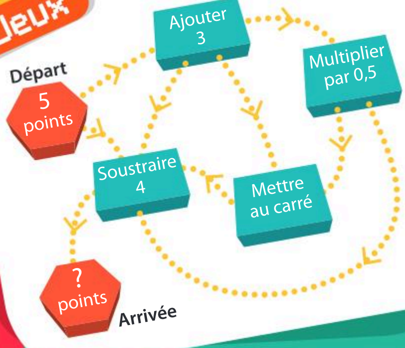
Ta mission

Apprendre à utiliser des fonctions particulières : les fonctions affines.

Fonctions affines

Jeux

- Quel chemin prendre pour arriver avec le maximum de points ?



INFOS

Des études utilisant les fonctions sont faites en permanence, par exemple sur l'évolution de la taille des personnes au cours du temps. Cela permet en particulier aux industriels d'adapter leurs produits. La taille 38 actuelle de nos vêtements est ainsi beaucoup plus large aujourd'hui que la taille 38 fixée comme standard dans les années 1970 (7 cm au niveau des hanches et 10 cm au niveau de la taille).

Activités

Questions flash

diapo

Prêt ?

1. On appelle f la fonction : $x \mapsto 3x$.
   a. Quelle est l'image de –2 par la fonction f ?
   b. Donner un antécédent de 12 par la fonction f.
2. Parmi les tableaux suivants, lesquels sont des tableaux de proportionnalité ?

a.

2	5
8	19

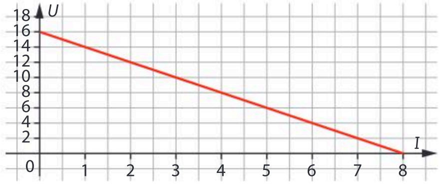
b.

0,5	2	6
3	12	36

c.

–1	0	2
4	0	–8

3. Dans un repère, le point A de coordonnées (–2 ; 1) appartient-il à la représentation graphique de la fonction g définie par $g(x) = 2x + 5$?
4. Dans un circuit électrique, on a représenté la tension électrique U (en volts) aux bornes d'un générateur en fonction de l'intensité I (en ampères).



   a. Quelle est la tension U si l'intensité I vaut 5 ampères ?
   b. Quelle est l'intensité I si la tension U vaut 12 volts ?

Partez !

Kilou-presque-tout — Activité 1

Une entreprise loue des aspirateurs industriels pour le nettoyage de surfaces importantes. Lorsqu'un client loue ce matériel, il doit payer :

- 4 € par heure de location ;
- 10 € de frais fixes.

1. Combien coute une location de 6 h ?
2. L'entreprise souhaite afficher les tarifs. Recopier et compléter le tableau suivant.

Nombre d'heures de location x	1	2	5	10	15
Prix payé $P(x)$ (en euros)					

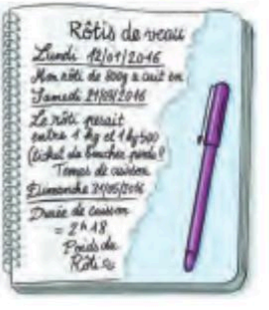
3. Exprimer $P(x)$ en fonction de x.
4. Représenter graphiquement la fonction P. Que remarque-t-on ?
5. Calculer $P(0)$. À quoi correspond cette valeur ?
6. Combien le client paie-t-il en supplément à chaque heure supplémentaire de location ? Comment retrouver cette valeur sur le graphique ?

Rôti de veau — Activité 2

La grand-mère de Léa fait d'excellents rôtis de veau : elle achète de la bonne viande et a un secret concernant la cuisson. Elle applique la technique suivante :

- elle pèse le rôti et note sa masse en kilogrammes ;
- elle multiplie cette masse par 45 ;
- elle ajoute 30 ;
- elle obtient ainsi le temps de cuisson du rôti en minutes.

Malheureusement, Léa a déchiré en partie le carnet de sa grand-mère, comme le montre le document ci-contre.

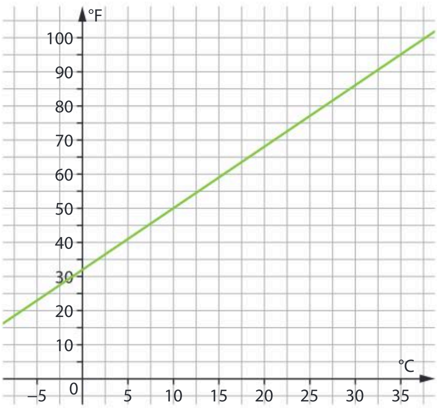


1. Comment aider la grand-mère de Léa à retrouver les informations manquantes ?
2. La maman de Léa souhaite également utiliser cette recette mais sans refaire les calculs à chaque fois. Proposer un graphique à la maman de Léa.

Différents degrés... Activité 3

Si la plupart des pays utilisent le degré Celsius (°C) pour mesurer les températures, les pays anglo-saxons font usage des degrés Fahrenheit (°F).
Pour avoir la correspondance entre ces deux unités, on a représenté ci-contre la température en °F en fonction de la température en °C.

1. Il fait 86 °F aujourd'hui à New York. Fait-il chaud ?
2. Justifier que la glace fond à partir de 32 °F.
3. D'après ce graphique, si la température en °C augmente de 10, que peut-on dire de la température en °F ?
4. On note x la température en °C et $f(x)$ celle en °F. Exprimer $f(x)$ en fonction de x.
5. Quelle est la température d'ébullition de l'eau en °F ?
6. Un malade doit-il s'inquiéter s'il a une température de 104 °F ?



La piscine Activité 4

Benoît veut remplir sa piscine avec un tuyau d'arrosage et voudrait savoir combien de temps cela va lui prendre. Pour cela, il remplit des bouteilles de 1,5 L et note le temps écoulé. Voici ses résultats :

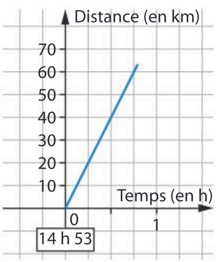
Temps (en secondes)	12	24	48
Nombre de bouteilles	1	2	4

1. Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité ? Pourquoi ?
2. Calculer le débit du tuyau d'arrosage en litres par minute.
3. On note $V(t)$ le nombre de litres d'eau qui s'écoulent en t minutes.
   a. Montrer que la fonction V est affine et donner ses coefficients.
   b. Représenter graphiquement la fonction V.
4. En combien de temps Benoît remplira-t-il sa piscine qui mesure 8 m de long, 4 m de large et 1,5 m de profondeur ?

Poids lourd Activité 5 Prise d'initiative

Patrick, chauffeur de poids lourd, conduit sur l'autoroute.
À 14 h 53, il commence à enregistrer la distance parcourue par son camion en fonction du temps. Il lui reste alors 148 km à parcourir avant d'atteindre la sortie d'autoroute où il doit livrer son chargement.
La représentation graphique du début de cet enregistrement est donnée ci-contre.

- S'il maintient ce rythme, à quelle heure atteindra-t-il la sortie d'autoroute ?



Cours

1 Reconnaitre et utiliser une fonction affine Vidéo

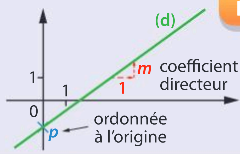
Définition

m et p désignent deux nombres.
Une **fonction affine** est une fonction qui, à tout nombre x, associe le nombre $mx + p$.
Si on désigne par f cette fonction, on peut noter $f : x \mapsto mx + p$ ou $f(x) = mx + p$.

Exemple La fonction $f : x \mapsto 2x - 1$ est une fonction affine car $f(x) = mx + p$ avec $m = 2$ et $p = -1$.

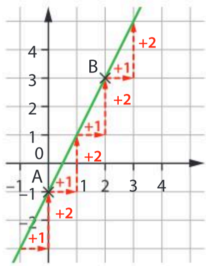
Propriété

La représentation graphique d'une fonction affine est une droite (d).
Le nombre m est appelé **coefficient directeur** ou pente de la droite (d).
Le nombre p est appelé **ordonnée à l'origine** de la droite (d).



Exemple La fonction $f : x \mapsto 2x - 1$ est représentée ci-contre.
La représentation graphique d'une fonction affine est une droite, il suffit donc d'en déterminer deux points. On choisit pour cela deux valeurs de x et on calcule leurs images.

x	0	2
$f(x)$	–1	3
Nom du point	A	B



2 Déterminer les coefficients d'une fonction affine Vidéo

Propriété

m et p désignent deux nombres, f désigne la fonction affine $f : x \mapsto mx + p$.
Les accroissements de x et de $f(x)$ sont proportionnels. Le coefficient de proportionnalité est m.
Quels que soient les nombres x_1 et x_2, $f(x_2) - f(x_1) = m\,(x_2 - x_1)$.

! Si $x_1 \neq x_2$, alors $m = \dfrac{f(x_2) < f(x_1)}{x_2 < x_1}$.

Cette égalité permet de déterminer le coefficient m si on connait les images de deux nombres x_1 et x_2.

Exemple On veut déterminer les coefficients de la fonction affine f telle que $f(2) = 4$ et $f(4) = 10$.
f est affine donc $f(x) = mx + p$ avec :

$$m = \frac{f(4) - f(2)}{4 - 2} = \frac{10 - 4}{4 - 2} = \frac{6}{2} = 3$$

Donc $f(x) = 3x + p$.
Il reste à déterminer la valeur de p.

Comme $f(2) = 4$, on a $3 \times 2 + p = 4$.
En résolvant cette équation, on trouve $p = -2$.
On a finalement $f(x) = 3x - 2$.

$m = \dfrac{\text{différence des ordonnées}}{\text{différence des abscisses}}$

Savoir-faire

Apprends à l'aide des exercices résolus puis entraine-toi !

1 Reconnaitre et utiliser une fonction affine

1 Montrer que les fonctions suivantes sont des fonctions affines.

a. $f(x) = -3x + 6$ **b.** $g(x) = \dfrac{2x+5}{3}$
c. $h(x) = 4$

Solution

a. $f(x) = mx + p$ avec $m = -3$ et $p = 6$. Donc f est une fonction affine.

b. $g(x) = \dfrac{2x+5}{3} = \dfrac{2}{3}x + \dfrac{5}{3} = mx + p$ avec $m = \dfrac{2}{3}$ et $p = \dfrac{5}{3}$. Donc g est une fonction affine.

c. $h(x) = 0x + 4 = mx + p$ avec $m = 0$ et $p = 4$. Donc h est une fonction affine.

La fonction h est aussi une fonction constante.

2 Parmi les courbes tracées dans le repère ci-dessous, lesquelles ne représentent pas des fonctions affines ?

Solution

Les fonctions affines étant représentées par des droites, il faut éliminer toutes les courbes qui ne sont pas des droites : la noire et la violette.

3 Montrer que les fonctions suivantes sont des fonctions affines.

a. $f(x) = -2 - 5x$ **b.** $g(x) = -x$ **c.** $h(x) = \dfrac{5x+2}{7}$ **d.** $i(x) = -\dfrac{x}{2}$

2 Déterminer les coefficients d'une fonction affine

4 g est une fonction affine telle que $g(-1) = 9$ et $g(2) = 0$. Déterminer une expression de $g(x)$.

Solution

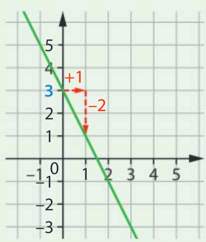
g est une fonction affine donc $g(x) = mx + p$ avec :

$$m = \frac{g(2) - g(-1)}{2 - (-1)} = \frac{0-9}{2+1} = \frac{-9}{3} = -3.$$

Donc $g(x) = -3x + p$.
Il reste à déterminer la valeur de p.
Comme $g(2) = 0$, on a $-3 \times 2 + p = 0$.
Donc $-6 + p = 0$ ainsi $p = 6$.
On a finalement $g(x) = -3\,x + 6$.

5 Une fonction h est représentée ci-dessous. Par lecture graphique, déterminer une expression de $h(x)$.

Solution



C'est une droite donc h est une fonction affine. On lit graphiquement l'ordonnée à l'origine : $p = 3$.

Lorsqu'on « avance de 1 en abscisse », on « descend de 2 en ordonnée », donc $m = -2$. D'où $h(x) = -2x + 3$.

6 f est une fonction affine telle que $f(0) = -2$ et $f(4) = 10$. Déterminer une expression de $f(x)$.

Cours

3 Reconnaitre et utiliser une fonction linéaire Vidéo

Définition

m désigne un nombre.
La **fonction linéaire** de coefficient m est la fonction qui, à tout nombre x, associe le nombre mx, c'est-à-dire le produit de m par x.
Si on désigne par f cette fonction, on peut noter $f : x \mapsto mx$ ou $f(x) = mx$.

Une fonction linéaire est un cas particulier de fonction affine (cas où $p = 0$).

Exemple

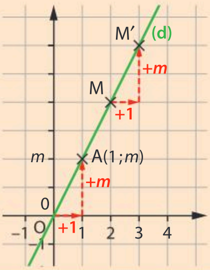
La fonction linéaire de coefficient 5 est la fonction $f : x \mapsto 5x$.
L'image d'un nombre x par cette fonction est $5x$, c'est-à-dire $f(x) = 5x$.

Propriété

La **représentation graphique d'une fonction linéaire** de coefficient m est une droite (d) passant par l'origine du repère. Le nombre m est le **coefficient directeur** ou la pente de la droite (d).

Soit M un point de la droite (d). Si, en restant sur la droite (d), on augmente l'abscisse de 1, alors l'ordonnée augmente de m (on obtient alors le point M').
Comme la représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite qui passe par l'origine du repère, il suffit de déterminer un autre point pour pouvoir la tracer. On choisit pour cela une valeur de x (différente de 0) et on calcule son image.

x	0	1
$f(x)$	0	m
Nom du point	O	A



4 Modéliser une situation de proportionnalité par une fonction linéaire Vidéo

Propriété

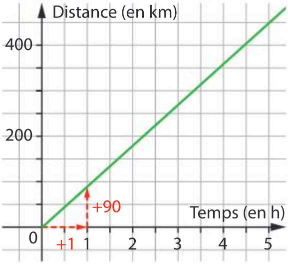
Une situation de proportionnalité de coefficient de proportionnalité m peut être traduite par une fonction linéaire de coefficient m.

Exemple

Une voiture roule à une vitesse constante de 90 km/h
Si $d(t)$ représente la distance parcourue (en km) pendant le temps t (en heures), on a alors le tableau de proportionnalité suivant.

t (en heures)	0	1	1,5	2	4	t
$d(t)$ (en km)	0	90	135	180	360	$90t$

La distance $d(t)$ est donc proportionnelle au temps t.
On a $d(t) = 90t$.
La fonction d est la fonction linéaire de coefficient 90.



Savoir-faire

Apprends à l'aide des exercices résolus puis entraine-toi !

3 Reconnaitre et utiliser une fonction linéaire

7 Montrer que les fonctions suivantes sont des fonctions linéaires et préciser leur coefficient.

a. $f(x) = -3x$ **b.** $g(x) = \dfrac{2x}{3}$

c. $h(x) = -x$ **d.** $i(x) = 2(x + 1) - 2$

Solution

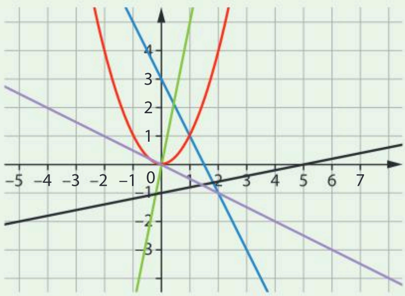
a. $f(x) = mx$ avec $m = -3$. Donc f est une fonction linéaire de coefficient –3.

b. $g(x) = \dfrac{2x}{3} = \dfrac{2}{3}x = mx$ avec $m = \dfrac{2}{3}$. Donc g est une fonction linéaire de coefficient $\dfrac{2}{3}$.

c. $h(x) = -1 \times x = mx$ avec $m = -1$. Donc h est une fonction linéaire de coefficient – 1.

d. On commence par développer puis simplifier l'expression de $i(x)$.
$i(x) = 2(x + 1) - 2 = 2x + 2 - 2 = 2x$.
$i(x) = mx$ avec $m = 2$. Donc i est une fonction linéaire de coefficient 2.

8 Parmi les courbes tracées dans le repère ci-dessous, lesquelles ne représentent pas des fonctions linéaires ?



Solution

Les fonctions linéaires étant représentées par des droites passant par l'origine du repère, il faut éliminer toutes les courbes qui ne sont pas des droites passant par l'origine du repère : la rouge, la noire et la bleue.

9 Montrer que les fonctions suivantes sont des fonctions linéaires et préciser alors leur coefficient.

$f(x) = -x$ $g(x) = 1 + 2x - 1$ $h(x) = \dfrac{5x}{7}$ $i(x) = -3(x - 2) - 6$

4 Modéliser une situation de proportionnalité par une fonction linéaire

10 Johnny vend des cerises à 6,75 € le kilogramme. La fonction f qui, au poids de cerises en kilogrammes, associe son prix est-elle linéaire ? Si oui, préciser son coefficient.

Solution

Si x est le poids en kilogrammes, le prix est alors $f(x) = 6{,}75x$. Donc la fonction f est linéaire de coefficient 6,75.

11 ABCD est un carré. g est la fonction qui, à la longueur de son côté en centimètres, associe son périmètre en centimètres.
Exprimer $g(x)$ en fonction de x. La fonction g est-elle linéaire ? Si oui, préciser son coefficient.

Solution

On a $g(x) = 4x$. Donc g est une fonction linéaire de coefficient 4.

12 ABC est un triangle équilatéral.
f est la fonction qui, à la longueur de son côté en centimètres, associe son périmètre.
Exprimer $f(x)$ en fonction de x. La fonction f est-elle linéaire ? Si oui, préciser son coefficient.

Exercices

2 pages d'exercices supplémentaires dans le manuel numérique

Reconnaitre et utiliser une fonction affine

Savoir-faire p. 139

Questions flash

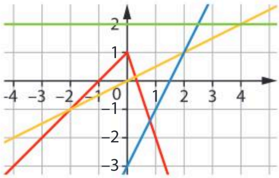
diapo

13 Les fonctions définies ci-dessous sont-elles des fonctions affines ?

$f(x) = 2x + 3$ $\qquad g(x) = 3 - \dfrac{x}{3}$

$h(x) = 2^2 \times x + 3$ $\qquad i(x) = 2x + 3^2$

14 Les fonctions représentées ci-dessous sont-elles des fonctions affines ?



15 Donner la valeur des coefficients de chacune des fonctions affines définies ci-dessous .

$f(x) = 2x - 1$ $\qquad g(x) = 6 - 3x$

$h(x) = \dfrac{-x + 7}{3}$ $\qquad i(x) = \dfrac{-3x}{7} - 7$

16 Les fonctions suivantes sont-elles des fonctions affines ?

$f(x) = 2 - x$ $\qquad g(x) = (2 + x)(2 - x) + x^2$

$h(x) = \dfrac{1}{x - 2}$ $\qquad i(x) = 2$

17 **1.** Parmi les fonctions suivantes, une seule est affine. Laquelle ? Préciser les valeurs de m et de p.

$f(x)) = x(x - 4)$ $\qquad g(x) = (x - 4)(x + 4)$

$h(x) = 4(x - 4)$ $\qquad i(x) = x^2 + 4$

2. Calculer l'image de 3 par cette fonction.

3. Déterminer le ou les antécédent(s) de 16 par cette fonction.

18 Parmi les situations suivantes, laquelle ou lesquelles sont modélisées par une fonction affine ? Justifier.

a. À une station service, on s'intéresse au prix à payer (en euros) en fonction de la quantité (en litres) d'essence achetée.

b. Une plante mesure 3 cm et pousse de 1,5 cm par semaine. On s'intéresse à sa taille en fonction du nombre de semaines écoulées.

c. On s'intéresse à l'aire d'un disque en fonction de son rayon.

19 Soit f la fonction définie par $f(x) = -x + 4$.

1. Calculer $f(-2)$ et $f(0)$.

2. Représenter graphiquement la fonction f dans un repère.

20 Relier chacune des trois fonctions aux points appartenant à sa courbe représentative.

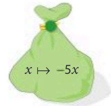
A $(-1\,;5)$ •

B $\left(\dfrac{1}{2}\,;-2\right)$ •

C $(2\,;4)$ •

D $(-1\,;-1)$ •

E $\left(-\dfrac{1}{2}\,;0\right)$ •



• F $(0{,}5\,;-2{,}5)$

• G $\left(\dfrac{3}{4}\,;2{,}5\right)$

• H $\left(\dfrac{1}{5}\,;-1\right)$

• I $\left(\dfrac{1}{6}\,;-1{,}5\right)$

• J $(-2{,}8\,;-4{,}6)$

21 Parmi les tableaux suivants, lequel n'est pas le tableau de valeurs d'une fonction affine ?

①

x	0	1	2	3
$f(x)$	0	2	4	6

②

x	0	1	2	3
$h(x)$	2	4	8	16

Déterminer les coefficients d'une fonction affine

Savoir-faire p. 139

Questions flash

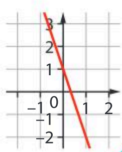
diapo

22 f est une fonction affine telle que $f(0) = 3$ et $f(2) = 5$.

• Déterminer une expression de $f(x)$.

23 La fonction affine g est représentée ci-contre.

• Par lecture graphique, déterminer une expression de $g(x)$.

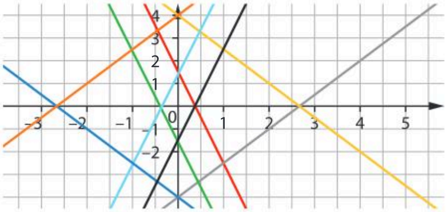


24 f est une fonction affine dont la représentation graphique est une droite de coefficient directeur 3. On sait aussi que l'image de 2 est égale à 5.

• Déterminer une expression de $f(x)$.

25 Associer chaque fonction à sa représentation graphique.

$f(x) = 4x - 1{,}5$ $\quad$ $g(x) = -4x - 1{,}5$
$h(x) = -4x + 1{,}5$ $\quad$ $i(x) = 4x + 1{,}5$
$j(x) = 1{,}5x + 4$ $\quad$ $k(x) = 1{,}5x - 4$
$\ell(x) = -1{,}5x + 4$ $\quad$ $m(x) = -1{,}5x - 4$



26 La représentation graphique d'une fonction affine g passe par les points A(2 ; – 7) et B(–1 ; 8).

1. Déterminer le coefficient directeur de la droite représentant la fonction g.

2. Vérifier graphiquement ce résultat.

27 h est une fonction affine telle que $h(3) = 21$ et $h(-2) = -29$.

• Déterminer une expression de $h(x)$.

Reconnaitre et utiliser une fonction linéaire

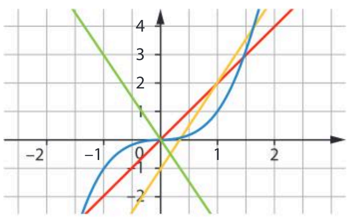
Savoir-faire p. 141

Questions flash diapo

28 Les fonctions suivantes sont-elles des fonctions linéaires ?

$f(x) = 2x$ $\quad$ $g(x) = 2x^2 + 2$
$h(x) = 2^2 \times x + 2$ $\quad$ $i(x) = 2$

29 Les fonctions représentées ci-dessous sont-elles des fonctions linéaires ?



30 Les fonctions suivantes sont-elles des fonctions linéaires ? Si oui, préciser la valeur de leur coefficient.

$f(x) = 3x^2$ $\quad$ $g(x) = (x + 3)(x - 4) - x^2$
$h(x) = x(x - 5) - x^2$ $\quad$ $i(x) = 3(x - 2) + 6$

31 **1.** Parmi les fonctions suivantes, une seule est linéaire. Laquelle ? Préciser la valeur de son coefficient.

$f(x) = x(x - 2) - x^2$ $\quad$ $g(x) = \dfrac{x}{x - 2}$ $\quad$ $h(x) = x(x - 2)$

2. Calculer l'image de –4 par cette fonction.

3. Calculer le(s) antécédent(s) de 7 par cette fonction.

32 Soit f la fonction définie par $f(x) = -x$.

1. Calculer $f(3)$.

2. Représenter graphiquement la fonction f dans un repère.

Modéliser une situation de proportionnalité par une fonction linéaire

Savoir-faire p. 141

Questions flash diapo

33 Parmi les situations suivantes, lesquelles peuvent être modélisées par une fonction linéaire ?

a. À l'âge d'un enfant, on associe sa taille.

b. Au côté d'un carré, on associe son aire.

c. Dans une boulangerie, au nombre de baguettes achetées, on associe le prix à payer.

34 Ève vend des tomates cerises à 4,15 € le kilogramme.

1. Quelle est la fonction f qui, à la masse de tomates cerises en kilogrammes, associe son prix ?

2. Ali a acheté des tomates cerises à Ève et a payé 1,66 €. Quelle masse de tomates cerises a-t-il achetée ?

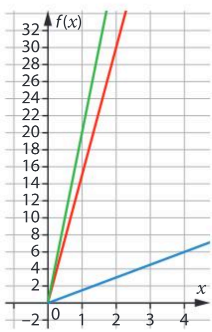
35 Décrire une situation qui peut être modélisée par la fonction f définie par $f(x) = 2{,}5x$.

36 Relier chaque situation à sa représentation graphique.

a. Sandrine marche à vitesse constante, elle parcourt 3 kilomètres en 2 heures. Au temps, on associe la distance parcourue.

b. Un arrosage automatique a un débit constant de 20 litres par minute. Au temps, on associe le volume d'eau consommée.

c. Un opérateur téléphonique propose un tarif de 15 centimes par minute. Au temps, on associe le prix payé.



Faire le point

QCM Donner la seule réponse correcte parmi les trois proposées.

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1 Reconnaitre et utiliser une fonction affine			
1. Parmi ces fonctions, laquelle n'est pas une fonction affine ?	$x \mapsto 2x$	$x \mapsto \frac{x}{2} + 1$	$x \mapsto \frac{2}{x} + 1$
2. Si $f(x) = -4x + 1$, alors la représentation graphique de f est :	une droite qui passe par le point de coordonnées $(-1\ ;\ 5)$.	une droite qui passe par l'origine.	une droite qui passe par le point de coordonnées $(1\ ;\ -5)$.
2 Déterminer les coefficients d'une fonction affine			
Tableau : x : -4 ; 0 — $g(x)$: 3 ; -5. Voici un tableau de valeurs d'une fonction affine. Alors :	$g(x) = 2x - 5$	$g(x) = -2x - 5$	$g(x) = -\frac{1}{2}x - 5$
3 Reconnaitre et utiliser une fonction linéaire			
1. Parmi ces fonctions, laquelle est une fonction linéaire ?	$x \mapsto x + 1$	$x \mapsto -x$	$x \mapsto 2$
2. La représentation graphique d'une fonction linéaire :	est une droite passant par l'origine du repère.	est une droite quelconque.	n'est pas forcément une droite.
4 Modéliser une situation de proportionnalité par une fonction linéaire			
Un robinet qui goutte laisse échapper 0,3 litre d'eau toutes les 20 minutes. La perte d'eau en litres en fonction du temps en heures peut être modélisée par la fonction :	$x \mapsto 0{,}3x + 20$	$x \mapsto -0{,}3x^2$	$x \mapsto 0{,}9x$

Carte mentale

Reproduire et compléter cette carte mentale.

Fonctions affines

Représentation graphique
La courbe est …

Formule
$f(x) = \ldots$

Coefficients
p est …
m est …
$m = \frac{\ldots}{\ldots}$

Fonctions linéaires

Représentation graphique
La courbe est …

Formule
$g(x) = \ldots$

Coefficient
m est …

** Tu peux aussi construire ta propre carte mentale.*

37 Tirelire

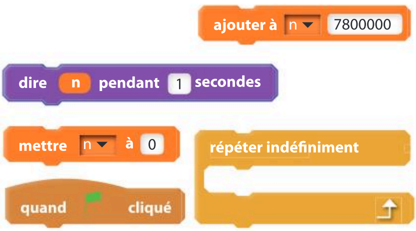
Jade a 38 € d'économies. Chaque semaine, ses parents lui donnent 8 € d'argent de poche. Elle en dépense la moitié et économise l'autre moitié.
Jade voudrait savoir au bout de combien de temps le montant de ses économies dépassera 150 €. Pour cela, elle a commencé le script suivant.

1. Compléter les pointillés pour que le script donne la bonne réponse à Jade. Expliquer le rôle joué par chacune des deux variables.
2. En exécutant le script, dire au bout de combien de temps Jade aura économisé plus de 150 €.
3. Jade aurait-elle pu résoudre ce problème autrement qu'avec un script ?

38 Fonte des glaces

CIT

En faisant des recherches pour un exposé sur le réchauffement climatique, Mathéo a découvert qu'en moyenne, la calotte glacière en Antarctique diminuait chaque seconde de 7,8 millions de litres.
Pour présenter son exposé, il a écrit un script qui donne chaque seconde le cumul du nombre de litres de glace fondue à partir du moment où on exécute le script. Malheureusement, il a mélangé les instructions.



- Aider Mathéo à reconstituer son script.

39 Transport en commun

Une société de transport en commun propose trois tarifs différents.

- **Tarif 1 :** ticket ordinaire coutant 1,20 € par trajet.
- **Tarif 2 :** abonnement mensuel de 8 € et achat d'un ticket au tarif réduit de 0,60 € par trajet.
- **Tarif 3 :** abonnement mensuel de 30 € permettant de voyager sans acheter de tickets.

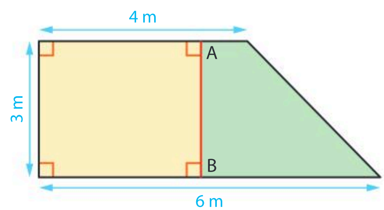
1. Réaliser une feuille de calcul comme ci-dessous pour comparer ces trois tarifs.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Nombre de trajets dans le mois	0	5	10	15	20	25	30
2	Cout avec tarif 1							
3	Cout avec tarif 2							
4	Cout avec tarif 3							

2. Cette feuille de calcul permet-elle de savoir quel est le tarif minimal selon le nombre de trajets par mois ?
3. Modifier la feuille de calcul précédente afin de pouvoir répondre à la question précédente.

40 Chambre commune

Deux jumeaux ont longtemps partagé leur chambre, mais ils souhaitent désormais qu'une cloison soit posée afin d'obtenir deux chambres séparées ayant la même aire.
Dans le schéma ci-dessous, on a représenté la chambre par un trapèze et la cloison par le segment [AB].



1. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, construire une figure représentant le plan des chambres séparées par une cloison dont la position peut varier.
2. Conjecturer la position de la cloison pour laquelle les aires des deux chambres sont égales.
3. Démontrer ou invalider la conjecture par le calcul.

Problèmes

Pour mieux cibler les compétences			
Chercher	52 55	Raisonner	56
Modéliser	45 47 51	Calculer	43 49
Représenter	44 53	Communiquer	50 53

41 **Quelle chaleur !**

PC

Il existe différentes unités de mesure de la température : en France, on utilise le degré Celsius (°C) et aux États-Unis on utilise le degré Fahrenheit (°F).

Pour passer des degrés Celsius aux degrés Fahrenheit, on multiplie le nombre de départ par 1,8 et on ajoute 32 au résultat.

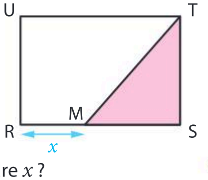
1. Qu'indiquerait un thermomètre en degrés Fahrenheit dans une casserole d'eau qui gèle ?

2. On plonge un thermomètre dans une casserole d'eau et il indique 212 °F ? Que se passe-t-il alors ?

3. a. Si l'on note x la température en degré Celsius et $f(x)$ la température en degré Fahrenheit, exprimer $f(x)$ en fonction de x.

b. Vérifier que $f(10) = 50$ et traduire cette relation en termes de températures.

42 **De l'aire !**



RSTU est un rectangle tel que RS = 6 cm et RU = 4 cm. On place un point M sur le côté [RS] et on note x la longueur RM.

1. Quelles valeurs peut prendre x ?

2. Calculer l'aire du triangle MTS pour $x = 2$ puis $x = 5{,}5$.

3. On note $\mathscr{A}(x)$ l'aire du triangle MTS en fonction de x. Représenter graphiquement la fonction $\mathscr{A}$.

43 **Beaucoup de monde !**

HG

La population américaine augmente d'une personne toutes les 13 secondes en moyenne. Au 1er janvier 2015, les États-Unis comptaient 320 206 000 habitants.

1. À ce rythme, combien les États-Unis compteront-ils d'habitants au 1er janvier 2030 ?

2. Si cette évolution reste la même à long terme, en quelle année la population américaine dépassera-t-elle 400 000 000 d'habitants ?

44 **Voiture électrique**

CIT

Sur un circuit automobile, en ligne droite, on teste l'accélération et le freinage d'un nouveau modèle de voiture électrique. Lors de cet essai, la vitesse v, en km/h, du véhicule est enregistrée en fonction du temps.

La fonction v est donnée par la formule $v(t) = 9t$ lors de l'accélération entre 0 et 10 secondes, puis par la formule $v(t) = -9t + 180$ lors du freinage.

1. Représenter graphiquement la fonction v en fonction du temps t.
On prendra 1 cm pour 2 secondes sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 10 km/h sur l'axe des ordonnées.

2. Quelle est la vitesse maximale atteinte par ce véhicule ?

3. À quel(s) moment(s) le véhicule roule-t-il à 45 km/h ?

4. Quelle est la durée totale de cet essai ?

45 **Bricks**

LV

The table shows the cost (in pounds £) for the delivery of different quantities of bricks.

Number of bricks x	500	1 200	2 000
Cost $C(x)$ (in £)	140	280	440

1. Function C is given by the following formulae. Choose the right one :

a. $C(x) = 0.28x$

b. $C(x) = 0.0001x^2 - 0.1x + 150$

c. $C(x) = 0.2x + 40$

2. Calculate the cost for a delivery of 5 000 bricks.

3. John paid £200. How many bricks did he buy ?

46 **Tour de magie**

Paul a écrit un programme de calcul sur une feuille.

> Choisir un nombre.
> Ajouter 4 à ce nombre.
> Multiplier le résultat obtenu par 2.
> Ajouter le triple de 2.
> Soustraire le double du nombre choisi au départ.
> Soustraire la moitié de 20.

1. Appliquer ce programme de calcul avec un nombre choisi au hasard.

2. Associer le résultat obtenu à une lettre (A pour 1, B pour 2,… Z pour 26).

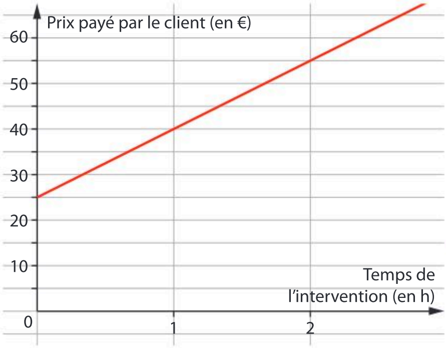
3. Donner un nom de pays européen commençant par la lettre trouvée.

4. Trouver un fruit commençant par la dernière lettre du nom de ce pays.

5. Au verso de la feuille, Paul a écrit : « As-tu déjà vu des kiwis pousser au Danemark ? »
 Expliquer ce « tour de magie ».

47 Black out

Stéphane est électricien. Il facture ses interventions comme indiqué sur le graphique ci-dessous.

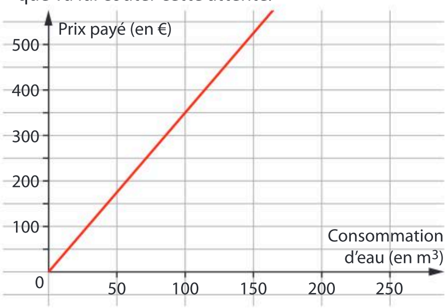


- Combien un client paiera-t-il pour une intervention de 6 heures ?

48 Histoire d'eau

Aurore a une chasse d'eau qui fuit. Son plombier lui indique que ce problème lui coute environ 900 litres d'eau par jour. Malheureusement, le plombier ne pourra pas intervenir avant 3 jours.

- À l'aide du graphique ci-dessous, déterminer le prix que va lui couter cette attente.



49 Bactéries

SVT

Un laborantin a mis des bactéries en culture. Au départ, il y a 3 000 bactéries. Il injecte alors un produit toxique pour ces bactéries et, au bout de 4 heures, il n'y en a plus que 750. On admet que le nombre de bactéries en présence de ce produit en fonction du temps en heures est donné par une fonction affine.

1. Déterminer une expression de cette fonction.
2. Déterminer au bout de combien de temps toutes les bactéries seront éliminées.

50 Déménagement

Prise d'initiative

1. Monsieur Montigné souhaite déménager. Il contacte deux sociétés. La première lui propose un tarif de 30 € par mètre cube et la seconde un tarif fixe de 800 € auquel il faut ajouter 10 € par mètre cube.
 Monsieur Montigné estime à 35 m^3 le volume qu'il doit déménager. Quelle société lui propose le meilleur prix ?
2. Finalement, Monsieur Montigné s'est trompé sur son estimation et la société lui facture un volume de 45 m^3. A-t-il vraiment fait le bon choix ?
3. La seconde société souhaite faire une publicité comparative la mettant en valeur par rapport à la première société. Comment peut-elle s'y prendre ?

51 Salaires

Prise d'initiative

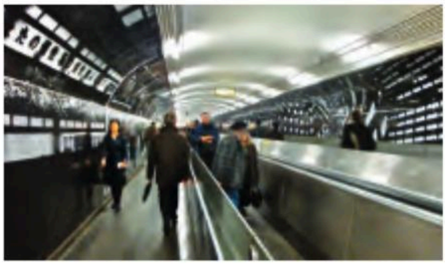
AV

Cindy termine ses études. Elle postule pour un emploi de commerciale dans différentes entreprises et reçoit trois réponses positives.

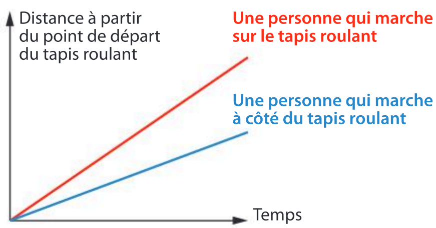
Dans la société A, on lui propose un salaire mensuel fixe de 1 300 € auquel il faut ajouter 10 % du montant de ses ventes. Dans la société B, le salaire est égal à 30 % du montant de ses ventes. Dans la société C, le salaire est fixé à 1 700 €.

- Aider Cindy à faire un choix entre ces trois sociétés.

52 Tapis roulant



Le graphique ci-dessous permet de comparer la « marche sur le tapis roulant » et la « marche à côté du tapis roulant ».



- En supposant que, sur le graphique ci-dessus, la vitesse de marche soit à peu près la même pour les deux personnes, reproduire ce graphique et ajouter une droite correspondant à une personne qui reste immobile sur le tapis roulant.

D'après PISA.

Problèmes

53 Taxi !

Prise d'initiative

Voici les tarifs de deux compagnies de taxis.

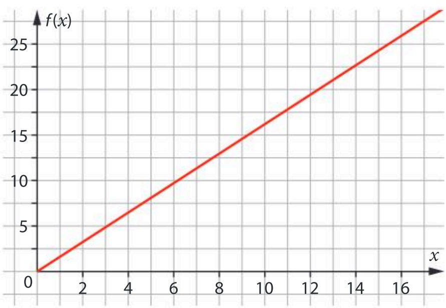
	Prise en charge	Prix du kilomètre	Bagages
Compagnie A	3 €	15 centimes	4 €
Compagnie B	3,20 €	13 centimes	3 €

1. Un client doit faire un trajet de 15 km sans bagage. Quelle est la compagnie à conseiller ?
2. Un client doit faire un trajet de 20 km avec bagages. Quelle est la compagnie à conseiller ?
3. Afin de ne pas refaire les calculs à chaque fois, un client régulier souhaite se représenter graphiquement la situation pour connaitre rapidement la compagnie la plus économique selon le cas. Il ne transporte jamais de bagage. Proposer une solution.

54 Spirale d'or

PEAC

Pour certaines civilisations, il existerait un « nombre d'or », synonyme de « beauté ». On retrouve ce nombre dans les proportions de la pyramide de Khéops, du Parthénon et plus généralement en architecture et en peinture. La courbe suivante représente la fonction définie par $f(x) = \varphi x$ où φ désigne le nombre d'or.

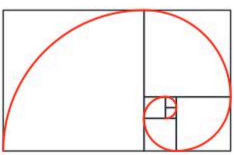


1. Déterminer graphiquement une valeur approchée de φ.
2. On dit qu'un rectangle est un rectangle d'or si :

$$\frac{\text{longueur}}{\text{largeur}} = \varphi.$$

À l'aide de cette courbe, déterminer la longueur d'un rectangle d'or de largeur 10. Tracer ce rectangle.

3. À l'intérieur de ce rectangle, tracer un nouveau rectangle d'or dont la longueur est égale à la largeur du précédent comme sur la figure ci-contre.



4. Renouveler cette opération autant de fois que possible.

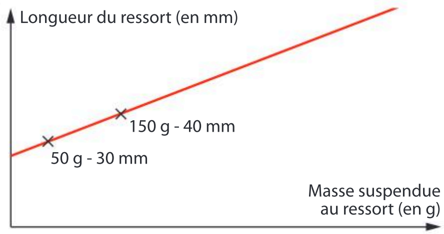
On peut démontrer qu'à chaque construction, le quadrilatère « restant » est un carré. En traçant des quarts de cercle, on obtient une « spirale d'or ».

55 Du ressort

Prise d'initiative

PC

On accroche un poids à un ressort. La courbe ci-dessous montre la longueur du ressort (en mm) en fonction de la masse suspendue (en g).



- Déterminer la longueur du ressort si on y accroche une masse de 230 grammes.

56 Fréquence cardiaque

SVT

Pour des raisons de santé, il est conseillé de limiter ses efforts durant des activités sportives, afin de ne pas dépasser un certain rythme cardiaque.

Pendant longtemps, la relation entre la fréquence cardiaque maximale recommandée F et l'âge A de la personne a été décrite par la formule suivante :

$$F = 220 - A$$

Des recherches récentes ont montré que cette formule devait être légèrement modifiée.

La nouvelle formule est :

$$F = 208 - 0{,}7A$$

1. Un article de journal commente : « Une des conséquences de l'utilisation de la nouvelle formule au lieu de l'ancienne est que le nombre maximal recommandé de battements de cœur par minute diminue légèrement pour les jeunes gens et augmente légèrement pour les personnes âgées. »

   D'après la nouvelle formule, à partir de quel âge la fréquence cardiaque maximale recommandée commence-t-elle à augmenter ?

2. La formule $F = 208 - 0{,}7A$ est aussi utilisée pour déterminer quand l'exercice physique est le plus efficace. Des recherches ont démontré que l'exercice physique est le plus efficace au moment où le pouls atteint 80 % de la fréquence cardiaque maximale recommandée.
   Écrire une formule qui donne la fréquence cardiaque recommandée pour que l'exercice physique soit le plus efficace, exprimée en fonction de l'âge.

D'après PISA.

Brevet

57 Taux d'alcool

CIT

En Nouvelle-Calédonie, le nombre d'accidents de la route ne cesse d'augmenter. Les principales causes de ces accidents sont l'alcool et la vitesse.
On considère qu'une canette contient 330 mL de bière et que le degré d'alcool est de 5°, c'est-à-dire 0,05.
La formule suivante permet de calculer le taux d'alcool dans le sang (en g/L). Pour un homme :

$$\text{Taux} = \frac{\text{Quantité de liquide bu} \times 0{,}05 \times 0{,}8}{\text{Masse} \times 0{,}7}.$$

La quantité de liquide bu est exprimée en mL.
La masse est exprimée en kg.

1. Montrer que le taux d'alcool dans le sang d'un homme de 60 kg, qui boit deux canettes de bière, est d'environ 0,63 g/L.

2. La loi française interdit à toute personne de conduire si son taux d'alcool est supérieur ou égal à 0,5 g/L. D'après le résultat précédent, cette personne a-t-elle le droit de conduire ? Justifier la réponse.
Pour la suite, on considèrera un homme de 70 kg.

3. Si x désigne la quantité, en dL, de bière bue, le taux d'alcool dans le sang est donné par $T(x) = \frac{4}{49}x$.
Recopier et compléter le tableau suivant (arrondir les résultats au centième).

Quantité d'alcool (en dL)	0	1	5	7
Taux d'alcool (en g/L)				

4. En utilisant les données du tableau, représenter graphiquement le taux d'alcool en fonction de la quantité de bière bue, sur une feuille de papier millimétré.
On prendra 2 cm pour 1 dL sur l'axe des abscisses et 2 cm pour 0,1 g/L sur l'axe des ordonnées.

5. Déterminer graphiquement le taux d'alcool correspondant à une quantité de bière de 3 dL (on laissera apparents les traits de construction).

6. Déterminer graphiquement la quantité de bière à partir de laquelle cet homme n'est plus autorisé à reprendre le volant (on laissera apparents les traits de construction).

D'après DNB, Nouvelle-Calédonie, 2011.

58 Jeu vidéo

Dans un jeu vidéo, on a le choix entre trois personnages : un guerrier, un mage et un chasseur.
La force d'un personnage se mesure en points.
Tous les personnages commencent au niveau 0 et le jeu s'arrête au niveau 25.
Cependant, ils n'évoluent pas de la même façon.

- Le guerrier commence avec 50 points et ne gagne pas d'autre point au cours du jeu.
- Le mage n'a aucun point au début mais gagne 3 points par niveau.
- Le chasseur commence à 40 points et gagne 1 point par niveau.

1. Au début du jeu, quel est le personnage le plus fort ? Et quel est le moins fort ?

2. Reproduire et compléter le tableau suivant.

Niveau	0	1	5	10	15	25
Points du guerrier	50	50				
Points du mage	0	3				
Points du chasseur	40	41				

3. À quel niveau le chasseur aura-t-il autant de points que le guerrier ?

4. Dans cette question, x désigne le niveau de jeu d'un personnage.
Associer chacune des expressions suivantes à l'un des trois personnages : chasseur, mage ou guerrier.
$f(x) = 3x$ $\quad g(x) = 50$ $\quad h(x) = x + 40$

5. Dans le repère ci-dessous, la fonction g est représentée.
Reproduire ce graphique et tracer les deux droites représentant les fonctions f et h.

6. Déterminer, à l'aide du graphique, le niveau à partir duquel le mage devient le plus fort.

D'après DNB, Nouvelle-Calédonie, 2013.

Travailler autrement

Utilisable en AP

À chacun sa méthode !

Deux énoncés pour un exercice

Exercice 1

f est la fonction affine telle que $f(1) = 2$ et $f(3) = 5$.

1. Choisir, parmi les trois expressions algébriques suivantes, celle qui correspond à $f(x)$.
a. $2x$ **b.** $1{,}5x + 0{,}5$ **c.** $-2x + 4$

2. Calculer l'image de 2 par la fonction f.

3. Déterminer un antécédent de 6 par la fonction f.

Exercice 2

On appelle g et h les fonctions définies par $g(x) = x - 4$ et $h(x) = -2x + 4$.

1. Tracer, dans un même repère, la représentation graphique de g puis celle de h.

2. Expliquer comment on peut trouver les valeurs exactes des coordonnées du point d'intersection E de ces deux représentations graphiques.

3. Appliquer la méthode trouvée précédemment afin de déterminer les coordonnées de E.

Exercice 1

Voici un tableau de valeurs d'une fonction affine f :

x	1	2	3	…
$f(x)$	2	…	5	6

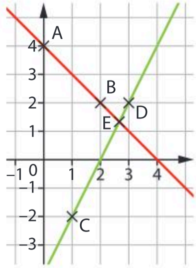
• Recopier et compléter ce tableau.

Exercice 2

On donne le graphique ci-contre.

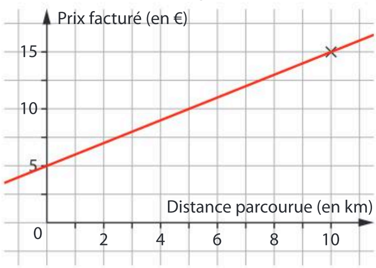
1. Quelle est la fonction f représentée par la droite (AB) ?

2. Calculer les coordonnées du point E.



Analyse d'une production

Samantha a résolu le problème suivant.
Jimmy travaille en région parisienne et doit souvent se déplacer. Son entreprise l'a abonné à une compagnie de taxis motos et a négocié les tarifs résumés par le graphique ci-dessous.



Il envisage un prochain trajet de 18 km.
Quel prix lui sera facturé ?

Solution de Samantha

Pour 10 km, on paye 15 €. Comme la courbe est une droite, pour 18 km, Jimmy va payer :

10 km	15 €
18 km	?

$18 \times 15 \div 10 = 27$, c'est-à-dire 27 €.

• Expliquer à Samantha pourquoi son calcul n'est pas exact et corriger sa solution.

Travail en groupe

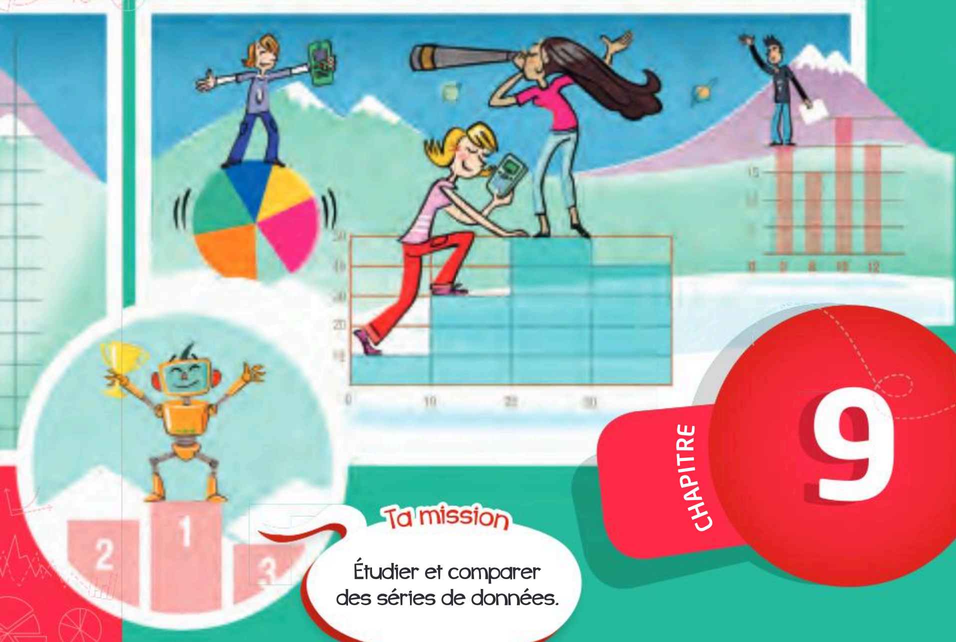
Le calcul de l'impôt sur le revenu pour des personnes célibataires sans enfant lors de la déclaration de 2015 est résumé dans le tableau ci-dessous.

Revenu imposable R de l'année 2014	Montant de l'impôt I à payer en 2015 (en €)
N'excédant pas 9 690 €	0
Entre 9 690 € et 26 764 €	$R \times 14\ \% - 1\,356{,}60$
Entre 26 764 € et 71 754 €	$R \times 30\ \% - 5\,638{,}84$
Entre 71 754 € et 151 956 €	$R \times 41\ \% - 13\,531{,}78$
Supérieur à 151 956 €	$R \times 45\ \% - 19\,610{,}02$

1. Chaque groupe doit réaliser une étude de cas en choisissant un des cas suivants.
• **Cas n°1 :** Mélodie a 23 ans, elle est célibataire sans enfant et vient de commencer à travailler. Elle a gagné 27 816 € en 2014. Quel était le montant de son impôt en 2015 ?
• **Cas n°2 :** Éva est chef d'entreprise, célibataire sans enfant et a gagné 153 096 € en 2014. Quel était le montant de son impôt en 2015 ?
• **Cas n°3 :** Loris est célibataire sans enfant et a gagné 16 114 € en 2014. Quel montant d'impôt a-t-il payé en 2015 ?

2. Chaque groupe expose son cas et ses calculs au tableau.

3. Débattre d'une solution permettant, à partir de l'impôt payé, de retrouver le revenu imposable.



CHAPITRE 9

Ta mission

Étudier et comparer des séries de données.

Représentation et traitement de données

Jeux

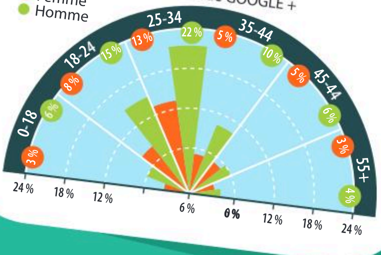
Un vaisseau doit rejoindre la Terre en traversant des galaxies. L'ordinateur de bord indique les trois trajets possibles. Le capitaine Super Mathus calcule que, pour ne pas endommager le vaisseau, les champs de forces traversés doivent avoir une moyenne comprise entre 20 et 35 et une étendue supérieure à 40.

- Quel trajet doit choisir le capitaine ?

INFOS

La **datavisualisation** est l'art de représenter des données de façon visuelle. Cela peut se concrétiser par des graphiques, des diagrammes, des cartographies, des chronologies, des infographies…
La présentation sous une forme illustrée rend les données plus lisibles et compréhensibles.

Sexe et âge des utilisateurs de GOOGLE +



Activités

Questions flash

diapo

Le tableau ci-contre donne la liste des dix pilotes de Formule 1 ayant marqué le plus grand nombre de points en Grand Prix (GP) jusqu'en 2015.

1. a. Quel est le nombre moyen de points marqués par grand prix pour Fernando Alonso ?
b. Quel est le nombre moyen de points marqués par le seul Français du classement ?

2. On considère la série constituée par les nombres de points.
a. Quelle est son étendue ?
b. Quelle est sa médiane ? Que signifie ce nombre ?

3. On considère la série constituée par le nombre de Grands Prix.
a. Quelle est son étendue ?
b. Quelle est sa médiane ? Que signifie ce nombre ?

	Pilote	Pays	Points	GP*
1	Fernando Alonso	Espagne	1 767	235
2	Sebastian Vettel	Allemagne	1 651	139
3	Michael Schumacher	Allemagne	1 566	307
4	Lewis Hamilton	Royaume-Uni	1 486	148
5	Jenson Button	Royaume-Uni	1 198	266
6	Mark Webber	Australie	1 047,5	217
7	Kimi Räikkönen	Finlande	1 024	212
8	Felipe Massa	Brésil	950	210
9	Alain Prost	France	798,5	199
10	Rubens Barrichello	Brésil	658	323

* Nombre de GP

Le sac à dos

4e — Activité 1

Lucas et Noé partent ensemble en randonnée. Tout le long du trajet, Lucas porte son sac à dos, qui pèse 3 kg. Noé, qui porte l'eau et la nourriture, marche 5 km avec un sac de 6 kg. Après la pause déjeuner, son sac ne pèse plus que 2 kg et il parcourt ainsi les 15 derniers kilomètres.
À l'arrivée, Noé, très fatigué, se justifie : « Mon sac était plus lourd que le tien ! »
Lucas lui répond : « Mais le poids moyen que tu as porté sur toute la randonnée est exactement le même que le mien car, au début, tu as marché une petite distance avec un sac de 6 kg, puis tu as parcouru une longue distance avec un sac de seulement 2 kg. »

- Lucas a-t-il raison ? Écrire les calculs permettant de déterminer le poids moyen qu'a transporté Noé.

Les pêcheurs

Activité 2

Cinq pêcheurs sont installés sur le port de Collioure et vingt sur le port de Royan. Chaque pêcheur a pêché en moyenne 4,6 poissons à Collioure et 1,5 poisson à Royan.
Jade calcule le nombre moyen de poissons pêchés par une personne dans ces deux ports. Elle trouve 3,05.
Manon lui dit : « Ce n'est pas possible car, avec ton calcul, le total de poissons pêchés serait de 76,25 ! »


Port de Collioure

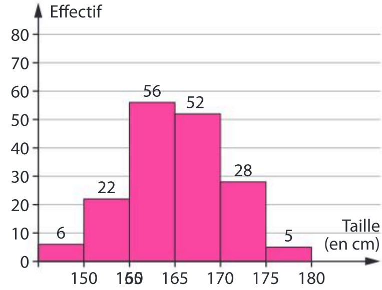

Port de Royan

- Quelle est la pêche moyenne par pêcheur sur l'ensemble de ces deux ports ?

Photo souvenir

4e Activité 3

Un photographe se rend dans un collège pour réaliser les photos de classe. Pour que les élèves de 3e gardent un souvenir de leur scolarité au collège, il propose de les réunir et de faire une photo « géante ». Il répartit les élèves en deux groupes : la première moitié, constituée des élèves les moins grands, sera devant et l'autre moitié sera derrière, debout sur des chaises.



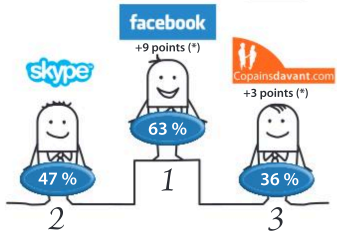
- Quelle est la taille minimale qu'il faut avoir pour monter sur une chaise ?

Réseaux sociaux

5e Activité 4

En 2013, l'observatoire des réseaux sociaux a publié le podium des inscriptions sur les réseaux sociaux.

1. Peut-on représenter ce classement par un diagramme circulaire ? Par un autre diagramme ?
2. Construire ce diagramme.



* Évolution observée depuis l'automne 2012.

Source : d'après ifop.com

Des côtes ensoleillées ?

Activité 5 Prise d'initiative

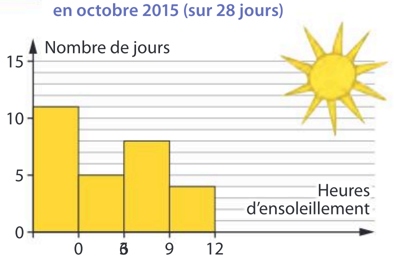
Voici deux séries de données regroupées en classes (Doc. 1 et Doc. 2).

Doc. 1 Coefficients de marée à Brest pour les 15 premiers jours d'octobre 2015

Coefficients (c)	$40 \leqslant c < 50$	$50 \leqslant c < 60$	$60 \leqslant c < 70$	$70 \leqslant c < 80$	$80 \leqslant c < 90$	$90 \leqslant c < 100$	$100 \leqslant c < 110$
Nombre de marées	7	3	3	4	10	1	2

Source : Marée.info

Doc. 2 Heures d'ensoleillement à Nantes en octobre 2015 (sur 28 jours)



Source : météociel

Doc. 3 Moyennes des séries des doc. 1 et 2 avant le regroupement par classes

Coefficients de marée : 69,7 en moyenne

Heures d'ensoleillement : 4,84 h en moyenne

1. a. Quelle difficulté rencontre-t-on pour calculer la moyenne de chaque série ?
   b. Comment utiliser les classes de données pour calculer une moyenne ? Écrire les calculs pour chaque série.
2. a. Comparer les moyennes obtenues précédemment à celles du Doc. 3. Que remarque-t-on ?
   b. Comment peut-on l'expliquer ?

Cours

1 Calculer et interpréter une moyenne

Vidéo

Définition 5e

La **moyenne** d'une série de données est égale au quotient de la somme de ces données par l'effectif total.

$$\text{Moyenne} = \frac{\text{somme des données}}{\text{effectif total}}$$

Exemple

Voici les prix en euros des cinq bijoux que porte Marina : 12,5 25 30 8 52

Quel est le prix moyen des bijoux que porte Marina ?

Prix moyen $= \frac{12,5 + 25 + 30 + 8 + 52}{5} = \frac{127,5}{5} = 25,5$. Le prix moyen de ses bijoux est 25,5 €.

Définition 4e

La **moyenne pondérée** d'une série de données est égale à la somme des produits de chaque valeur par son effectif divisée par l'effectif total.

$$\text{Moyenne pondérée} = \frac{\text{somme des produits des valeurs par leurs effectifs}}{\text{effectif total}}$$

Exemple

Voici les ventes réalisées un samedi par la pizzeria *Fellini* :

Prix (en €)	8	9	9,5	12
Effectif	16	20	8	20

Prix moyen $= \frac{16 \times 8 + 20 \times 9 + 8 \times 9,5 + 20 \times 12}{16 + 20 + 8 + 20} = \frac{624}{64} = 9,75$.

Le prix moyen d'une pizza le samedi est 9,75 €.

Méthode

Pour calculer la **moyenne d'une série constituée de deux groupes**, on calcule la moyenne des deux groupes en pondérant leurs moyennes respectives par leurs effectifs totaux.

Exemple

Dans la pizzeria *Fellini*, le prix moyen des 64 pizzas vendues le samedi est 9,75 € et le prix moyen des 24 pizzas vendues le dimanche est 10,50 €.

$\frac{64 \times 9,75 + 24 \times 10,50}{64 + 24} = \frac{876}{88} \approx 9,95$.

Le prix moyen d'une pizza vendue ce weekend est 9,95 € environ.

Méthode

Pour calculer la **moyenne** d'une série dont les valeurs sont **regroupées en classes** :

- on calcule le centre de chaque classe en faisant la moyenne des valeurs extrêmes de la classe ;
- on calcule la moyenne de la série en prenant comme valeurs les centres des classes.

Exemple

Une entreprise fabrique des vis de plusieurs longueurs. Voici sa production en une minute :

Longueur ℓ (en mm)	$9 \leqslant \ell < 12$	$12 \leqslant \ell < 15$	$15 \leqslant \ell < 18$	$18 \leqslant \ell < 21$	$21 \leqslant \ell < 24$
Effectif	75	98	124	45	32

Le centre de la première classe est $\frac{9 + 12}{2} = 10,5$. On procède de même pour les autres classes.

Longueur moyenne $= \frac{75 \times 10,5 + 98 \times 13,5 + 124 \times 16,5 + 45 \times 19,5 + 32 \times 22,5}{75 + 98 + 124 + 45 + 32} = \frac{5\,754}{374} \approx 15,39$

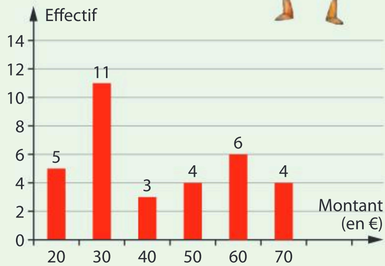
La longueur moyenne d'une vis est de 15,39 mm environ.

Savoir-faire

1 Calculer et interpréter une moyenne

1 Une banque a noté tous les retraits effectués à son distributeur dans une journée ainsi que les montants correspondants.

- Calculer le montant moyen d'un retrait.

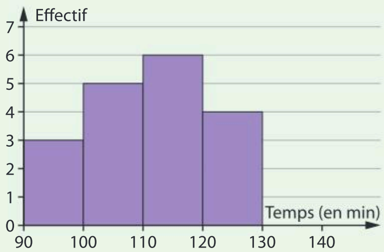


Solution

On calcule la somme des produits de chaque **montant** par l'**effectif** et on divise par le nombre de retraits :

$$\frac{5\times 20+11\times 30+3\times 40+4\times 50+6\times 60+4\times 70}{5+11+3+4+6+4}=\frac{1\,390}{33}\approx 42{,}12.$$

2 Un groupe d'amis a participé à un semi-marathon. Voici leurs résultats :



- Calculer le temps moyen de la course.

Solution

Trois coureurs ont mis entre 90 et 100 min ; on va donc considérer qu'ils mettent en moyenne 95 min. On calcule la moyenne en prenant comme valeurs les centres des classes :

$$\frac{3\times 95+5\times 105+6\times 115+4\times 125}{3+5+6+4}=\frac{2\,000}{18}\approx 111.$$

Le temps moyen de la course est d'environ 111 min, soit 1 h 51 min.

3 Deux associations ont lancé des collectes pour venir en aide aux enfants malades.
Dans la 1re **association**, la moyenne d'argent collecté par les 150 adhérents est 16 €.
Dans la 2de **association**, la moyenne d'argent collecté par les 80 adhérents est 13 €.

- Calculer la moyenne d'argent récolté par l'ensemble des deux associations.

Solution

Pour calculer cette moyenne, on calcule la moyenne d'argent collecté par les deux associations pondérée par leurs **effectifs** d'adhérents :

$$\frac{150\times 16+80\times 13}{150+80}=\frac{3\,440}{230}\approx 14{,}96.$$

La moyenne d'argent récolté est d'environ 14,96 €.

4 Une start-up a sorti un nouveau jeu et a proposé à deux groupes d'utilisateurs de le tester.
Voici leurs scores moyens par personne :
1er **groupe** (140 personnes) : 1 386 points ;
2e **groupe** (50 personnes) : 1 114 points.

- Calculer le score moyen par joueur.

5 On a demandé aux employés d'une entreprise la distance entre leur domicile et leur travail.

Distance d (en km)	$0 \leqslant d < 5$	$5 \leqslant d < 10$	$10 \leqslant d < 15$	$15 \leqslant d < 20$
Effectif	10	35	14	6

- Quelle distance moyenne sépare le domicile d'un employé de son entreprise ?

Cours

4e 2 Calculer et interpréter une médiane, une étendue

Vidéo

Définition

Dans une série ordonnée, on appelle **médiane** un nombre qui partage cette série en deux séries de même effectif.

Méthode

Pour déterminer la **médiane** d'une série :

- on range les valeurs de la série dans l'ordre croissant ;
- on cherche une valeur qui partage la série en deux séries de même effectif.

Exemples

L'effectif de la série est impair

$\underbrace{8 \quad 11 \quad 12}_{\text{3 données}} \quad \underset{\text{médiane}}{13} \quad \underbrace{15 \quad 17 \quad 19}_{\text{3 données}}$

La médiane de cette série est 13. Cela signifie qu'il y a autant de données inférieures ou égales à 13 que de données supérieures ou égales à 13.

La médiane correspond à une valeur de la série.

L'effectif de la série est pair

$\underbrace{2 \quad 7 \quad 10}_{\text{3 données}} \quad \underset{\text{médiane}}{\uparrow} \quad \underbrace{11 \quad 14 \quad 19}_{\text{3 données}}$

Tout nombre compris entre 10 et 11 partage la série en deux séries de même effectif. En pratique, on prend pour médiane la valeur centrale : $\dfrac{10+11}{2} = 10{,}5$.

La médiane se trouve entre deux valeurs de la série.

Dans cet exemple, on prend donc pour médiane 10,5. Cela signifie qu'il y a autant de valeurs inférieures à 10,5 que de valeurs supérieures à 10,5.

! La médiane ne dépend pas des valeurs extrêmes de la série.
Dans ces deux exemples, si on remplace la valeur 19 par 100, la médiane reste la même.

Définition

L'étendue d'une série statistique est la différence entre la plus grande valeur et la plus petite valeur de la série.

Exemple

Voici les relevés de température dans la ville de Bordeaux la première semaine d'octobre :

La plus petite température est 15 °C, la plus grande 20 °C.
20 – 15 = 5
L'étendue de cette série est 5. Cela correspond au plus grand écart de température relevé durant cette semaine à Bordeaux.

Savoir-faire

2 Calculer et interpréter une médiane, une étendue

6 Les tailles (en m) de sept joueurs de l'équipe de France de handball sont :

1,78	1,99	1,92	1,95	1,82	1,89	2,02

1. Calculer la taille médiane et interpréter le résultat.
2. Quelle est l'étendue de cette série ?

Solution

1. On range les valeurs de la série dans l'ordre croissant :

$$\underbrace{1{,}78 \quad 1{,}82 \quad 1{,}89}_{\textbf{3 données}} \quad \underbrace{1{,}92}_{\textbf{médiane}} \quad \underbrace{1{,}95 \quad 1{,}99 \quad 2{,}02}_{\textbf{3 données}}$$

La taille médiane est 1,92 m ; cela signifie qu'au moins la moitié des joueurs ont une taille inférieure ou égale à 1,92 m. On peut également dire qu'au moins la moitié des joueurs ont une taille supérieure ou égale à 1,92 m.

2. On calcule la différence entre la plus grande valeur et la plus petite valeur : 2,02 – 1,78 = 0,24.
L'étendue de cette série est 0,24 m.

7 Victor joue à son jeu préféré sur sa console. Il fait douze parties. Voici ses scores :

1 356	1 458	1 856	1 723	1 225	1 614	2 145	1 564	1 345	1 789	1 512	1 987

1. Calculer le score médian de Victor et interpréter le résultat.
2. Quelle est l'étendue de cette série ?

Solution

1. On range les valeurs de la série dans l'ordre croissant :

$$\underbrace{1\,225 \quad 1\,345 \quad 1\,356 \quad 1\,458 \quad 1\,512 \quad 1\,564}_{\textbf{6 données}} \quad \textbf{médiane} \quad \underbrace{1\,614 \quad 1\,723 \quad 1\,789 \quad 1\,856 \quad 1\,987 \quad 2\,145}_{\textbf{6 données}}$$

On peut prendre toute valeur entre 1 564 et 1 614, mais en pratique on prend la valeur centrale, c'est-à-dire la demi-somme : $\dfrac{1\,564 + 1\,614}{2} = 1\,589$.

Le score médian est 1 589 ; cela signifie qu'au moins sur la moitié des parties le score de Victor a été inférieur ou égal à 1 589.

2. On calcule la différence entre la plus grande valeur et la plus petite valeur : 2 145 – 1 225 = 920.
L'étendue de cette série est 920.

8 Lors d'un contrôle routier, onze véhicules ont été verbalisés pour une vitesse excessive. Leurs vitesses (en km/h) étaient :

55 72 65 58 80 75
74 66 57 55 75

1. Calculer la vitesse médiane et interpréter le résultat.
2. Quelle est l'étendue de cette série ?

9 Pendant une coupure d'électricité de 15 min, une boulangère a écrit sur son registre les montants (en euros) des achats de ses clients.

0,90 2,50 7,40 1,80 1,10
3,50 6,50 5,50 6,40 2,30

1. Calculer le montant médian des achats et interpréter le résultat.
2. Quelle est l'étendue de cette série ?

Cours

5e 3 Représenter graphiquement des données

Vidéo

Règle

On peut représenter graphiquement des données numériques par :

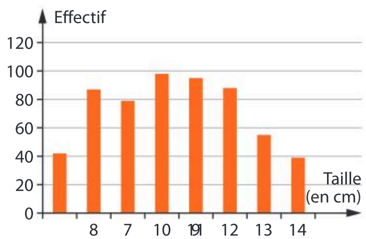
- un **diagramme en bâtons**, dans lequel les hauteurs des bâtons sont proportionnelles aux effectifs de chaque catégorie ;
- un **histogramme**, dans lequel les hauteurs des rectangles sont proportionnelles aux effectifs de chaque classe, quand les classes ont la même amplitude.

Exemple

Un producteur récolte ses piments d'Espelette. Seuls les plus beaux mesurant entre 7 et 14 cm pourront servir à réaliser des cordes décoratives. En une heure, voici sa récolte :

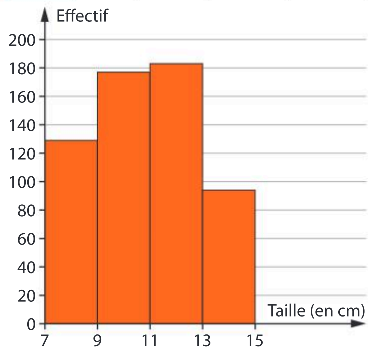
Taille (en cm)	7	8	9	10	11	12	13	14
Effectif	42	87	79	98	95	88	55	39

Cette situation peut être représentée graphiquement par un **diagramme en bâtons**.



Ici les données sont nombreuses, on peut donc les regrouper en **classes** et les représenter par un **histogramme**.

Taille t (en cm)	$7 \leqslant t < 9$	$9 \leqslant t < 11$	$11 \leqslant t < 13$	$13 \leqslant t < 15$
Effectif	129	177	183	94



Règle

On peut représenter graphiquement des données non numériques par :

- un **diagramme en barres**, dans lequel les hauteurs des barres sont proportionnelles aux effectifs de chaque catégorie ;
- un **diagramme circulaire**, dans lequel les mesures des angles sont proportionnelles aux effectifs de chaque catégorie.

Exemple

Les ingrédients nécessaires pour fabriquer des petits biscuits alsaciens de Noël sont les suivants :
250 g de farine – 100 g d'amandes en poudre – 70 g de sucre en poudre – 220 g de beurre

Diagramme en barres

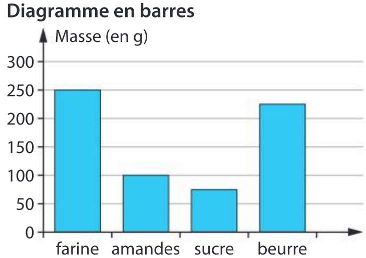
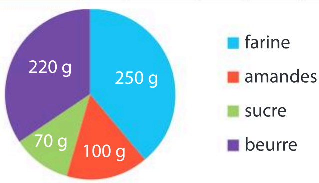


Diagramme circulaire

Ingrédients	farine	amandes	sucre	beurre	**Total**
Masse (en g)	250	100	70	220	640
Angle (en °)	≈ 141	≈ 56	≈ 39	≈ 124	360



Savoir-faire

Apprends à l'aide des exercices résolus puis entraine-toi !

3 Représenter graphiquement des données

10 Un sondage a été réalisé auprès d'adolescents pour connaitre le montant de leur argent de poche mensuel.

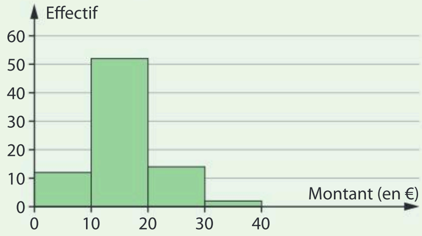
Montant (en €)	0	8	10	12	15	20	25	30
Effectif	7	5	15	17	20	11	3	2

- Représenter ces réponses par un histogramme.

Solution

On regroupe les données en classe d'amplitude 10, par exemple. Ici, la 1re classe comporte tous les adolescents recevant entre 0 et 10 € (10 € exclu).

Montant m (en €)	$0 \leqslant m < 10$	$10 \leqslant m < 20$	$20 \leqslant m < 30$	$30 \leqslant m < 40$
Effectif	12	52	14	2



11 Max et Sofian jouent aux dés et relèvent le nombre de points obtenus.

4	12	6	8	10	12	2	3	5	8	11	12	10	5	7
8	2	3	4	11	9	8	12	4	10	11	10	3	4	5

- Construire un diagramme en bâtons puis un histogramme des résultats obtenus.

12 On a relevé la hauteur (en mm) des précipitations sur la ville de Biarritz pendant les six premiers mois de l'année :

Janvier (130) – Février (110) – Mars (105) – Avril (130) – Mai (120) – Juin (90)

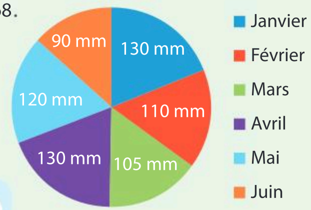
- Construire un diagramme circulaire représentant ces données.

Solution

On construit un tableau de proportionnalité pour calculer la mesure de chacun des angles.

Par exemple, pour le mois de janvier, on effectue le calcul : $\dfrac{130 \times 360}{685} \approx 68$.
On arrondit le résultat à l'unité.
On fait de même pour les autres mois.

Mois	J	F	M	A	M	J	**Total**
Hauteur (en mm)	130	110	105	130	120	90	685
Angle (en °)	68	58	55	68	63	47	360



Si on arrondit les angles, leur somme peut ne pas être exactement égale à 360 ° (ici 359 °).

13 Voici la répartition en pourcentage des divers composants du contenu d'une poubelle d'une famille :

Métal 4 % – Plastique 11 % – Verre 13 % – Journaux, papiers, cartons 25 %
Matières biodégradables 29 % – Divers 18 %

- Construire un diagramme en barres puis un diagramme circulaire représentant cette répartition.

Exercices

2 pages d'exercices supplémentaires dans le manuel numérique

Calculer et interpréter une moyenne

Savoir-faire p. 155

Questions flash diapo

14 Trouver, si possible, la somme des valeurs des séries suivantes.

1. Il y a 7 valeurs et la moyenne de ces valeurs est 8.
2. Il y a 9 valeurs et la différence entre la plus grande et la plus petite valeur est 20.

15 **Vrai ou faux ?**

1. Si la moyenne d'une série est 12, alors il y a autant de valeurs supérieures à 12 que de valeurs inférieures à 12.
2. Réciproquement, s'il y a autant de valeurs supérieures à 12 que de valeurs inférieures à 12, alors la moyenne est 12.
3. La taille moyenne d'un groupe d'enfants mesurant entre 1,40 m et 1,50 m est 1,45 m.
4. Si, parmi 100 pulls, 10 % sont noirs et, parmi 200 t-shirts, 70 % sont noirs, alors la moitié de ces vêtements sont noirs.

16 Dans un cinéma, 25 personnes se sont installées dans la salle A et 55 dans la salle B. L'âge moyen dans la salle A est de 32 ans, celui dans la salle B est de 25 ans.

- Quel est l'âge moyen de l'ensemble des personnes présentes dans les salles A et B ?

17 Associer chaque série à la moyenne lui correspondant.

8	11	16	17	23	15
14	15	16	17	23	16
14	16	16	19	25	17
6	14	15	17	28	18

18 Un fabricant a relevé le nombre de biscuits brisés dans un paquet.

Nombre de biscuits brisés	2	4	6	9	13
Effectif	5	8	7	2	1

- En moyenne, combien y a-t-il de biscuits brisés par paquet ?

Source : université du Québec à Montréal.

19 SVT Voici le taux de cholestérol de 100 individus :

Taux (en g/L)	Effectif	Taux (en g/L)	Effectif
$1,4 \leqslant t < 1,6$	20	$2,2 \leqslant t < 2,4$	10
$1,6 \leqslant t < 1,8$	18	$2,4 \leqslant t < 2,6$	6
$1,8 \leqslant t < 2$	24	$2,6 \leqslant t < 2,8$	6
$2 \leqslant t < 2,2$	16		

- Calculer le taux moyen de cholestérol de ces individus.

20 On a regroupé par classes le pourcentage p de matières grasses de 150 fromages.

p	Effectif	p	Effectif
$20 \leqslant p < 30$	35	$40 \leqslant p < 50$	45
$30 \leqslant p < 40$	60	$50 \leqslant p < 60$	10

- Calculer le pourcentage moyen de matières grasses.

21 Vingt vélos et quatre motos sont exposés dans la vitrine d'un magasin. Le prix moyen d'un vélo est 210 € et celui d'une moto est 7 875 €.

- Quel est le prix moyen des deux-roues exposés dans ce magasin ?

Calculer et interpréter une médiane, une étendue

Savoir-faire p. 157

Questions flash diapo

22 1. Déterminer la médiane de cette série :

14	26	33	37	41

2. On ajoute à cette série les valeurs 12 et 55. Quelle est alors la médiane de cette nouvelle série ?

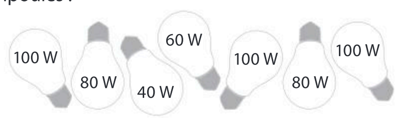
23 1. Déterminer l'étendue de cette série :

14	26	33	37	41

2. Déterminer l'étendue de cette série :

7,3	4,9	5,8	8,4	5,2	3,1

24 PC Dans un appartement, voici la liste des puissances des ampoules :



- Proposer une nouvelle série de même effectif, mais dont la puissance médiane est de moitié.

25 Voici les prix, au kilogramme, des différentes variétés de tomates (cœur de bœuf, Roma, tomates cerises, etc.) vendues sur le marché :

1. Quelle est l'étendue de cette série ?
2. Quel est le prix médian d'un kg de tomates ?

26 Un médecin a noté les températures en degrés Celsius de six patients :

37,2 39,4 38 38,2 39 38,6

• Quelle est la température médiane de ces six patients ?

27 Inventer une série de valeurs entières et strictement inférieures à 10 dont l'effectif est 7, l'étendue 8 et la médiane 2.

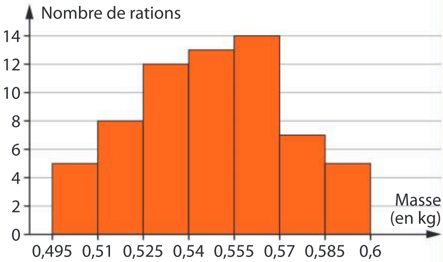
Représenter graphiquement des données

Savoir-faire p. 159

Questions flash

diapo

28 Lors de la fabrication de rations alimentaires, voici le nombre de rations en fonction de leur masse en kilogrammes :



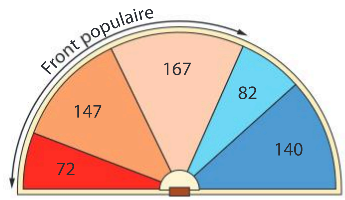
1. Comment nomme-t-on ce type de représentation de données ?
2. **Vrai ou Faux ?**
   a. L'effectif de cette série est 7.
   b. Il y a 14 rations qui pèsent entre 0,555 kg et 0,57 kg.
   c. En tapant sur une calculatrice :

   0 , 4 9 5 + 0 , 5 1 ÷ 2

   on obtient le centre de la première classe de données.

29 HG Le diagramme ci-dessous représente le résultat des élections législatives de 1936 en France.

La chambre des députés élue en mai 1936



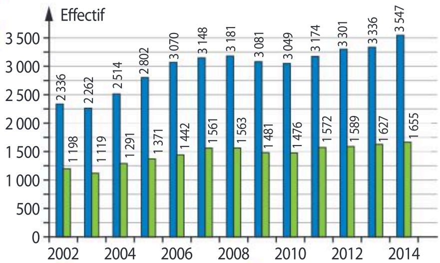
608 sièges à pourvoir

PCF
SFIO
Radicaux et divers gauches
Centre Droit
Droite

Source : Wikipédia.

1. Comment nomme-t-on ce type de diagramme ?
2. Quel est le pourcentage de sièges obtenus par le front populaire, en France, aux élections législatives de 1936 ?

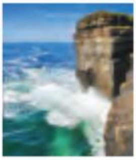
30 SVT Une personne en état de mort encéphalique peut, dans certains cas, être recensée comme donneur potentiel d'organes afin de sauver une (ou plusieurs) vie(s).



Source : Agence de Biomédecine.

• Quelle est la proportion de donneurs prélevés parmi les donneurs recensés en 2002 ? en 2014 ?

31 SVT HG Dans le monde, il existe trois types d'iles.


les continentales


les volcaniques


les coralliennes

• Recopier et compléter le tableau ci-dessous, puis construire un diagramme circulaire correspondant à cette répartition.

Type	Continentale	Volcanique	Corallienne	**Total**
Proportion (en %)	39	33		
Angle (en °)				

Faire le point

Vérifie tes connaissances.

QCM

Donner la seule réponse correcte parmi les trois proposées.

1 Calculer et interpréter une moyenne

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. Lors de la Coupe du monde de Football 2014, voici le nombre de buts à partir des quarts de finale : Nombre de buts : 0 ; 1 ; 3 ; 8 Nombre de matchs : 2 ; 3 ; 2 ; 1 Quel est le nombre moyen de buts par match ?	3	2	$\frac{17}{8}$
2. Les 4 salariés d'une pizzeria gagnent en moyenne 1 500 € par mois et les 16 employés d'une brasserie reçoivent en moyenne 2 000 € par mois. Le salaire mensuel moyen des employés de ces deux restaurants est :	1 750 €	1 900 €	1 800 €

Nombre de buts	0	1	3	8
Nombre de matchs	2	3	2	1

2 Calculer et interpréter une médiane, une étendue

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. La médiane d'une série ordonnée de 39 valeurs est :	la 19^e valeur	la 20^e valeur	la 21^e valeur
2. Ma médiane est égale à 8 et mon étendue est égale à 7. Qui suis-je ?	8 – 8 – 8 – 7	3 – 5 – 11 – 15	9 – 8 – 2 – 8

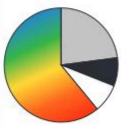
3 Représenter graphiquement des données

Un vendeur a relevé les couleurs de voitures les plus vendues dans sa concession.

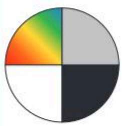
Gris	Noir	Blanc	Autre
42	24	16	18

Le diagramme circulaire représentant la répartition de ces couleurs de voitures est :

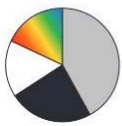
Réponse A :



Réponse B :



Réponse C :



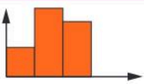
Pour t'aider à retenir le cours.*

Carte mentale

Représentation et traitement de données

- **Représenter**
  - **Données numériques**

diagramme en bâtons



histogramme

  - **Données non numériques**

diagramme en barres

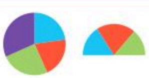


diagramme circulaire ou semi-circulaire

- **Calculer**
  - **Moyenne simple** : $\dfrac{\text{somme des valeurs}}{\text{effectif total}}$
  - **Médiane** : on range les valeurs dans l'ordre croissant
    xx(x)xx → médiane ; xxx xxx → médiane
  - **Étendue** : max – min
  - **Moyenne pondérée** : $\dfrac{\text{somme des produits de chaque valeur par son effectif}}{\text{effectif total}}$

Si on a des intervalles, on prend comme valeur le centre de l'intervalle.

*Tu peux aussi construire ta propre carte mentale.

Algorithmique et outils numériques

32 Le jeu de la moyenne

Pablo a réalisé un jeu dans lequel l'ordinateur choisit un nombre au hasard qu'il faut deviner à l'aide d'un indice. Voici le script qu'il a écrit :

```
quand [drapeau] cliqué
cacher la variable x
mettre x à nombre aléatoire entre 1 et 10
mettre moyenne à ((2 * x) + 80) / 3
dire moyenne pendant 2 secondes
demander Réponse ? et attendre
si réponse = x alors
    dire Gagné ! pendant 2 secondes
sinon
    dire Perdu... pendant 2 secondes
```

1. Quel rôle joue la variable x dans ce script ?
2. À quoi est égale la variable moyenne ?
3. Quelle est l'indice donné par le programme qui permet au joueur de trouver le nombre choisi au hasard ?
4. Si l'ordinateur affiche « 28 », quelle réponse le joueur doit-il donner ?
5. Exécuter ce script et essayer de donner trois bonnes réponses consécutives.

33 Salaires moyens

Dans une entreprise, le salaire moyen des 400 salariés est 1 520 €. Le salaire moyen des hommes est 1 800 € et celui des femmes est 1 300 €. On veut déterminer le nombre de femmes et le nombre d'hommes dans cette entreprise. Pour cela, on utilise un tableur.

	A	B	C	D	E
1	Nombre de femmes	Salaire moyen des femmes (en €)	Nombre d'hommes	Salaire moyen des hommes (en €)	Salaire moyen des salariés
2	200	1 300		1 800	
3	201				
4	202				
5	203				
6	204				
7	205				

1. Reproduire cette feuille de calcul.
2. Quelle formule faut-il saisir dans la cellule C2 ? dans la cellule E2 ?
3. Recopier les formules vers le bas et conclure.

34 Lancers de disques

On utilise un tableur pour enregistrer les distances en mètres de 15 lancers de disque.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Lancers de disque (en m)	Lancers dans l'ordre croissant						
2	18							
3	22							
4	28							
5	19,5							
6	24,5			Moyenne		Médiane		Étendue
7	21			=				
8	22							
9	19,5							
10	22							
11	19,5							
12	22							
13	22							
14	31							
15	26,5							
16	19,5							

1. a. Reproduire cette feuille de calcul.
   b. Recopier les données de la colonne A dans la colonne B puis, à l'aide de la fonction « Tri », classer ces lancers dans l'ordre croissant.
   c. Dans les cellules D7, F7 et H7, écrire les formules permettant de calculer la moyenne, la médiane et l'étendue des lancers.
   d. Dans la colonne B, si on remplace tous les lancers strictement supérieurs à 21 m par 27 m, que deviennent la moyenne et la médiane ?
   e. Proposer plusieurs changements qui modifient la moyenne sans changer la médiane.
   f. Modifier l'étendue de cette série sans changer ni la moyenne ni la médiane.
   g. Si on enregistre un 16e lancer, quelle doit être sa valeur pour que la moyenne soit égale à 23,5 m ?

   Tu peux faire des essais successifs.

2. a. Reproduire et compléter le tableau suivant sur la feuille de calcul.

Longueur des lancers (en m)	18	19,5	21	22	24,5	26,5	28	31
Effectif								

   b. À l'aide de l'assistant graphique du tableur, construire un diagramme en bâtons qui représente ces lancers.

Problèmes

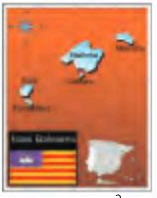
Pour mieux cibler les compétences			
Chercher	40 45	Raisonner	48 52
Modéliser	42 43	Calculer	35 39
Représenter	36 44	Communiquer	46 49

35 Iles Baléares

HG

Les iles Baléares sont constituées de cinq iles principales ainsi que de quelques ilots.

Iles	Surface (en km^2)	Nombre d'habitants
Cabrera	16	0
Formentera	83	11 000
Ibiza	570	134 000
Majorque	3 500	860 000
Minorque	702	95 000



1. Calculer la densité moyenne d'habitants au km^2 sur l'archipel des Baléares.
   Comment expliquer le chiffre 0 du tableau ?
2. Classer ces iles selon l'ordre croissant de leur densité (en habitants/km^2).

36 Eurodisney

En 2014, le parc d'attractions *Eurodisney*, situé à Marne-la-Vallée, en France, a accueilli 14,2 millions de visiteurs venant de plusieurs pays. La répartition est la suivante.

France	Royaume-Uni	Espagne	Benelux
49 %	16 %	9 %	6 %
Pays-Bas	Italie	Allemagne	Reste du monde
6 %	3 %	3 %	8 %

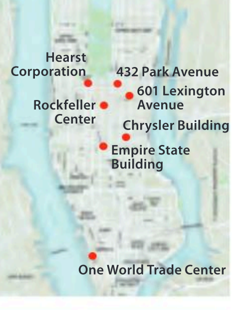
- Représenter cette répartition par un diagramme en barres. Combien de visiteurs venaient d'Espagne ?

37 Skyscrapers

LV

In that part of Manhattan (New York City) you can find quite a few skyscrapers.
Work out the average height of a skyscraper and the average number of floors.
One World Trade Center (WTC1) is 541 m high or 1776 feet high.

- Why did they choose this height?



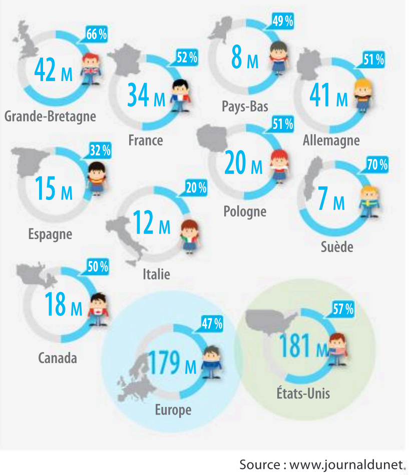
Name	Height	Number of floors
Hearst Corporation	182 m	46
432 Park Avenue	425,7 m	85
601 Lexington Avenue	279 m	59
Rockfeller Center	259 m	70
Chrysler Building	318,9 m	77
Empire State Building	381 m	102
One World Trade Center	541 m	94

38 E-shopping

Recopier et compléter le texte suivant à l'aide des documents proposés.

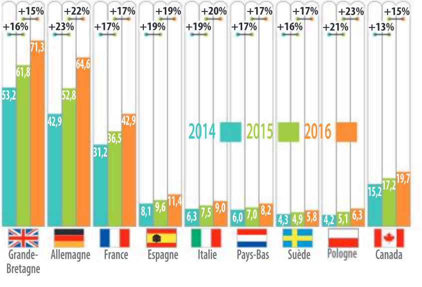
> En 2014 comme en 2013, la France compte …% de cyberacheteurs et se positionne derrière la … (70 %) et la Grande-Bretagne (… %).
> Avec … milliards d'euros en 2014, la France est aussi le 3^e pays européen en valeur pour l'e-commerce, derrière la … et … .
> Les prévisions de croissance sont de + … % pour 2015 et 2016 pour la France, soit un peu en dessous des perspectives de … (+19 % en 2015 et +20 % en 2016) mais au-dessus de celles du Canada (+ … % en 2015 et + … % en 2016).

Doc. 1 Les e-shoppeurs dans le monde en 2014



Source : www.journaldunet.

Doc. 2 Ventes en ligne 2014 et prévisions 2015-2016
(en milliards d'euros)



Source : www.journaldunet.

39 Salaires

Une entreprise comporte sept salariés.
Les salaires mensuels nets des cinq employés sont :

1 200 €	1 300 €	1 300 €	1 500 €	1 200 €

1. Calculer les salaires moyen et médian des employés.

2. Les salaires mensuels nets du directeur commercial et du directeur régional sont respectivement de 7 800 € et 11 000 €.
Calculer les salaires moyen et médian des sept membres de l'entreprise. Que remarque-t-on ?

40 Différentes sortes d'or

En bijouterie, l'or est un alliage d'une pureté variable dans lequel on mesure le taux d'or pur à l'aide des carats.
De l'or à 12 (ou 18) carats signifie que dans 24 g de cet alliage, on trouve 12 g (ou 18 g) d'or pur.
De l'or 24 carats est de l'or pur.

Manon souhaite vendre cinq bagues en or de 2,4 g chacune. Deux sont en or 18 carats et trois sont en or 12 carats.

1. Quelle est la masse moyenne d'or pur de ces cinq bagues ?

2. Si on fait fondre ces cinq bagues ensemble, quel sera le pourcentage d'or pur dans ce nouvel alliage ?

41 Chambres d'hôtel

Pour aller plus loin

Un hôtel propose 81 chambres sur un site Internet.
Le prix des chambres augmente au fur et à mesure que l'hôtel se remplit.
Sur la page Internet, un compteur indique le nombre de chambres déjà réservées.

Le tarif des chambres est indiqué dans le tableau ci-dessous.

Le compteur permet d'obtenir les effectifs cumulés.

Tarifs	Meilleur tarif : 30 €	60 €	80 €	110 €
Nombre de chambres	10	30	25	16
Effectifs cumulés	10			

L'hôtel est finalement complet.

1. Reproduire et compléter le tableau ci-dessus.

2. En utilisant la dernière ligne du tableau, déterminer le prix médian d'une chambre.

3. Quel est le prix moyen d'une chambre ? Arrondir au centime.

4. Interpréter ces résultats.

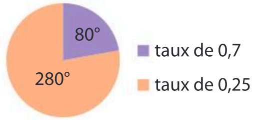
42 Temps d'exposition au soleil

Lors de ses vacances, Mehdi s'est exposé au soleil en moyenne 2,5 h pendant 2 jours puis en moyenne 1,5 h durant les 6 jours suivants.

- Quel a été son temps quotidien moyen d'exposition en heure(s) et minute(s) pendant ses 8 jours de vacances ?

43 La couverture nuageuse

Lors de ses 9 jours passés au ski, Sarah a relevé chaque jour le taux de couverture nuageuse. Voici ses résultats :



- Quel a été le taux moyen de couverture nuageuse durant son séjour ?

44 De l'hémoglobine

SVT

On considère deux séries de 30 taux d'hémoglobine dans le sang (en g/L) mesurés chez 30 femmes puis 30 hommes adultes, présumés en bonne santé.

Femmes	
Taux t (en g/L)	Effectif
$105 \leqslant t < 115$	4
$115 \leqslant t < 125$	4
$125 \leqslant t < 135$	8
$135 \leqslant t < 145$	6
$145 \leqslant t < 155$	7
$155 \leqslant t < 165$	1

Hommes	
Taux t (en g/L)	Effectif
$135 \leqslant t < 145$	4
$145 \leqslant t < 155$	4
$155 \leqslant t < 165$	9
$165 \leqslant t < 175$	6
$175 \leqslant t < 185$	7

1. Construire un tableau regroupant les taux d'hémoglobine des femmes et des hommes.

2. Calculer le taux d'hémoglobine moyen pour les femmes, pour les hommes et pour les femmes et les hommes réunis. Comparer ces résultats.

45 Production de pommes

Un producteur de pommes veut constituer un lot de 200 pommes d'un diamètre moyen de 60 mm.
Les 150 premières pommes ont un diamètre moyen de 58 mm.

- Quel doit être le diamètre moyen des pommes à rajouter pour compléter ce lot ?

46 Salle culturelle

CIT

Deux maires de communes voisines souhaitent financer la construction d'une salle culturelle. Ils réalisent donc une enquête auprès des habitants des deux communes.
La question posée est : « Êtes-vous favorable à l'implantation d'une salle culturelle ? »

Commune A : 46 % d'avis favorables.

Commune B : 58 % d'avis favorables.

Les maires concluent : « 52 % des habitants étant favorables à notre projet, nous allons commencer la construction. »

- Que pensez-vous de la déclaration des maires ?

Problèmes

47 La cueillette de champignons

Mathilde, ses parents et ses deux frères ont cueilli en moyenne 6 kg de cèpes chacun. Un cousin les rejoint, mais il ne trouve que 300 g de cèpes.

- De quel pourcentage fait-il baisser la moyenne de la famille ?

48 Test de gymnastique

70 % des candidats à un test de gymnastique ont réussi le test. La moyenne de tous les candidats s'étant présentés est 20. La moyenne de ceux qui ont réussi est 23.

- Quelle est la moyenne des candidats ayant échoué ?

D'après Kangourou 2015.

49 La bière

PC

Pour déterminer la teneur en alcool de la bière, on utilise la mesure de densité du mout avant et après fermentation. Deux appareils, le densimètre et le réfractomètre, peuvent être employés.
Voici les résultats, en degré d'alcool, obtenus avec ces deux méthodes lors de plusieurs mesures sur le même échantillon :

	Avec le densimètre	Avec le réfractomètre
Mesure 1	4,28	4,17
Mesure 2	4,27	4,17
Mesure 3	4,3	4,41
Mesure 4	4,28	4,29
Mesure 5	4,3	4,17
Mesure 6	4,29	4,41
Mesure 7	4,31	4,41
Mesure 8	4,29	4,17
Mesure 9	4 ,29	4,29

1. Calculer la moyenne et la médiane de ces deux séries. Peut-on en déduire que les deux appareils de mesure ont la même efficacité ?
2. Calculer l'étendue de ces deux séries. Quel appareil de mesure semblerait être le plus fiable dans ces conditions de mesure ?

50 Nombres

Prise d'initiative

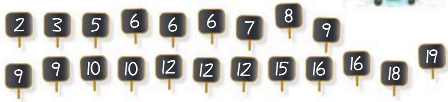
Parmi les nombres entiers inférieurs ou égaux à 100, représenter à l'aide d'un diagramme adapté la proportion :

a. de carrés parfaits ;
b. de multiples de 9 ;
c. de nombres impairs.

51 Miss Plouf

Prise d'initiative

Lors d'un concours de beauté, des grenouilles sont notées de 0 à 20 par un jury de crapauds.
Voici les notes obtenues par les 21 candidates :



Pour la renommée du concours, le président du jury décide d'augmenter la moyenne de 1 point. Par souci de discrétion, il doit changer le moins de notes possible et ne doit modifier ni la médiane ni l'étendue.

- Conseiller le président du jury pour le choix de ces nouvelles notes.

D'après le Rallye Mathématique d'Aquitaine, 2013.

52 L'énergie solaire

Prise d'initiative

CIT

Le maire d'une commune du Sud-Ouest de la France souhaite installer 72 panneaux photovoltaïques répartis sur les toits de l'hôpital et du collège. Par la suite, il envisage de vendre la production électrique à EDF.
L'entreprise contactée pour ce projet a communiqué les informations suivantes.

Doc. 1

Selon les régions et selon l'exposition, certains panneaux peuvent avoir une production d'électricité (en kWh/an) différente des normes indiquées.
Dans le Sud-Ouest de la France, avec ce type d'installation, les relevés des productions électriques de 72 panneaux montrent que :

- la production minimale est de 200 kWh/an ;
- l'étendue est égale à 110 kWh/an ;
- la production médiane est de 250 kWh/an.

Doc. 2

EDF rachète le kilowattheure au prix de 0,58 €.
L'installation de 12 panneaux photovoltaïques coute 20 000 € TTC.

- D'après les données fournies par l'entreprise, quel montant minimal en euros devraient rapporter ces 72 panneaux à la commune en une année ?
Quel pourcentage de l'investissement cette somme représente-t-elle ?

Brevet

53 Alphabet

FR

Le tableau ci-dessous a été construit en comptant les fréquences des 26 lettres de l'alphabet dans un texte français de 100 000 lettres composé de textes de Gustave Flaubert, de Jules Verne et de trois articles de *l'Encyclopedia Universalis*.

Lettre	Fréquence	Lettre	Fréquence	Lettre	Fréquence
A	8,40 %	J	0,31 %	S	8,08 %
B	1,06 %	K	0,05 %	T	7,07 %
C	3,03 %	L	6,01 %	U	5,74 %
D	4,18 %	M	2,96 %	V	1,32 %
E	17,26 %	N	7,13 %	W	0,04 %
F	1,12 %	O	5,26 %	X	0,47 %
G	1,27 %	P	3,01 %	Y	0,30 %
H	0,92 %	Q	0,99 %	Z	0,12 %
I	7,35 %	R	6,55 %		

1. Quelles sont les cinq lettres les plus fréquentes ?

2. Représenter graphiquement la répartition des voyelles et des consonnes.

3. Si toutes les lettres avaient la même fréquence d'apparition, quelle serait cette fréquence ?

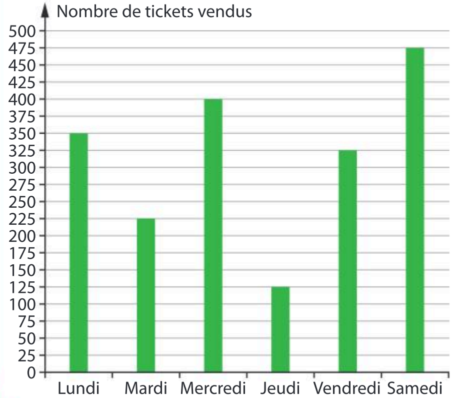
D'après DNB Asie, 2012.

54 Tombola

Une association décide d'organiser une tombola pour financer entièrement une sortie pour ses adhérents d'un montant de 2 660 €.

Le 1er ticket tiré au sort fera remporter le gros lot d'une valeur de 300 €. Les 10 tickets suivants tirés au sort feront remporter un lot d'une valeur de 25 € chacun. Les 20 tickets suivants tirés au sort feront remporter un lot d'une valeur de 5 € chacun. L'association finance entièrement les lots. Chaque ticket de tombola est vendu 2 €, et les tickets sont vendus durant 6 jours.

On a représenté ci-dessous le diagramme des ventes des tickets durant ces 6 jours.



1. L'association pourra-t-elle financer entièrement cette sortie ?

2. Pour le même nombre de tickets vendus, proposer un prix de ticket de tombola permettant de financer un voyage d'une valeur de 10 000 €. Quel serait le prix minimal ?

3. Le gros lot a été déjà tiré. Quelle est la probabilité de tirer un autre ticket gagnant ? Donner le résultat sous la forme fractionnaire.

D'après DNB Asie, 2014.

55 Label de qualité

Voici, pour la production de l'année 2009, le relevé des longueurs des gousses de vanille d'un cultivateur de Tahaa :

Longueur (en cm)	12	15	17	22	23
Effectif	600	800	1800	1200	600

1. Quel est l'effectif total de cette production ?

2. Le cultivateur peut seulement les conditionner dans des tubes de 20 cm de long. Quel pourcentage de cette production a-t-il pu conditionner sans plier les gousses ?

3. La chambre d'agriculture décerne une récompense (un « label de qualité ») aux agriculteurs si :

- la longueur moyenne des gousses de leur production est supérieure ou égale à 16,5 cm ;
- et plus de la moitié des gousses de leur production a une taille supérieure à 17,5 cm.

Ce cultivateur pourra-t-il recevoir ce « label de qualité » ?

D'après DNB Polynésie, 2011.

56 Salaires

Les informations suivantes concernent les salaires des hommes et des femmes d'une même entreprise.

Salaires des femmes :

1 200 €	1 230 €	1 250 €	1 310 €	1 376 €
1 400 €	1 440 €	1 500 €	1 700 €	2 100 €

Salaires des hommes :

Effectif total : 20 — Étendue : 2 400 €

Moyenne : 1 769 € — Médiane : 2 000 €

Les salaires des hommes sont tous différents.

1. Comparer le salaire moyen des hommes et celui des femmes.

2. On tire au sort une personne dans l'entreprise. Quelle est la probabilité que ce soit une femme ?

3. Le plus bas salaire de l'entreprise est de 1 000 €. Quel salaire est le plus élevé ?

4. Dans cette entreprise combien de personnes gagnent plus de 2 000 € ?

D'après DNB Métropole – La Réunion – Antilles – Guyane, 2013.

Travailler autrement

Utilisable en AP

Deux énoncés pour un exercice

Exercice 1

Un concessionnaire expose des voitures d'occasion. Le tableau ci-dessous indique leur répartition selon le kilométrage au compteur.

Kilométrage (en km)	150 000	16 000	35 000
Nombre de voitures	1	4	7

1. Quelle est l'étendue de cette série ?
2. Quel est le kilométrage moyen des véhicules d'occasion exposés ?

Exercice 2

Voici une série de valeurs :

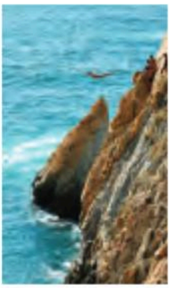
10 10 10 15 20 20 20

Changer une seule valeur de sorte que les deux conditions suivantes soient vérifiées :
- l'étendue augmente de 2 ;
- la moyenne diminue.

Exercice 3

Au bord de la Méditerranée, des baigneurs plongent des falaises.
Voici les hauteurs des plongeons regroupées par classes :

Hauteur (en m)	Effectif
$0 \leqslant h < 2$	8
$2 \leqslant h < 4$	10
$4 \leqslant h < 6$	5
$6 \leqslant h < 8$	4



1. Quelle est la hauteur moyenne de ces plongeons ? Arrondir au centimètre près.
2. Quel est le pourcentage de plongeons strictement inférieurs à 2 m ? supérieurs ou égaux à 4 m ? Arrondir à l'unité près.

Exercice 1

Un concessionnaire expose des voitures d'occasion. Le tableau ci-dessous indique leur répartition selon le kilométrage au compteur et leur âge.

Kilométrage (en km)	150 000	16 000	35 000
Nombre de voitures	1	4	7
Âge moyen (en années)	8,5	1	2,5

- Quel est le kilométrage et l'âge moyen de ces véhicules ?

Exercice 2

Voici une série de valeurs :

10 10 10 15 20 20 20

Changer une seule valeur de sorte que les trois conditions suivantes soient vérifiées :
- l'étendue ne change pas ;
- la médiane augmente ;
- la moyenne augmente de 1.

Donner toutes les possibilités.

Exercice 3

On considère les hauteurs des plongeons de l'Exercice 3 que l'on regroupe en classes d'une amplitude inférieure.

Hauteur (en m)	Effectif	Effectif cumulé croissant
$1,5 \leqslant h < 3$	10	
$3 \leqslant h < 4,5$	10	
$4,5 \leqslant h < 6$	3	
$6 \leqslant h < 7,5$	3	
$7,5 \leqslant h < 9$	1	

1. Quelle est la hauteur moyenne de ces plongeons ? Arrondir au centimètre près.
   Comparer ce résultat à la moyenne trouvée dans l'Exercice 3. Que remarque-t-on ? Pourquoi ?
2. Compléter les effectifs cumulés croissants et donner un encadrement le plus précis possible de la médiane.

Écriture d'un énoncé

- Faire une 1re liste de sept valeurs comprises entre 0 et 10 (trois valeurs au moins doivent être différentes).
- Mettre au carré chaque valeur pour obtenir une 2e liste.

Donner la 1re liste de nombres à un camarade.
Garder la 2e liste.
Chacun calcule ensuite, pour sa série, l'étendue, la médiane et la moyenne et vérifie les résultats de son camarade.
Les rôles pourront ensuite être inversés.

Création de ses propres données

Certaines applications permettent de tester ses réflexes sur un smartphone ou une tablette.

1. Établir des séries de temps de réaction.
2. Étudier les caractéristiques de ces séries, puis comparer et interpréter les résultats.
3. Représenter graphiquement ces séries.

CHAPITRE 10

Ta mission

Savoir calculer des probabilités de différentes manières.

Probabilités

Jeux

Le Mastermind

Ce jeu consiste à retrouver une bonne combinaison de 4 pions parmi 8 couleurs possibles en suivant des déductions logiques. Chaque couleur n'apparait qu'une seule fois. Un point rouge indique un pion de couleur bien placé et un point blanc indique un pion de couleur présent mais mal placé, sans que l'on sache desquels il s'agit.

- Au vu du jeu ci-contre, est-on sûr de gagner au prochain coup ? Si oui, comment ?

Infos

Un casino est un lieu proposant des jeux d'argent en lien avec le hasard. Il y a des jeux où les joueurs perdent quand le casino gagne et d'autres où les joueurs jouent les uns contre les autres : le casino prend alors une part du gain des joueurs.

Les règles sont fixées grâce au calcul des probabilités : le casino gagne toujours plus d'argent qu'il n'en perd.

Machine à sous fabriquée en 1929.

Activités

Questions flash

diapo

1. On tire une carte dans un jeu de 32 cartes.
   - A-t-on plus de chances d'obtenir un as ou d'obtenir une carte rouge ?
2. On tire une boule dans une urne contenant cinq boules rouges et trois boules vertes.
   - Quelle est la probabilité d'obtenir une boule verte ?
3. A et B sont deux évènements incompatibles tels que $P(\text{A}) = 0{,}3$ et $P(\text{B}) = 0{,}5$.
   a. Que vaut $P(\text{A ou B})$?
   b. Que vaut $P(\overline{\text{A}})$?
4. Le tableau ci-dessous résume des données concernant les élèves d'un collège.

	Externes	Demi-pensionnaires	Total
Filles	75	195	270
Garçons	105	225	330
Total	180	420	600

On croise un élève de ce collège. On note F l'évènement « C'est une fille » et E l'évènement « C'est un externe ».
   a. Que vaut $P(\text{E})$?
   b. Que vaut $P(\overline{\text{F}})$?
   c. Quelle est la probabilité que ce soit une fille demi-pensionnaire ?

Répétition générale

4e — Activité 1

On lance plusieurs fois un dé cubique équilibré et on s'intéresse à la fréquence de « 5 » obtenus lors de ces lancers.

1. On peut simuler cette expérience avec une calculatrice.
   a. **Sur CASIO**
   Pour obtenir le tirage aléatoire d'un nombre entre 1 et 6, on utilise l'instruction RanInt#(1;6)
   Pour cela, appuyer sur ALPHA ● puis sur Ran# RanInt , et enfin taper 1 SECONDE ● 3 6) EXE.
   b. **Sur TI**
   Pour obtenir le tirage aléatoire d'un nombre entre 1 et 6, on utilise l'instruction randn(1;6) DEG 4
   Pour cela, aller dans le menu système maths, choisir « RND » et « 2 : randn(», puis taper 1 2nde , 6 norm) entrer
   Faire cette expérience 50 fois et noter le nombre de « 5 » obtenus.
2. a. Reproduire la feuille de calcul ci-dessous.

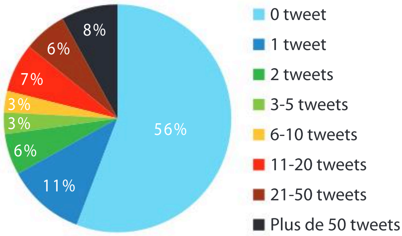
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Pour chaque élève				Cumul des résultats			
2		Nombre de lancers	Nombre de "5" obtenus			Nombre de lancers	Nombre de "5" obtenus	Fréquence de "5" obtenus
3	Élève n°1	50			Avec 1 élève	50		
4	Élève n°2	50			Avec 2 élèves	100		
5	Élève n°3	50			Avec 3 élèves	150		

   b. Reporter les résultats de chaque élève dans la colonne C et compléter la cellule G3.
   c. Quelles formules faut-il entrer dans les cellules G4 et H3 ?
   Recopier ces formules vers le bas.
3. À l'aide du tableur, représenter la fréquence de « 5 » en fonction du nombre de lancers.
4. Comment évolue la fréquence de « 5 » ? Comment peut-on l'expliquer ?

Tweeter or not tweeter ?

4e Activité 2

Le document ci-contre donne le pourcentage d'utilisateurs selon le nombre de tweets qu'ils ont envoyés.
On prend un compte Twitter au hasard et on observe le nombre de tweets envoyés par l'utilisateur.



Source : www.blogdumoderateur.com

1. Quelle est la probabilité que l'utilisateur ait envoyé 1 tweet ?
2. Quelle est la probabilité que l'utilisateur ait envoyé entre 3 et 20 tweets ?
3. Quelle est la probabilité que l'utilisateur ait envoyé plus de 20 tweets ?
4. Quelle est la probabilité que l'utilisateur ait envoyé au plus 20 tweets ?
5. Quelle est la probabilité que l'utilisateur n'ait jamais envoyé de tweet ?

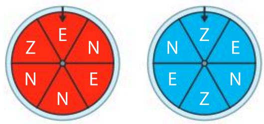
En deux roues…

Activité 3

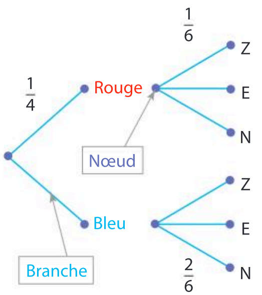
On considère l'expérience suivante, qui se déroule en deux étapes.

1re étape
On fait tourner la roue de loterie ci-contre et on note la couleur indiquée par la flèche.

2de étape
Selon la couleur obtenue à la 1re étape, on fait tourner la roue de couleur correspondante et on note la lettre indiquée par la flèche.



1. **a.** Écrire la liste de toutes les issues de cette expérience aléatoire.
   b. Ces issues semblent-elles équiprobables ?
2. Pour représenter cette expérience à deux épreuves, on peut construire un arbre de probabilités comme ci-contre.
   On place le nombre $\frac{1}{4}$ sur la branche qui va vers Rouge, car on a une chance sur quatre d'obtenir le rouge en faisant tourner la 1re roue.
   On place le nombre $\frac{1}{6}$ sur la branche qui va de Rouge à Z, car si on fait tourner la roue rouge, on a une chance sur six d'obtenir la lettre Z.



   a. Expliquer la signification du nombre $\frac{2}{6}$ placé sur la branche qui va de Bleu à N.
   b. Recopier et compléter cet arbre.
   c. Que peut-on remarquer concernant les probabilités des branches issues d'un même nœud ?
3. On suppose qu'on répète 240 000 fois cette expérience.
   a. Peut-on dire approximativement combien d'expériences donneront Bleu comme résultat de la 1re épreuve ?
   b. Parmi les expériences ayant donné Bleu à la 1re épreuve, combien approximativement donneront N comme résultat de la 2de épreuve ?
   c. Quelle proportion de ces expériences donnent finalement l'issue (Bleu ; N) ?
   d. Quelle est la probabilité d'obtenir l'issue (Bleu ; N) ?
   e. Quelle est la probabilité d'obtenir l'issue (Rouge ; Z) ?

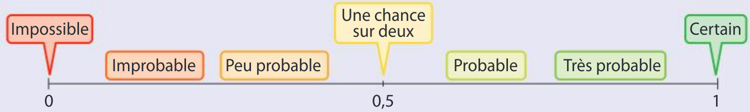
4e 1 Modéliser une expérience aléatoire

Vidéo

Définitions et propriétés

- Une **expérience aléatoire** est une expérience dans laquelle intervient le hasard. On ne peut pas en prévoir le résultat à l'avance, mais on peut lister les différentes possibilités que l'on appelle **issues**.
- La **probabilité** d'une issue est un nombre compris entre 0 et 1 qui peut s'interpréter comme la « proportion de chances » que cette issue a d'être obtenue.
  La somme des probabilités de toutes les issues d'une expérience aléatoire est égale à 1.

On peut exprimer une probabilité sous plusieurs formes : un nombre décimal, une fraction, un pourcentage …



Définition et propriété

Lorsque toutes les issues d'une expérience aléatoire ont la même probabilité, on dit que les issues sont **équiprobables**.
Si l'expérience comporte n issues, la probabilité de chacune d'entre elles vaut $\frac{1}{n}$.

Exemple

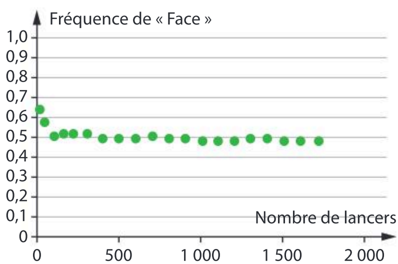
On fait tourner cette roue équilibrée et divisée en huit secteurs de même aire. Les issues 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 et 8 sont équiprobables.
La probabilité de chacune d'entre elles vaut $\frac{1}{8}$, soit 0,125, soit 12,5 %.

Propriété

Si on répète un très grand nombre de fois une expérience aléatoire, la fréquence d'apparition d'une issue devient proche d'un nombre qui est la probabilité de cette issue.

Exemple

On a lancé un grand nombre de fois une pièce de monnaie équilibrée et on a obtenu les résultats suivants.



Lorsqu'on ne sait pas calculer la probabilité d'une issue ou d'un évènement, on peut répéter l'expérience aléatoire un grand nombre de fois afin d'approcher cette valeur par des fréquences.

On constate que la fréquence de « Face » se stabilise autour de 0,5, ce qui est bien la probabilité d'obtenir « Face ».

Savoir-faire

Apprends à l'aide des exercices résolus puis entraine-toi !

1 Modéliser une expérience aléatoire

1 Parmi les consonnes de l'alphabet, on tire une lettre au hasard.

- Quelle est la probabilité d'obtenir la lettre T ?

Solution

Il y a 20 consonnes en tout et il y a autant de chances d'obtenir chacune d'entre elles.
Il y a donc 20 issues équiprobables.

On a donc une probabilité de $\frac{1}{20}$ d'obtenir la lettre T.

2 On lance un dé truqué à 6 faces pour lequel on a les probabilités suivantes.

Issue	1	2	3	4	5	6
Probabilité	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{3}$	?	$\frac{1}{6}$	0	$\frac{1}{7}$

- Quelle est la probabilité d'obtenir le 3 ?

Solution

La somme des probabilités de toutes les issues est égale à 1.

Or $\frac{1}{7} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + 0 + \frac{1}{7} = \frac{6}{42} + \frac{14}{42} + \frac{7}{42} + \frac{6}{42} = \frac{33}{42}$.

Ainsi la probabilité d'obtenir 3 vaut :

$$1 - \frac{33}{42} = \frac{42}{42} - \frac{33}{42} = \frac{9}{42} = \frac{3}{14}.$$

3 On met les douze jetons ci-dessous dans un sac.

On s'intéresse à différentes expériences aléatoires. Pour chacune d'elles, donner les issues et préciser si elles sont équiprobables ou non.

a. On tire un jeton de ce sac et on regarde sa couleur.

b. On tire un jeton de ce sac et on regarde son numéro.

c. On tire un jeton de ce sac et on regarde si le numéro est pair.

Solution

a. Les issues sont « gris » et « doré ». Il y a plus de jetons gris que de jetons dorés, donc les issues ne sont pas équiprobables.

b. Les issues sont : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9.
Il y a deux jetons qui portent le numéro 6 et un seul qui porte le numéro 1, donc les issues ne sont pas équiprobables.

c. Les issues sont : « pair » et « impair ». Il y a autant de jetons portant un numéro pair que de jetons portant un numéro impair, donc les issues sont équiprobables.

4 On fait tourner cette roue divisée en neuf secteurs de même aire.

1. Classer les évènements suivants du plus probable au moins probable.

a. Obtenir un numéro impair.

b. Obtenir le 1.

c. Obtenir un secteur bleu.

d. Obtenir un nombre entier inférieur à 10.

2. Quelle est la probabilité d'obtenir le numéro « 2 » ?

5 Dans un sac, il y a des jetons noirs, rouges et verts. On tire un jeton au hasard. La probabilité de deux issues sont données dans ce tableau.

Issue	Noir	Rouge	Vert
Probabilité	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	?

- Quelle est la probabilité d'obtenir un jeton vert ?

Cours

4e

2 Déterminer la probabilité d'un évènement

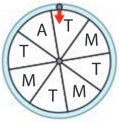
Vidéo

Définition et propriété

Selon le résultat d'une expérience aléatoire, on dit qu'un **évènement** est réalisé ou non. La **probabilité d'un évènement** est égale à la somme des probabilités des issues qui le réalisent. C'est un nombre compris entre 0 et 1.

Exemple

On fait tourner la roue ci-contre divisée en huit secteurs de même aire, et on regarde la lettre obtenue.



Les issues sont A, T et M. On a $P(\text{A}) = \frac{1}{8}$, $P(\text{T}) = \frac{4}{8}$ et $P(\text{M}) = \frac{3}{8}$.

On note C l'évènement « Obtenir une consonne ». Les issues qui réalisent l'évènement C sont M et T. On a donc $P(\text{C}) = P(\text{M}) + P(\text{T}) = \frac{3}{8} + \frac{4}{8} = \frac{7}{8}$.

Propriété

Dans une expérience aléatoire où toutes les issues sont **équiprobables**, la probabilité d'un évènement A est égale à $P(\text{A}) = \frac{\text{nombre d'issues qui réalisent l'évènement A}}{\text{nombre total d'issues}}$.

Exemple

Lorsqu'on lance un dé cubique **équilibré**, on a 6 issues équiprobables : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6.
On considère l'évènement A « Obtenir un nombre plus grand que 4 ».
Il y a deux issues qui réalisent l'évènement A : 5 et 6. Donc $P(\text{A}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Définition et propriété

On dit que deux évènements sont **incompatibles** s'ils ne peuvent pas se réaliser en même temps.
Si deux évènements A et B sont incompatibles, alors $P(\text{A ou B}) = P(\text{A}) + P(\text{B})$.

Exemple

Lorsqu'on tire une carte dans un jeu de 32 cartes, les évènements A « Obtenir une carte rouge » et B « Obtenir un pique » ne peuvent pas se réaliser en même temps. A et B sont incompatibles.
L'évènement « Obtenir une carte rouge ou obtenir un pique », noté A ou B, a pour probabilité :

$$P(\text{A ou B}) = P(\text{A}) + P(\text{B}) = \frac{16}{32} + \frac{8}{32} = \frac{24}{32} = \frac{3}{4}$$

En revanche, les évènements C « Obtenir un roi » et D « Obtenir un cœur » ne sont pas incompatibles. En effet, si le résultat du tirage est le roi de cœur, les deux évènements C et D sont réalisés en même temps.

Définition et propriété

L'**évènement contraire** d'un évènement A est l'évènement qui se réalise lorsque A n'est pas réalisé. On le note $\overline{\text{A}}$. Sa probabilité est $P(\overline{\text{A}}) = 1 - P(\text{A})$.

Exemple

On tire au sort le nom d'un mois de l'année.
On considère l'évènement A « Le nom du mois contient la lettre O ». L'évènement contraire de A est l'évènement $\overline{\text{A}}$: « Le nom du mois ne contient pas la lettre O ».

$P(\text{A}) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ donc $P(\overline{\text{A}}) = 1 - P(\text{A}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{4}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

Savoir-faire

Apprends à l'aide des exercices résolus puis entraine-toi !

2 Déterminer la probabilité d'un évènement

6 On choisit un élève au hasard dans une classe de 3^{e} et on note son âge. Les probabilités de chaque issue sont données dans le tableau suivant.

Âge (en années)	13	14	15	16
Probabilité	4,2 %	79,1 %	16,3 %	0,4 %

- Quelle est la probabilité de l'évènement A : « Choisir un élève de 15 ans ou plus » ?

Solution

Cette expérience aléatoire comporte quatre issues : 13 ; 14 ; 15 ; 16. Ces issues ne sont pas équiprobables. Pour calculer la probabilité d'un évènement, il faut additionner les probabilités des issues qui le réalisent. Les issues qui réalisent l'évènement A sont 15 et 16.

$P(15) = \dfrac{16{,}3}{100} = 0{,}163 \qquad P(16) = \dfrac{0{,}4}{100} = 0{,}004$

Donc $P(A) = P(15) + P(16) = 0{,}167$.

8 Une urne contient vingt boules numérotées de 1 à 20. On tire une boule au hasard et on note son numéro.
On considère les évènements A « Obtenir un multiple de 7 » et B « Obtenir un numéro plus grand que 15 ».

1. Les évènements A et B sont-ils incompatibles ?
2. Calculer la probabilité de l'évènement « A ou B ».

Solution

1. On cherche si A et B peuvent se réaliser en même temps.
Les multiples de 7 compris entre 1 et 20 sont 7 et 14. 7 et 14 sont plus petits que 15, donc A et B ne peuvent pas se réaliser en même temps : A et B sont incompatibles.
2. Comme A et B sont incompatibles, on a $P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B)$. On calcule donc $P(A)$ et $P(B)$.
Deux issues équiprobables réalisent l'évènement A : 7 et 14.
Donc $P(A) = \dfrac{2}{20} = \dfrac{1}{10}$.
Cinq issues équiprobables réalisent l'évènement B : 16, 17, 18, 19 et 20.
Donc $P(B) = \dfrac{5}{20} = \dfrac{1}{4}$.
$P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B) = \dfrac{2}{20} + \dfrac{5}{20} = \dfrac{7}{20}$.

7 On lance un dé équilibré à 6 faces.
On note A l'évènement « Obtenir un multiple de 3 ».

1. Déterminer $P(A)$.
2. Décrire l'évènement $\overline{A}$ contraire de l'évènement A.
3. Déterminer $P(\overline{A})$.

Solution

1. Cette expérience aléatoire comporte six issues : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6. Comme le dé est équilibré, on est en situation d'équiprobabilité. Pour calculer la probabilité d'un évènement, il suffit donc de compter combien d'issues réalisent cet évènement. Deux issues réalisent l'évènement A : 3 et 6.
Donc $P(A) = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$.
2. $\overline{A}$ est l'évènement « Ne pas obtenir un multiple de 3 ».
3. On calcule la probabilité de $\overline{A}$ à partir de la probabilité de A :
$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

Pour calculer $P(\overline{A})$, on aurait aussi pu compter combien d'issues réalisent l'évènement $\overline{A}$.

9 Dans une tirelire, il y a trois pièces de 2 €, une pièce de 1 €, deux de 5 centimes et quatre de 1 centime.

- Si on retourne cette tirelire et qu'on fait tomber une pièce au hasard, quelle est la probabilité que ce soit une pièce de couleur cuivrée ?

10 Dans un cellier contenant des boites de conserves de même taille, il y a trois boites de petits pois, deux boites de confit de canard, une boite de fruits au sirop et cinq boites de haricots verts. On prend une boite sans allumer la lumière.

1. Déterminer la probabilité que cette boite ne contienne pas de légumes.
2. Déterminer la probabilité que cette boite contienne des légumes ou des fruits.

Cours

3 Construire et utiliser un arbre de probabilités

Vidéo

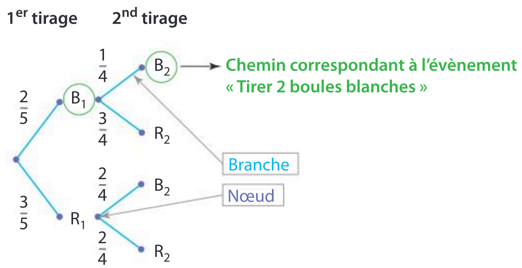
Méthode

Pour représenter une expérience aléatoire comportant **deux épreuves**, on peut construire un arbre de probabilités.

Exemple

Dans une urne contenant deux boules blanches et trois boules rouges, on tire une première boule puis une seconde sans remettre la première dans l'urne.
On note :

- B_1 l'évènement « On tire une boule blanche au 1^er^ tirage » ;
- R_1 l'évènement « On tire une boule rouge au 1^er^ tirage » ;
- B_2 l'évènement « On tire une boule blanche au 2^nd^ tirage » ;
- R_2 l'évènement « On tire une boule rouge au 2^nd^ tirage ».



On a $P(B_1) = \frac{2}{5}$ car il y a 2 boules blanches parmi les 5 boules.

$P(R_1) = \frac{3}{5}$ car il y a 3 boules rouges parmi les 5 boules.

- Si on tire une boule blanche au 1^er^ tirage (B_1 est réalisé), il reste 1 boule blanche et 3 boules rouges dans l'urne. On a donc une probabilité de $\frac{1}{4}$ de retirer une boule blanche au 2^nd^ tirage et une probabilité de $\frac{3}{4}$ de tirer une boule rouge au 2^nd^ tirage.
- Si on tire une boule rouge au 1^er^ tirage (R_1 est réalisé), il reste 2 boules blanches et 2 boules rouges dans l'urne. On a donc une probabilité de $\frac{2}{4}$ de tirer une boule blanche au 2^nd^ tirage et une probabilité de $\frac{2}{4}$ de retirer une boule rouge au 2^nd^ tirage.

Règle

- La somme des probabilités portées sur les branches issues d'un même nœud est égale à 1.
- La probabilité d'un chemin est égale au produit des probabilités rencontrées le long de ce chemin.

Exemple

Avec l'exemple précédent, la probabilité de **tirer deux boules blanches** est égale à :

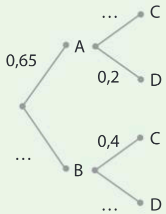
$$\frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}.$$

Savoir-faire

Apprends à l'aide des exercices résolus puis entraine-toi !

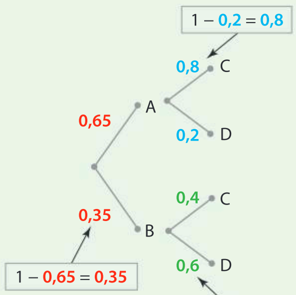
3 Construire et utiliser un arbre de probabilités

11 Compléter l'arbre de probabilités suivant.



Solution

On utilise la règle :
« La somme des probabilités portées sur les branches issues d'un même nœud est égale à 1. »
On obtient :



12 Dans un pays où il nait 52 % de filles, deux femmes vont accoucher.

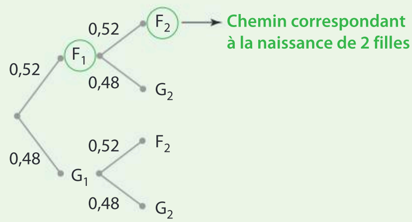
- Quelle est la probabilité qu'elles aient chacune une fille ?

Solution

C'est une expérience aléatoire comportant deux épreuves identiques : la naissance d'un enfant. On va construire un arbre pour pouvoir déterminer la probabilité demandée.
Pour la première épreuve, on a deux issues : fille (F_1) ou garçon (G_1) et pour la seconde, deux issues également : fille (F_2) ou garçon (G_2).

De plus, dans chacun des cas :
- l'issue « Avoir une fille » a une probabilité égale 0,52 ;
- l'issue « Avoir un garçon » a une probabilité égale à 1 – 0,58 soit 0,48.

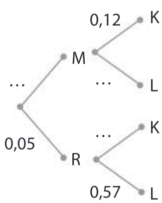
1re épreuve 2de épreuve



Ainsi la probabilité d'avoir deux filles est donnée par le produit des probabilités rencontrées le long du chemin correspondant :

$$0{,}52 \times 0{,}52 = 0{,}2704.$$

13 Recopier et compléter l'arbre de probabilités suivant.



14 Dans un collège, il y a 55 % de garçons et 45 % de filles. 10 % des garçons et 15 % des filles étudient le latin. On choisit au hasard un élève de ce collège.

1. Représenter cette situation par un arbre.
2. Quelle est la probabilité que ce soit une fille qui fasse du latin ?
3. Quelle est la probabilité que ce soit un garçon qui fasse du latin ?

Exercices

2 pages d'exercices supplémentaires dans le manuel numérique

Modéliser une expérience aléatoire

Savoir-faire p. 173

Questions flash

diapo

15 Un ordinateur choisit un nombre entier au hasard entre 9 et 23 inclus.

- Quelle est la probabilité que ce soit le 17 ?

16 On tire au hasard un jeton dans un sac qui contient des jetons rouges, bleus et verts.
On a établi les probabilités suivantes.

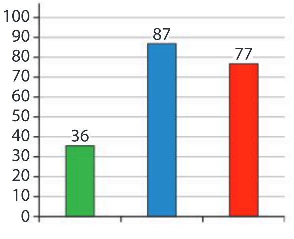
Issue	Rouge	Bleu	Vert
Probabilité	0,55	0,07	**?**

- Quelle est la probabilité d'obtenir un jeton vert ?

17 On lance un dé équilibré à 20 faces.

1. Quelles sont les issues de cette expérience aléatoire ?
2. Donner la probabilité de chacune de ces issues.

18 Une roue équilibrée est partagée en cinq secteurs identiques : un vert, deux bleus et deux rouges. On fait tourner 200 fois cette roue et on note à chaque fois la couleur du secteur obtenu.
On obtient les résultats suivants.



1. Déterminer la fréquence d'apparition du secteur bleu.
2. Quelle est la probabilité d'obtenir un secteur bleu lors d'un tour de roue ?

19 Une pièce a deux fois plus de chances de tomber sur « Pile » que sur « Face ».
On la lance.

- Quelle est la probabilité de chacune des issues ?

Déterminer la probabilité d'un évènement

Savoir-faire p. 175

Questions flash

diapo

20 On lance un dé équilibré à 6 faces.

- A-t-on plus de chances d'obtenir un nombre plus grand que 3 ou d'obtenir un multiple de 3 ?

21 On lance un dé équilibré à 20 faces.

- Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre divisible par 7 ?

22 Une urne contient 15 boules dont 10 boules rouges. On tire une boule au hasard.

- Quelle est la probabilité qu'elle ne soit pas rouge ?

23 On lance un dé truqué dont les probabilités d'apparition de chaque face sont données dans le tableau suivant.

Issue	1	2	3	4	5	6
Probabilité	$\frac{1}{12}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{4}{12}$	$\frac{1}{12}$

Julien a tapé sur sa calculatrice le calcul suivant :

(1 ÷ 1 2) + (1 ÷ 1 2)
+ (4 ÷ 1 2)

1. Quelle pouvait être la question posée par le professeur ?
2. Répondre à cette question.

24 Dans une journée de formation, la répartition des participants est la suivante.

Origine \ Sexe	Hommes	Femmes
Gironde	29	78
Lot-et-Garonne	17	34

On choisit au hasard une personne de ce groupe et on note A l'évènement « La personne choisie est un homme ».

1. Quelle est la probabilité de l'évènement A ?
2. Décrire par une phrase l'évènement $\overline{A}$ et donner sa probabilité.
3. On note B l'évènement « La personne choisie est une femme originaire du Lot-et-Garonne ». Calculer $P(B)$.
4. Les évènements A et B sont-ils incompatibles ?

25 Dans un jeu de 52 cartes, il y a quatre catégories : cœur, carreau, pique et trèfle. Dans chaque catégorie, il y a 13 cartes : 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, valet, dame, roi et as. On tire une carte au hasard dans un jeu de 52 cartes.

1. Quelle est la probabilité d'obtenir une carte rouge ?
2. Quelle est la probabilité d'obtenir un valet ?
3. Quelle est la probabilité d'obtenir un valet rouge ?

26 On tire un jeton dans différents sacs contenant des jetons dont certains sont jaunes. Recopier et compléter le tableau suivant en utilisant ces nombres :

60 0,44 27 0,56

	Nombre de jetons jaunes	Nombre de jetons non jaunes	Probabilité d'obtenir un jeton jaune
Sac A	28	22	…
Sac B	40	…	$\frac{2}{5}$
Sac C	…	36	$\frac{3}{7}$
Sac D	22	28	…

27 Une boite contient les jetons suivants :

On choisit au hasard un jeton dans la boite.

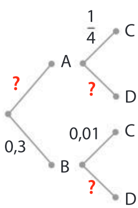
1. Quelle est la probabilité d'obtenir un jeton portant la lettre A ?
2. Quelle est la probabilité d'obtenir un jeton rond ?
3. Quelle est la probabilité d'obtenir un jeton carré portant la lettre B ?

Construire et utiliser un arbre de probabilités

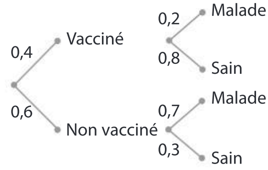
Savoir-faire p. 177

Questions flash diapo

28 Quels sont les nombres manquants sur cet arbre de probabilités ?



29 Dans une population donnée, on choisit au hasard un individu. On a les probabilités suivantes concernant une certaine maladie.



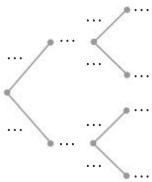
1. Quelle est la probabilité que la personne choisie soit vaccinée ?
2. Quelle est la probabilité que la personne choisie soit à la fois saine et vaccinée ?

30 On pioche une carte au hasard dans un jeu de 52 cartes et on regarde si c'est un as ou non, puis on pioche une deuxième carte dans un autre jeu de 32 cartes et on regarde si c'est une figure (valet, dame ou roi) ou non. On note :

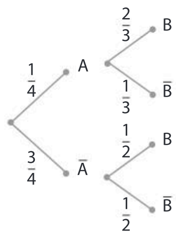
- A l'évènement « Obtenir un as à la 1re épreuve » ;
- F l'évènement « Obtenir une figure à la 2de épreuve.

Reproduire et compléter l'arbre de probabilités avec les éléments suivants :

F $\overline{F}$ A $\overline{A}$ $\frac{1}{13}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{12}{13}$ $\frac{3}{8}$



31 On donne l'arbre de probabilités ci-dessous.



Dans chacun des cas suivants, choisir l'unique bonne réponse :

1. La probabilité de l'évènement A vaut :
   a. On ne peut pas répondre. b. $\frac{1}{4}$ c. $\frac{3}{4}$ d. $\frac{2}{3}$

La probabilité de l'évènement « A et B » vaut :
   a. On ne peut pas répondre. b. $\frac{2}{3}$ c. $\frac{1}{6}$ d. $\frac{11}{12}$

32 Une pièce est truquée : la probabilité d'obtenir « Face » vaut $\frac{2}{3}$. On lance deux fois cette pièce.

Quelle est la probabilité d'obtenir deux « Pile » ?

Faire le point

Vérifie tes connaissances.

QCM Donner la seule réponse correcte parmi les trois proposées.

1 Modéliser une expérience aléatoire

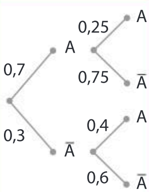
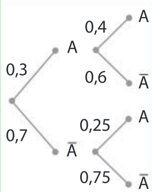
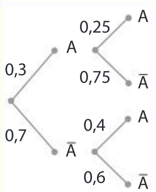
	Réponse A	Réponse B	Réponse C
Pour une expérience, on a listé toutes les issues et leur probabilité. Issue : 1, 2, 3 Probabilité : p, $4p$, $5p$ Alors p vaut :	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{9}$	10

Issue	1	2	3
Probabilité	p	$4p$	$5p$

2 Déterminer la probabilité d'un évènement

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. On tire une boule dans un sac contenant 3 boules rouges et 28 boules noires. Quelle est la probabilité d'obtenir une boule rouge ?	$\frac{3}{28}$	$\frac{3}{31}$	$\frac{31}{3}$
2. Si $P(A) = \frac{47}{89}$, alors $P(\overline{A})$ vaut :	On ne peut pas savoir.	$\frac{89}{47}$	$\frac{42}{89}$

3 Construire et utiliser un arbre de probabilités

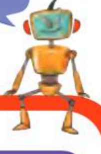
	Réponse A	Réponse B	Réponse C
Un joueur lance deux fois une fléchette sur une cible. Ses chances d'atteindre la cible la 1re fois sont de 30 %. S'il atteint la cible, ses chances de l'atteindre à nouveau sont de 25 %. S'il l'a ratée, ses chances de la rater de nouveau sont de 60 %. On note A l'évènement « Le joueur atteint sa cible ». Quel arbre représente cette situation ?			

Arbre A : 0,7 → A (0,25 → A ; 0,75 → $\overline{A}$) ; 0,3 → $\overline{A}$ (0,4 → A ; 0,6 → $\overline{A}$)

Arbre B : 0,3 → A (0,4 → A ; 0,6 → $\overline{A}$) ; 0,7 → $\overline{A}$ (0,25 → A ; 0,75 → $\overline{A}$)

Arbre C : 0,3 → A (0,25 → A ; 0,75 → $\overline{A}$) ; 0,7 → $\overline{A}$ (0,4 → A ; 0,6 → $\overline{A}$)

Pour t'aider à retenir le cours.*



Carte mentale

Reproduire et compléter cette carte mentale.

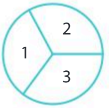
Issues équiprobables

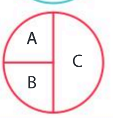
$P(1) = P(2) = P(3)$

Issues non équiprobables

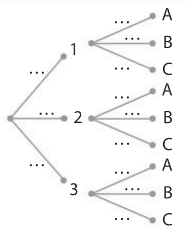
$P(A) = \ldots$
$P(B) = \ldots$
$P(C) = \ldots$

Expérience aléatoire à 2 épreuves





Arbre de probabilités



Probabilité d'obtenir « 3B » = …

*Tu peux aussi construire ta propre carte mentale.

Algorithmique et outils numériques

33 Somme de dés

On lance deux dés équilibrés à 6 faces et on s'intéresse à la somme de ces deux dés.

1. Quelles sont les issues de cette expérience aléatoire ?

2. Afin de simuler cette expérience aléatoire, Axel a écrit ce script.

```
quand [drapeau vert] cliqué
mettre [nombre de tirages] à 0
mettre [nombre de succès] à 0
répéter indéfiniment
    mettre [dé1] à nombre aléatoire entre ( ) et ( )
    mettre [dé2] à nombre aléatoire entre ( ) et ( )
    ajouter à [nombre de tirages] 1
    si < ... = ... > alors
        ajouter à [nombre de succès] 1
    mettre [fréquence] à ( ) / ( )
```

a. Quelles sont les variables qui interviennent dans ce script ?

b. Compléter ce script afin d'estimer la probabilité de l'évènement « La somme est égale à 7 ».

c. Combien vaut cette probabilité ?

3. En exécutant ce script avec différentes valeurs, recopier et compléter le tableau suivant qui donne la probabilité de chaque issue.

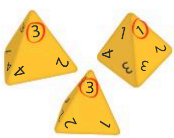
Somme	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Probabilité											

4. a. Quelle explication peut-on donner pour expliquer les différences entre les résultats trouvés ?

b. Peut-on conjecturer les valeurs exactes de ces résultats ?

34 Des dés tétraédriques

On lance trois dés équilibrés à quatre faces numérotées de 1 à 4 et on fait la somme des points obtenus. On souhaite savoir sur quelle somme parier pour avoir le plus de chances de gagner.



1. À l'aide d'un tableur, simuler le lancer de trois dés et calculer la somme obtenue comme ci-dessous.

	A	B	C	D
1	Dé 1	Dé 2	Dé 3	Somme
2	2	3	2	7

La fonction « ALEA.ENTRE.BORNES(p;k) donne un nombre entier choisi au hasard entre *p* et *k*.

2. Compléter cette feuille de calcul pour simuler 1 000 expériences.

3. Donner une estimation de la probabilité d'obtenir une somme égale à 7.

4. Utiliser cette feuille de calcul pour répondre au problème posé.

35 Distance entre deux nombres

On s'intéresse à l'expérience aléatoire suivante : on choisit au hasard deux nombres entre 0 et 1 et on regarde si la distance entre ces deux nombres est inférieure à 0,5.
On souhaite estimer la probabilité de l'évènement A « La distance est plus petite que 0,5 ».
Cette expérience peut être simulée sur un tableur grâce à la fonction « ALEA() » qui renvoie un nombre choisi au hasard entre 0 et 1.

1. Faire une conjecture sur la probabilité de l'évènement A.

2. Préparer une feuille de calcul comme ci-dessous.

	A	B	C	D	E
1	n° simulation	1er nombre	2nd nombre	Distance	< 0,5 ?
2	1	0,219472777	0,997055578	0,777582801	NON

3. Que faut-il entrer dans les cellules B2 et C2 afin de simuler une fois cette expérience ?

4. La fonction « MIN(plage) » renvoie le nombre le plus petit de cette plage de cellules et la fonction « MAX(plage) » renvoie le nombre le plus grand de cette plage de cellules.
Que faut-il entrer dans la cellule D2 pour obtenir la distance entre les deux nombres choisis ?

5. En cellule E2, on a entré la formule :

« =SI(D2<0,5;"OUI";"NON") ».

Expliquer ce que renvoie cette formule.

6. Compléter et utiliser cette feuille de calcul afin d'apporter une réponse au problème posé.

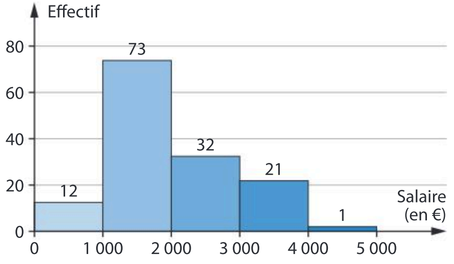
Problèmes

Pour mieux cibler les compétences			
Chercher	56 57	Raisonner	37 48
Modéliser	40 52	Calculer	39 42
Représenter	43 45	Communiquer	59

36 Salaires

AV

Voici la répartition des salaires en euros dans l'entreprise *Mario*.



On croise un employé.

- Y a-t-il plus d'une chance sur deux qu'il gagne entre 1 000 et 2 000 euros ?

37 Voyage scolaire

Au collège Jacques Brel, un élève, durant sa scolarité, peut partir une seule fois en voyage scolaire, à l'étranger ou sur le territoire français. Il a une chance sur cinq de partir en France et une chance sur dix de partir à l'étranger.
On croise un élève qui entre en seconde et qui a fait sa scolarité dans ce collège.

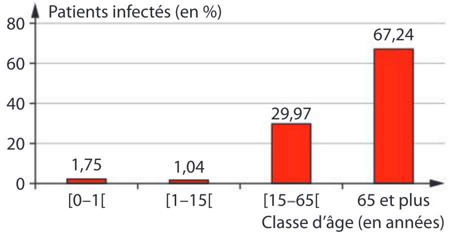
- Quelle est la probabilité qu'il ne soit pas parti en voyage scolaire ?

38 Infections nosocomiales

SVT

Le document suivant donne la répartition par classe d'âge des patients ayant contracté une infection lors d'un séjour dans un établissement de santé français en 2012.
On choisit au hasard le dossier d'un de ces patients.

- Quelle est la probabilité que ce soit un patient âgé de moins de 65 ans ?



Source : sante.gouv.fr

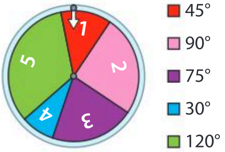
39 Harry Potter

On écrit le nom « HARRY POTTER » sur un papier. On découpe ensuite toutes les lettres et on les met dans un sac. On tire une lettre au hasard.

- Quelle est la probabilité d'obtenir un « R » ?

40 Faites tourner !

Une roue non truquée est partagée en cinq secteurs numérotés de 1 à 5. On donne les angles de chaque secteur.



Une expérience aléatoire consiste à faire tourner la roue et à noter le numéro du secteur sur lequel elle s'immobilise. La roue étant équilibrée, on considère que la probabilité d'obtenir chaque numéro est proportionnelle à l'angle du secteur correspondant.
On gagne si le numéro obtenu est supérieur ou égal à 4.

- Quelle est la probabilité de gagner à ce jeu ?

41 Sur terre ou sur mer

HG

Les océans couvrent 71 % de la surface de la Terre et contiennent 97,2 % du volume d'eau de notre planète.
On bande les yeux à un élève et on lui demande de planter une épingle sur un globe terrestre.

- Quelle est la probabilité que l'épingle soit plantée dans un océan ?

42 Au feu !

CIT

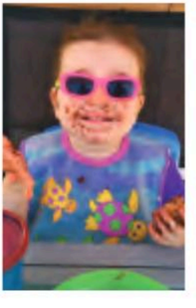
Un automobiliste qui emprunte chaque jour le même trajet s'aperçoit qu'un certain feu de signalisation tricolore est vert une fois sur quatre et rouge une fois sur trois.

- Quelle est la probabilité qu'il doive s'arrêter à ce feu au cours de l'un de ses trajets ?

43 À table

Une entreprise vend des bavoirs sur Internet. Les trois couleurs possibles sont rouge, bleu ou jaune. L'entreprise expédie les bavoirs de manière aléatoire et équiprobable.

- Quelle est la probabilité pour un client commandant deux bavoirs d'en recevoir deux de la même couleur ?



44 The spinner

LV

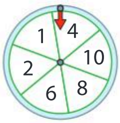
A spinner can land on red, white or blue. The probability of the spinner landing on red is 0.2. The probability of the spinner landing on red or on blue is 0.7. The spinner is spun once.

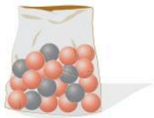
1. What is the probability that the spinner lands on blue?

2. What is the probability that the spinner lands on white?

45 C'est la foire !

Un stand à la foire du printemps propose un jeu dans lequel il faut d'abord faire tourner une roulette.





Si la flèche désigne un nombre pair, le joueur peut tirer une bille dans un sac. La roulette et le sac de billes sont représentés ci-dessus.
Des prix sont distribués aux joueurs qui tirent une bille noire. Suzy tente sa chance une fois.

- Quelle est la probabilité que Suzy gagne un prix ?

a. Impossible. **b.** Peu probable.
c. Environ 50 % de chance. **d.** Très probable.
e. Certain.

D'après PISA.

46 Au soleil

Yoann part en vacances au soleil. Dans sa valise, il n'emporte que des shorts et des tee-shirts.
Il a 10 shorts : 1 rouge, 2 noirs et des blancs.
Il a 7 tee-shirts : 2 rouges, 3 blancs et des noirs.
Arrivé sur son lieu de vacances de nuit, il y a une panne d'électricité ! Il ouvre sa valise et choisit au hasard un short et un tee-shirt.

- Quelle est la probabilité que Yoann s'habille avec une tenue d'une seule couleur ?

47 Jetons-les !

Un sac contient des jetons rouges, verts, bleus, jaunes et noirs. Le tableau ci-dessous donne les probabilités d'obtenir certaines couleurs quand on prend un jeton au hasard dans ce sac.

Rouge	Jaune	Bleu	Jaune ou Noir
20 %	30 %	10 %	40 %

Calculer les probabilités des évènements suivants :

1. « Obtenir un jeton rouge ou bleu. »

2. « Obtenir un jeton qui ne soit pas vert. »

3. « Obtenir un jeton vert ou bleu. »

48 Pile ou face ?

On joue deux fois à « PILE » ou « FACE » avec une pièce non truquée.

- Quelles sont les chances d'obtenir au moins une fois « PILE » lors de ces deux lancers ?

49 À la télé

Un jeu télévisé propose deux épreuves à des candidats :

- Lors de la première épreuve, le candidat est face à quatre portes : une seule porte donne sur la salle du trésor alors que les trois autres s'ouvrent sur une autre pièce. Il doit choisir une porte et entrer dans la salle.
- À l'épreuve suivante, le candidat se retrouve dans une salle face à huit boites.
  Dans la salle du trésor, une boite contient 1 000 €, quatre boites contiennent 200 €. Les autres contiennent 100 €.
  Dans l'autre pièce, quatre boites contiennent 100 € et les autres sont vides.
  Le candidat doit choisir une boite et l'ouvrir pour découvrir son gain éventuel.

1. Quelle est la probabilité que le candidat accède à la salle du trésor ?

2. Un candidat se retrouve dans la salle du trésor. Quelle est la probabilité qu'il gagne au moins 200 € ?

3. Un autre candidat se retrouve dans l'autre pièce. Quelle est la probabilité qu'il ne gagne rien ?

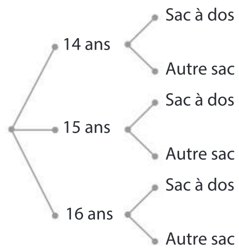
50 Rentrée scolaire

À la rentrée scolaire, on fait une enquête dans une classe de 3^e de 30 élèves : 60 % d'entre eux ont 14 ans, $\frac{1}{5}$ ont 16 ans et les autres ont 15 ans.
On a demandé aux élèves s'ils utilisaient un sac à dos ou un autre sac.

- $\frac{1}{6}$ des élèves de 14 ans ont un sac à dos ;
- 75 % des élèves de 15 ans ont un autre sac ;
- $\frac{2}{3}$ des élèves de 16 ans ont un sac à dos.

On interroge au hasard un élève de cette classe et on lui demande son âge et son type de sac.

1. Recopier et compléter l'arbre ci-dessous.



2. En déduire la probabilité que l'élève ait un sac à dos.

51 Jeu de construction

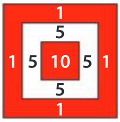
Martin construit une grue avec son jeu de construction. Il lui faut maintenant une vis et un écrou. Il a une petite boite qui contient trois vis et quatre écrous. Il y prend deux pièces au hasard successivement.

- Quelle est la probabilité que Martin obtienne ce dont il a besoin ?

Problèmes

52 Carrément ciblé !

Un tireur tire au hasard sur la cible ci-contre.



Celle-ci est composée de zones délimitées par des carrés concentriques dont les côtés ont pour mesure 1 dm, 2 dm et 3 dm. Dans chaque zone figure le nombre de points marqués quand on atteint cette zone.

1. On suppose que le tireur ne rate jamais la cible. Quelle est la probabilité qu'il gagne 10 points ?
2. On suppose que le tireur rate la cible une fois sur dix. Quelle est la probabilité qu'il gagne 5 points ou plus ?

53 Truqué ou non

On construit un dé en carton.

- Que peut-on faire pour savoir s'il est bien équilibré ?

54 Un temps de chien !

HG

Dans une région, les météorologistes ont constaté, à l'aide de relevés sur une longue période, que :

- s'il fait un temps sec un jour, il y a cinq chances sur six qu'il fasse sec le lendemain ;
- s'il fait un temps humide un jour, il y a deux chances sur trois pour qu'il fasse humide le lendemain.

Nous sommes dimanche dans cette région et il fait sec.

- Quelle est la probabilité qu'il fasse sec mardi ?

55 Gommettes

Prise d'initiative

Des enfants réalisent un tableau aléatoire avec des gommettes bleues, jaunes et vertes. Pour cela ils lancent plusieurs fois deux dés à 6 faces.

À chaque lancer :

- si les deux numéros obtenus sont impairs, ils collent une gommette bleue ;
- si les deux numéros obtenus sont pairs, ils collent une gommette jaune ;
- si les deux numéros sont de parités différentes, ils collent une gommette verte.

- Que penser des proportions de gommettes de chaque couleur sur le tableau ?

56 Saut de puce

Prise d'initiative

Construire un triangle ABC et placer le point M, milieu du côté [BC]. Une puce saute et retombe à l'intérieur du triangle ABC.

- Quelle est la probabilité qu'elle retombe à l'intérieur du triangle AMB ?

57 Nombres aléatoires

Prise d'initiative

On choisit au hasard un nombre entier entre 1 et 100.

- Quelle est la probabilité qu'il contienne le chiffre 1 ou le chiffre 4 ?

58 Stratégie de jeu

Prise d'initiative

Paul a trois dés et propose à Leïla de jouer au jeu « Au minimum 10 » dont voici la règle.

- L'un des joueurs prend deux dés et les lance ; il note la somme des numéros obtenus.
- L'autre joueur lance le dé restant et ajoute 5 au numéro obtenu.
- Chaque joueur marque 1 point si son résultat est au moins 10.
- Le gagnant est celui qui arrive le premier à avoir 3 points.

- Paul laisse le choix à Leïla de prendre un ou deux dés. Que lui conseiller ?

59 Roulette

Prise d'initiative

Au casino, la roulette comporte 18 cases noires, 18 cases rouges et une case verte. La bille a autant de chances de tomber dans chaque case.

Lorsqu'on joue une couleur, on gagne deux fois sa mise si la couleur sort et on la perd si une autre couleur sort.

Un joueur décide de la stratégie suivante :

- il mise 1 € sur le rouge ; si le rouge sort, il s'arrête et il a gagné 1 € (2 € de gain moins 1 € de mise) ;
- si le noir sort, il rejoue sur le rouge en misant deux fois plus ;

et ainsi de suite jusqu'à ce qu'il gagne…

1. Expliquer en quoi cette stratégie peut faire penser que l'on va gagner à coup sûr.
2. Combien ce joueur a-t-il gagné d'argent si le rouge sort pour la première fois au 1^{er} coup ? Au 5^e coup ? Au 10^e coup ?
3. Un casino décide de limiter les mises à 100 € .
   a. Expliquer ce que calcule le script suivant.

```
quand [drapeau] cliqué
mettre [gain sur l'ensemble des parties] à 0
mettre [nombre de parties] à 0
répéter indéfiniment
    ajouter à [nombre de parties] 1
    mettre [mise] à 1
    mettre [gain] à 0
    mettre [numéro] à 20
    répéter jusqu'à <(mise > 100) ou (numéro < 19)>
        mettre [numéro] à (nombre aléatoire entre 1 et 37)
        mettre [gain] à (gain - mise)
        si <numéro < 19> alors
            ajouter à [gain] (2 * mise)
        sinon
            mettre [mise] à (2 * mise)
    mettre [gain sur l'ensemble des parties] à (gain sur l'ensemble des parties + gain)
    mettre [gain moyen] à (gain sur l'ensemble des parties / nombre de parties)
```

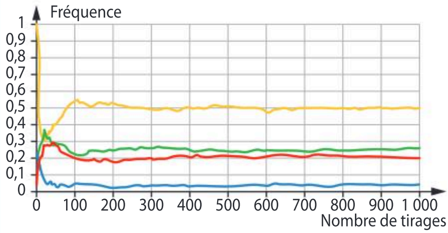
   b. Modifier ce script afin d'expliquer pourquoi ce casino impose une limitation des mises.

Brevet

60 Trois couleurs

Un sac contient vingt jetons qui sont soit jaunes, soit verts, soit rouges, soit bleus. On considère l'expérience suivante : tirer au hasard un jeton, noter sa couleur et remettre le jeton dans le sac. Chaque jeton a la même probabilité d'être tiré.

1. Le professeur, qui connait la composition du sac, a simulé un grand nombre de fois l'expérience avec un tableur. Il a représenté ci-dessous la fréquence d'apparition des différentes couleurs après 1 000 tirages.



a. Quelle couleur est la plus présente dans le sac ?

b. Donner une estimation de la probabilité d'obtenir un jeton vert.

c. Le professeur a construit la feuille de calcul suivante.

	A	B	C
1	Nombre de tirages	Nombre de fois où un jeton rouge est apparu	Fréquence d'apparition de la couleur rouge
2	1	0	0
3	2	0	0
4	3	0	0
5	4	0	0
6	5	0	0
7	6	1	0,166 666 667
8	7	1	0,142 857 143
9	8	1	0,125
10	9	1	0,111 111 111
11	10	1	0,1

Quelle formule a-t-il saisie dans la cellule C2 avant de la recopier vers le bas ?

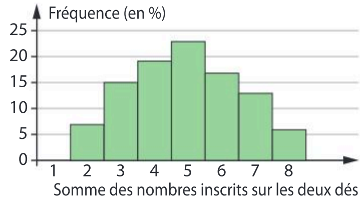
2. On sait que la probabilité de tirer un jeton rouge est de $\frac{1}{5}$.

Combien y a-t-il de jetons rouges dans ce sac ?

D'après DNB Métropole – Antilles-Guyane, 2014.

61 Dés tétraédriques

On lance deux dés tétraédriques, équilibrés et non truqués, dont les faces sont numérotées de 1 à 4.
On calcule la somme des nombres lus sur chacune des faces sur lesquelles reposent les dés.
1 000 lancers sont simulés avec un tableur. Le graphique suivant représente la fréquence d'apparition de chaque somme obtenue.



1. Par lecture graphique, donner la fréquence d'apparition de la somme 3.

2. Lire la fréquence d'apparition de la somme 1. Justifier cette fréquence.

3. a. Décrire les lancers de dés qui permettent d'obtenir une somme égale à 3.

b. En déduire la probabilité d'obtenir la somme 3 en lançant les dés. On exprimera cette probabilité en pourcentage.
Expliquer pourquoi ce résultat est différent de celui obtenu à la question **1**.

D'après DNB Amérique du Nord, 2015.

62 Pour passer le temps

Pendant le remplissage d'une écluse, Jules et Paul, à bord de leur péniche, patientent en jouant aux dés. Ces dés sont équilibrés.

1. Est-ce que, lors du jet d'un dé, la probabilité d'obtenir un 1 est la même que celle d'obtenir un 5 ? Expliquer.

2. Jules lance en même temps un dé rouge et un dé jaune. Par exemple, il peut obtenir 3 au dé rouge et 4 au dé jaune, c'est l'une des issues possibles.
Expliquer pourquoi le nombre d'issues possibles quand il lance ses deux dés est de 36.

3. Jules propose à Paul de jouer avec ces deux dés (un jaune et un rouge) selon la règle suivante.

- Le gagnant est le premier à remporter un total de 1 000 points.
- Si, lors d'un lancer, un joueur fait deux 1, c'est-à-dire une paire de 1, il remporte 1 000 points (et donc la partie).
- Si un joueur obtient une paire de 2, il obtient 100 fois la valeur du 2, soit $2 \times 100 = 200$ points.
- De même, si un joueur obtient une paire de 3, ou 4, ou 5, ou 6, il obtient 100 fois la valeur du dé soit : $3 \times 100 = 300$, ou …
- Si un joueur obtient un résultat autre qu'une paire (exemple : 3 sur le dé jaune et 5 sur le dé rouge), il obtient 50 points.

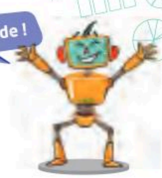
Paul a déjà fait deux lancers et a obtenu 650 points.
Quelle est la probabilité qu'il gagne la partie à son troisième lancer ?

D'après DNB Amérique du Nord, 2014.

Travailler autrement

Utilisable en AP

À chacun sa méthode !



Deux énoncés pour un exercice

Chameau | Cheval | Chèvre | Mouton

Exercice 1

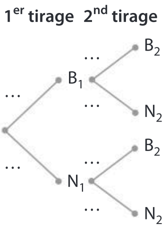
Lorsqu'on lance un osselet, il retombe dans une des quatre positions ci-dessus.
On donne les probabilités suivantes.
$P(\text{Chèvre}) = P(\text{Mouton}) \approx 33\ \%$
$P(\text{Chameau}) = P(\text{Cheval}) \approx 17\ \%$
On lance cet osselet.

- Quelle est la probabilité que cet osselet retombe sur une face dont le nom commence par la lettre C ?

Exercice 2

Une urne contient deux boules blanches et une boule noire. On tire une boule de cette urne, on note sa couleur, puis on la remet dans l'urne.
On mélange et on tire de nouveau une boule de cette urne en notant sa couleur.

1. Recopier et compléter l'arbre ci-contre.
2. Quelle est la probabilité de tirer deux boules noires ?
3. Quelle est la probabilité de tirer deux boules blanches ?
4. Quelle est la probabilité de tirer deux boules de la même couleur ?



Exercice 1

Lorsqu'on lance un osselet, il retombe dans une des quatre positions ci-dessus.
On sait que la probabilité de tomber dans la position Chèvre ou Mouton vaut $\frac{2}{3}$ et que ces deux positions sont équiprobables. De plus, la position Mouton est deux fois plus probable que la position Chameau.
On lance cet osselet.

- Quelle est la probabilité que cet osselet retombe sur une face dont le nom commence par la lettre C ?

Exercice 2

Une urne contient trois boules blanches et quatre boules noires. On tire une boule de cette urne, on note sa couleur puis, sans la remettre , on tire de nouveau une boule de cette urne en notant sa couleur.

1. Construire un arbre représentant cette expérience aléatoire.
2. Quelle est la probabilité de tirer deux boules de la même couleur ?
3. Quelle est la probabilité de tirer deux boules de couleurs différentes ?

Écriture d'un énoncé

1. Écrire un énoncé de problème comportant une expérience aléatoire à cinq issues non équiprobables.
2. Échanger cet énoncé avec un autre groupe et résoudre son problème.

Analyse d'une production

Voici un énoncé de problème :
« 87 élèves du collège ont choisi l'option latin, 228 font du sport à l'UNSS et 53 élèves font les deux.
Ce collège compte 300 élèves.
Quelle est la probabilité qu'un élève pris au hasard fasse du latin ou du sport à l'UNSS ? »

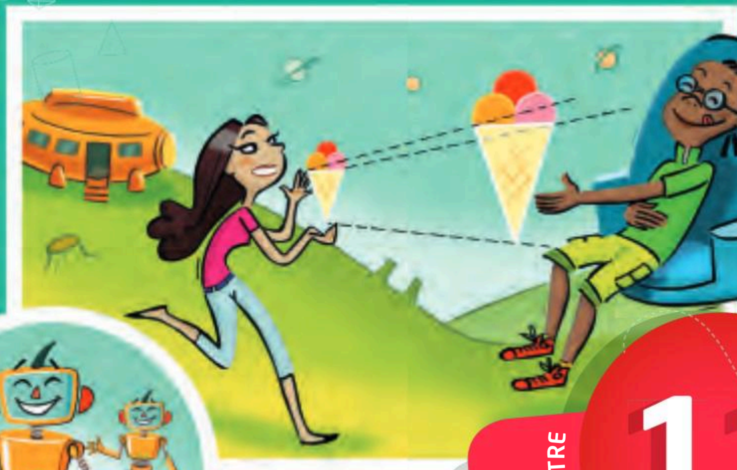
- Lire la réponse de Jorick et expliquer son erreur, puis répondre au problème posé.

Je note L le latin et U l'UNSS.

$P(L) = \frac{87}{300} = 0{,}29$

$P(U) = \frac{228}{300} = 0{,}76$

Donc $P(L \text{ ou } U) = 0{,}29 + 0{,}76 = 1{,}05$.
Ce n'est pas possible, j'ai dû me tromper dans le calcul ! »



CHAPITRE 11

Ta mission

Découvrir une nouvelle transformation qui agrandit ou diminue la taille des figures.

Construction et transformation de figures

Jeux

Yasmine et Jade jouent au jeu des paires. Elles forment une paire lorsqu'elles ont le même personnage ou objet, et que l'un est un agrandissement ou une réduction de l'autre. La gagnante est celle qui a pu former toutes ses paires.

- Qui va gagner ?

Cartes de Yasmine

Cartes de Jade

La pioche ouverte

INFOS

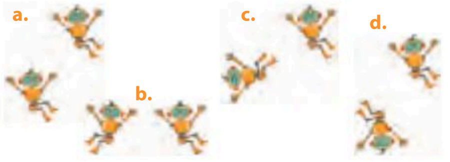
Dans ses nombreux pavages, l'artiste **Maurits Cornelis Escher** (1898-1972) a utilisé tous types de transformations, des plus simples au plus compliquées… Dans cette gravure sur bois, réalisée en 1960, la taille des figures diminue à mesure que celles-ci se déplacent vers l'extérieur.

Activités

Questions flash

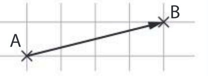
diapo

1. Dans quel cas a-t-on utilisé :
- une symétrie axiale ?
- une symétrie centrale ?
- une rotation ?
- une translation ?



2. Retrouver à quoi sert chacun des outils suivants sur un logiciel de géométrie dynamique.

3. À l'aide du quadrillage, décrire le déplacement rectiligne de A vers B schématisé par la flèche.



4. Donner le carré des nombres entiers suivants.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

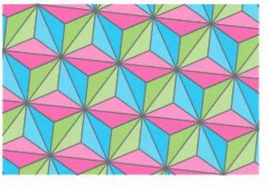
5. Arthur a construit un premier rectangle PLUS, tel que PL = 3 cm et PS = 4,2 cm. Il a ensuite construit un second rectangle qui est un agrandissement de rapport 3 du premier rectangle.
- Quelles sont les dimensions de ce 2nd rectangle ?

6. Compléter la phrase suivante :
« Diviser par 5 , c'est multiplier par … . »

Un beau pavage

4e Activité 1

1. Sans tenir compte des couleurs, aider Lina à retrouver sur ce pavage :
- deux figures symétriques par rapport à une droite ;
- deux figures symétriques par rapport à un point ;
- une figure et son image par une translation ;
- une figure et son image par une rotation.



2. Donner, dans chaque cas, les éléments caractéristiques et les propriétés de ces transformations.

Jeu vidéo

Activité 2

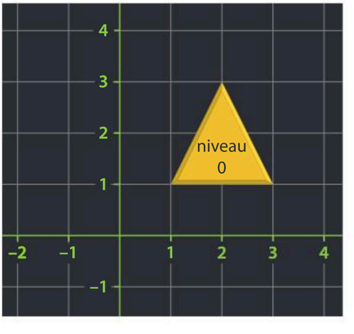
Pour accéder aux différents niveaux de son jeu vidéo, Valentin doit construire la porte d'accès de chacun d'entre eux. Voici les instructions qui s'affichent sur son écran et qui donnent les coordonnées des sommets de la nouvelle porte en fonction des coordonnées des sommets de la porte jaune :

Porte 1 Garder l'abscisse mais changer l'ordonnée en son opposé.

Porte 2 Multiplier les coordonnées par (–1).

Porte 3 Soustraire 5 à l'abscisse et ajouter 2 à l'ordonnée.

Porte 4 Multiplier les coordonnées par 3.

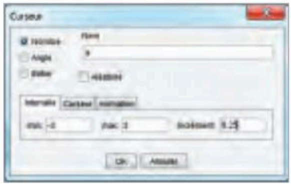


1. Reproduire la figure ci-contre.

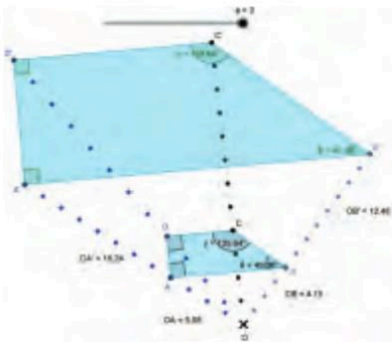
2. Pour chaque niveau, construire la porte d'accès et décrire la transformation qui permet de l'obtenir à partir de la porte jaune.

Le curseur

Activité 3



1. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, construire un trapèze ABCD rectangle en A et placer un point O à l'extérieur de ABCD.
Afficher les mesures des angles de ce trapèze, ainsi que les longueurs OA et OB.
2. On veut construire l'image de ABCD par des homothéties de centre O et de rapport :
-3 $\quad -2{,}75 \quad -2{,}5$ … $\quad 2{,}5 \quad 2{,}75 \quad 3$
 a. Créer un curseur comme ci-contre, avec l'outil qui va permettre de faire varier le rapport de l'homothétie avec un pas de 0,25 et ainsi, de construire l'image de ABCD par des homothéties de centre O et de rapports différents.
 Cliquer sur le point marqué sur le curseur et le déplacer jusqu'à $a = 3$, comme indiqué.
 b. Sélectionner l'outil homothétie , le trapèze ABCD, puis le centre O et noter a pour la valeur du rapport.
 Réduire l'écran si besoin.
 c. Afficher les mesures des angles du trapèze A'B'C'D', ainsi que les longueurs OA' et OB'.
 d. Afficher les traces des points A' ; B' ; C' et D'.

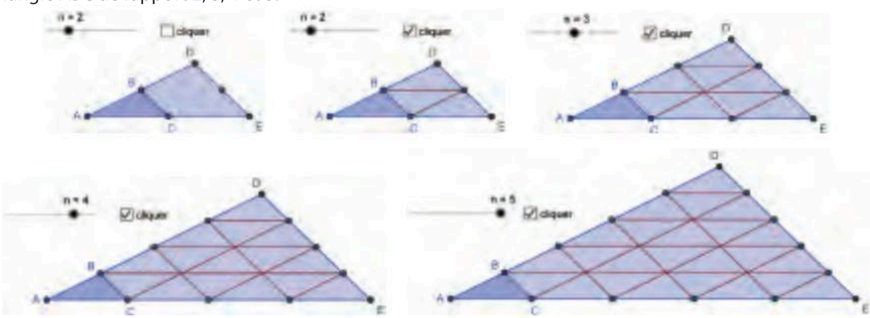


3. En modifiant le curseur de 0,25 en 0,25, répondre aux questions suivantes.
 a. Que peut-on dire du déplacement des points A' ; B' ; C' et D' et de leur distance par rapport au point O ?
 b. Que peut-on dire du rapport lors d'un agrandissement ? lors d'une réduction ?
 c. Reconnait-on une homothétie particulière ?
 d. Quelles propriétés peut-on observer pour les homothéties ?

Une maille triangulaire

Activité 4

1. Ouvrir le fichier sur lequel un curseur a été créé, afin de construire successivement un agrandissement ADE du triangle ABC de rapport 2, 3, 4 et 5.



2. Déplacer le curseur de gauche à droite pour obtenir le triangle agrandi.
Faire apparaitre les triangles superposables en cliquant sur la case « Cliquer ».
Recopier et compléter le tableau ci-contre.

Rapport d'agrandissement				
Les longueurs sont multipliées par …				
Les aires sont multipliées par …				

3. On considère maintenant la réduction ABC du triangle ADE.
Construire un tableau analogue au précédent et le compléter.
4. Formuler une propriété qui semble être vérifiée sur les longueurs et l'aire d'un agrandissement ou d'une réduction.

4e

1 Transformer une figure par symétrie, translation ou rotation

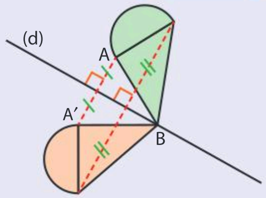
Vidéo

Définition

La symétrie axiale

Transformer une figure par symétrie axiale, c'est la retourner en pliant le long d'une droite (d).

- Si un point A n'appartient pas à la droite (d), alors son symétrique par rapport à la droite (d) est le point A′ tel que (d) est la médiatrice du segment [AA′].
- Si un point B appartient à la droite (d), alors son symétrique par rapport à la droite (d) est lui-même.

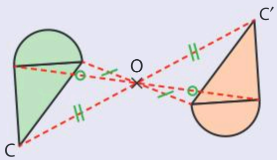


Définition

La symétrie centrale

Transformer une figure par symétrie centrale, c'est la faire tourner d'un demi-tour autour d'un point O.

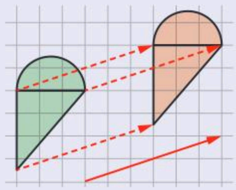
- Le symétrique d'un point C distinct de O est le point C′ tel que O est le milieu du segment [CC′].
- Le symétrique du point O est lui-même.



Définition

La translation

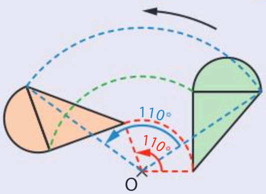
Transformer une figure par translation, c'est la faire glisser sans la tourner.
Ce glissement est défini par une direction, un sens et une longueur.
On peut le schématiser par des flèches.



Définition

La rotation

Transformer une figure par rotation, c'est la faire tourner autour d'un point.
Une rotation est définie par un centre, un angle de rotation et un sens de rotation (horaire ou antihoraire).



Propriété

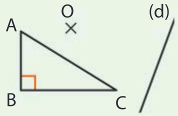
Une figure et son image par une symétrie, une translation ou une rotation sont superposables. Ces transformations conservent les alignements, les angles, les longueurs et les aires.

Savoir-faire

Apprends à l'aide des exercices résolus puis entraine-toi !

1 Transformer une figure par symétrie, translation ou rotation

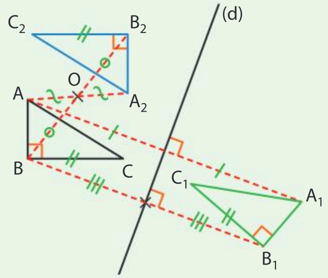
1 Construire l'image du triangle ABC par :
a. la symétrie d'axe (d) ;
b. la symétrie de centre O.



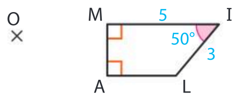
Solution

a. On construit les symétriques A_1 et B_1 de A et B par rapport à (d).
On construit ensuite le symétrique du point C en utilisant les propriétés de la symétrie axiale.

b. On construit les symétriques A_2 et B_2 de A et B par rapport au point O.
On construit ensuite le symétrique du point C en utilisant les propriétés de la symétrie centrale.

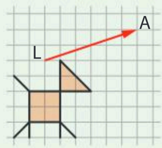


2 **a.** Reproduire la figure ci-dessous.



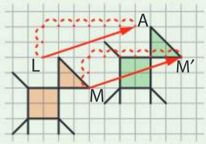
b. Construire le symétrique du quadrilatère MILA par rapport :
- à la droite (IL) ;
- au point O.

3 Construire l'image de cette figure par la translation qui transforme L en A.



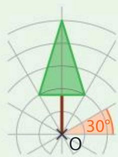
Solution

On commence par construire M′, l'image du point M par le glissement qui transforme L en A. On complète en construisant une figure superposable.



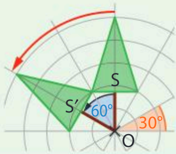
Je monte de 2 carreaux et j'avance de 6 carreaux vers la droite.

4 Construire l'image de cette figure par la rotation de centre O et d'angle 60° dans le sens antihoraire.



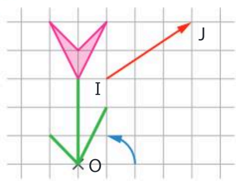
Solution

On construit le point S′ image du point S par la rotation de centre O et d'angle 60° dans le sens antihoraire.
Pour cela, on trace un arc de cercle de centre O et de rayon SO dans le sens de la rotation, puis on place le point S′ sur cet arc tel que $\widehat{SOS'} = 60°$.
On complète en construisant une figure superposable.



La figure a tourné de 60° autour du point O.

5 **1.** Reproduire la figure suivante.



2. Construire l'image de cette figure par la translation qui transforme I en J.

3. Construire l'image de cette figure par la rotation de centre O et d'angle 90°.

Cours

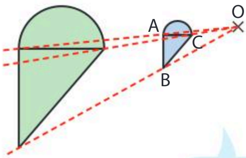
2 Transformer une figure par homothétie ▶ Vidéo

Définition

Soit un point O.
Transformer une figure par une **homothétie** de centre O, c'est l'agrandir ou la réduire en faisant glisser ses points le long de droites passant par O.
Une homothétie est définie par :
- un centre ;
- un rapport k non nul.

Exemples

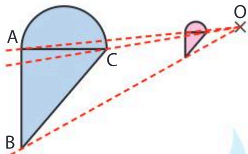
Exemple 1
On veut transformer la figure bleue par l'homothétie de centre O et de rapport 3.
On fait glisser la figure bleue le long des droites (OA), (OB) et (OC) : $k = 3$.



La figure verte est un agrandissement de rapport 3 de la figure bleue : toutes les longueurs sont multipliées par 3.

Lorsque $k > 1$, l'homothétie effectue un agrandissement de la figure.

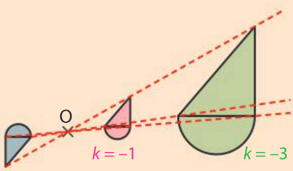
Exemple 2
On veut transformer la figure bleue par l'homothétie de centre O et de rapport 0,25.
On fait glisser la figure bleue le long des droites (OA), (OB) et (OC) : $k = 0{,}25$.



La figure rose est une réduction de rapport 0,25 de la figure bleue : toutes les longueurs sont multipliées par 0,25.

Lorsque $0 < k < 1$, l'homothétie effectue une réduction de la figure.

! Lorsqu'on fait glisser les points d'une figure de l'autre côté du centre de l'homothétie, la figure effectue un demi-tour autour de ce centre.
C'est le cas où le rapport de l'homothétie est négatif.

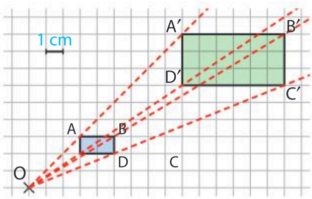


Propriétés

- Une figure et son image par une homothétie ont la même forme.
  L'homothétie **conserve les alignements et les angles**.
- Par une homothétie de rapport $k > 0$, les longueurs sont multipliées par k et les aires par k^2.

Exemple

Le rectangle **A'B'C'D'** est l'image du rectangle **ABCD** par l'homothétie de centre O et de rapport $k = 3$.
AB = 2 cm donc A'B' = 3 × AB = 6 cm.
$\text{Aire}_{ABCD} = 2\ \text{cm}^2$
donc $\text{Aire}_{A'B'C'D'} = 3^2 \times \text{Aire}_{ABCD} = 9 \times 2 = 18\ \text{cm}^2$.

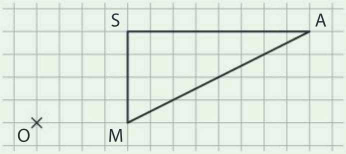


Savoir-faire

Apprends à l'aide des exercices résolus puis entraine-toi !

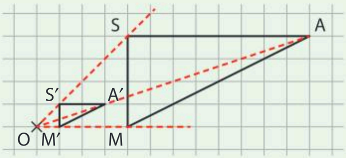
2 Transformer une figure par homothétie

6 Construire l'image du triangle SAM par l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{1}{4}$.



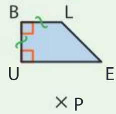
Solution

On trace la demi-droite [OS), puis on place le point S′ sur [OS) tel que $OS' = \frac{OS}{4}$.



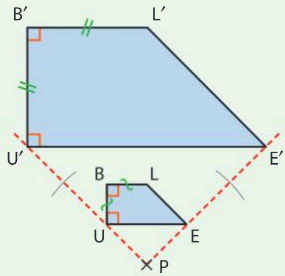
On recommence pour le point A, puis on utilise les propriétés du triangle SAM et de l'homothétie.

7 Construire l'image du quadrilatère BLEU par l'homothétie de centre P et de rapport 3.



Solution

On trace la demi-droite [PE), puis on reporte la longueur PE trois fois à partir du point P.



On recommence pour le point U, puis on utilise les propriétés du quadrilatère BLEU et de l'homothétie.

8 Le périmètre du rectangle PAUL est égal à 24 cm, et son aire est égale à 32 cm^2.
MIRO est l'image de PAUL par une homothétie de rapport 3.

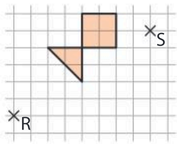
1. MIRO est-il un agrandissement ou une réduction de PAUL ?
2. Quelle est la nature du quadrilatère MIRO ?
3. Calculer le périmètre du quadrilatère MIRO.
4. Calculer l'aire du quadrilatère MIRO.

Solution

1. $3 > 1$ donc MIRO est un agrandissement de PAUL.
2. L'homothétie conserve les angles, PAUL est un rectangle, donc MIRO est un rectangle.
3. MIRO est l'image de PAUL par une homothétie de rapport 3, donc :
   $P_{MIRO} = 3 \times P_{PAUL} = 3 \times 24 = 72$ cm.
   Le périmètre de MIRO est égal à 72 cm.
4. $Aire_{MIRO} = 3^2 \times Aire_{PAUL} = 9 \times 32 = 288$ cm^2.
   L'aire de MIRO est égale à 288 cm^2.

Dans une homothétie de rapport 3, les longueurs sont multipliées par 3, les aires par 3^2.

9
1. Recopier la figure ci-dessous.
2. Construire l'image du poisson orange par l'homothétie de centre R et de rapport $\frac{1}{2}$.
3. Construire l'image du poisson orange par l'homothétie de centre S et de rapport 3.



10 Le périmètre du triangle rectangle ZOE est 12 cm, son aire est égale à 6 cm^2.

1. Calculer l'aire et le périmètre du triangle MAX, image de ZOE par une homothétie de rapport 2,5.
2. Calculer l'aire et le périmètre du triangle LYN, image de ZOE par une homothétie de rapport $\frac{1}{2}$.
   Préciser si le triangle LYN est un agrandissement ou une réduction du triangle ZOE et donner la nature de ce triangle.

4e 3

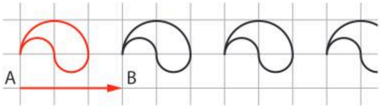
Analyser et construire des frises, des pavages et des rosaces

Vidéo

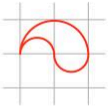
Définition

Une **frise** est constituée d'un motif qui est reproduit dans une seule direction par translation.

Exemple



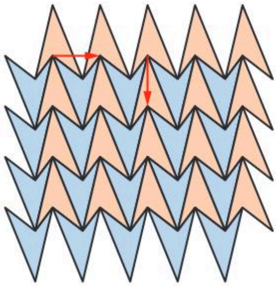
Motif



Définition

Un **pavage** est constitué d'un motif qui est reproduit dans deux directions par des translations et qui recouvre le plan sans trou ni superposition.

Exemple



Motif

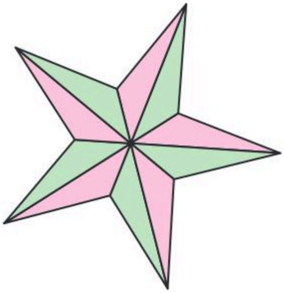
Dans cet exemple, le motif est lui-même constitué du motif élémentaire ci-dessous reproduit par symétrie centrale.

Définition

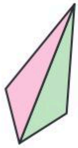
Une **rosace** est constituée d'un motif qui est reproduit plusieurs fois par rotation.

Exemple

Une **rosace** est constituée d'un motif qui est reproduit plusieurs fois par rotation.



Motif



Dans cet exemple, le motif est lui-même constitué du motif élémentaire ci-dessous reproduit par symétrie axiale.

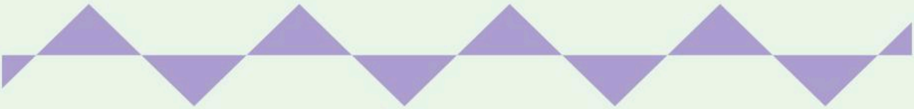
Savoir-faire

Apprends à l'aide des exercices résolus puis entraine-toi !

3 Analyser et construire des frises, des pavages et des rosaces

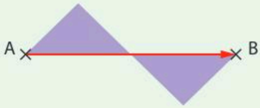
11 **1.** Dessiner un motif qui permet de construire cette frise par translation.
Décrire cette translation en la schématisant par une flèche.

2. Dessiner un motif élémentaire qui permet de construire ce motif par une transformation que l'on précisera.



Solution

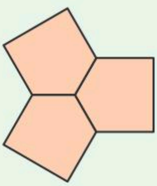
1. On repère le motif qui se répète :



La translation qui transforme A en B permet d'obtenir la frise à partir de ce motif.

2. On peut obtenir le motif trouvé à la question précédente en traçant le symétrique par rapport au point O du motif élémentaire ci-dessous.

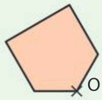
12 **1.** Dessiner le motif qui permet de construire cette rosace par rotation.
Décrire cette rotation.



2. Dessiner un motif élémentaire qui permet de constuire ce motif par une transformation que l'on précisera.

Solution

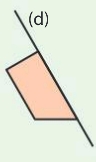
1. On repère le motif qui se répète :



$360° \div 3 = 120°$.
Le sens de la rotation n'a pas d'importance.

On obtient la rosace en construisant les images successives de ce motif par une rotation de centre O et d'angle 120°.

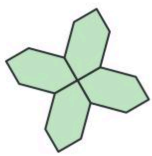
2. On peut obtenir le motif trouvé à la question précédente en traçant le symétrique par rapport à la droite (d) du motif élémentaire ci-contre.



13 **1.** Dessiner le motif qui permet de construire cette rosace par rotation.
Décrire cette rotation.

2. Dessiner un motif élémentaire qui permet de constuire ce motif par une transformation que l'on précisera.

3. Reproduire cette rosace à la main ou à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.



Exercices

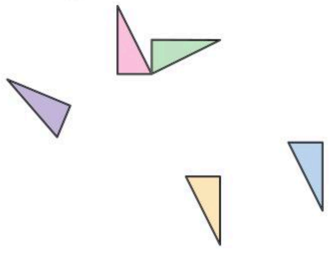
2 pages d'exercices supplémentaires dans le manuel numérique

Transformer une figure par symétrie, translation ou rotation

Savoir-faire p. 191

Questions flash diapo

14



Citer :

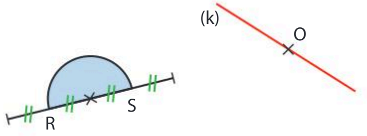
a. deux triangles symétriques par rapport à un axe ;

b. deux triangles symétriques par rapport à un point ;

c. un triangle et son image par une translation ;

d. un triangle et son image par une rotation.

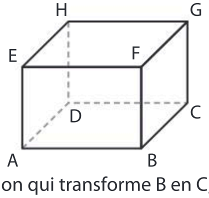
15 **1.** Reproduire la figure ci-dessous sachant que RS = 3 cm, et que les points R, S et O sont alignés.



2. Construire le symétrique de la figure bleue par rapport à la droite (k).

3. Construire le symétrique de la figure bleue par rapport au point O.

16 ABCDEFGH est un pavé droit que l'on a représenté ci-dessous en perspective cavalière.



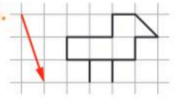
Par la translation qui transforme B en C, quelle est :

a. l'image du point A ? **b.** l'image du point E ?

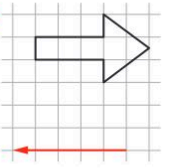
c. l'image du point F ?

17 Reproduire chaque figure puis construire, en utilisant le quadrillage, son image par la translation schématisée par la flèche.

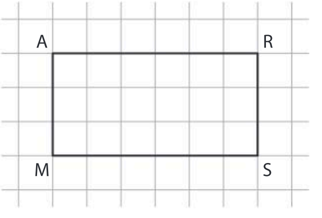
a.



b.



18 **1.** Reproduire le rectangle MARS.



2. Construire l'image du rectangle MARS par la translation qui transforme R en M.

3. Construire l'image du rectangle MARS par la rotation de centre A, d'angle 90°, dans le sens antihoraire.

4. Construire l'image du rectangle MARS par la rotation de centre R, d'angle 45°, dans le sens antihoraire.

Transformer une figure par homothétie

Savoir-faire p. 193

Questions flash diapo

19 Pour chaque dessin, Nolan a tracé l'image de la figure rose par une homothétie de centre O.

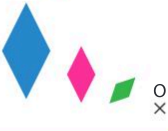
- À chaque fois, une des constructions n'est pas correcte. Laquelle ? Expliquer son erreur.

a.

b.

c.

d.

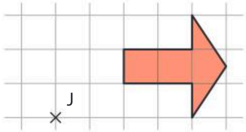


20 Reproduire chaque figure, puis construire son image à main levée par :

a. l'homothétie de centre O et de rapport 4.

b. l'homothétie de centre O et de rapport 0,5.

21 Reproduire la figure ci-dessous sur un quadrillage, puis construire son image par l'homothétie de centre J et de rapport 3.

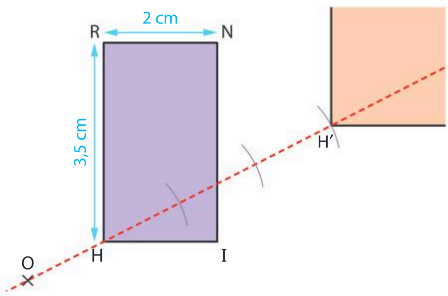


22 Construire un triangle NIL et son image par l'homothétie de centre I et de rapport 2,5.

23 **1.** Construire un triangle DRA, rectangle en D tel que DR = 6 cm et DA = 8 cm.
Placer un point O à l'extérieur de ce triangle.

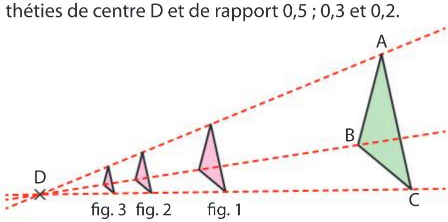
2. Construire l'image de DRA par l'homothétie de centre O et de rapport 0,6.

24 Noa a commencé à construire l'image R'H'I'N' d'un rectangle RHIN par une homothétie de centre O et de rapport 4, mais cet agrandissement ne rentre pas sur sa feuille.



• Aider Noa à calculer le périmètre et l'aire de R'H'I'N'.

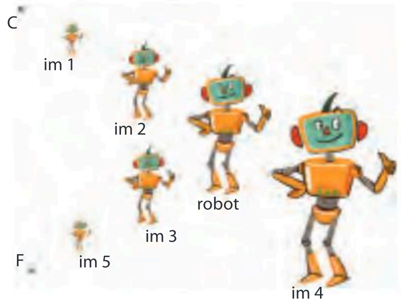
25 Medhi a tracé l'image du triangle ABC par des homothéties de centre D et de rapport 0,5 ; 0,3 et 0,2.



Sachant que l'aire du triangle ABC est 1,5 cm^2, calculer l'aire de chaque réduction.

26 Im 1, im 2, im 3, im 4 et im 5 sont les images du robot par une des homothéties décrite ci-dessous.
H1 : de centre C et de rapport 1,5.
H2 : de centre F et de rapport 0,6.
H3 : de centre F et de rapport 0,25.
H4 : de centre C et de rapport 0,25.
H5 : de centre C et de rapport 0,6.

• Associer à chaque image l'homothétie qui lui correspond.



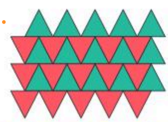
Analyser et construire des frises, des pavages et des rosaces

Savoir-faire p. 195

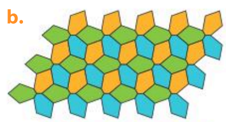
Questions flash diapo

27 Pour chaque pavage, préciser la transformation et ses éléments caractéristiques permettant de passer du motif élémentaire au motif du pavage.

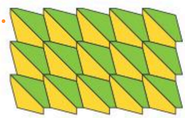
a.



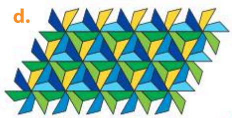
b.



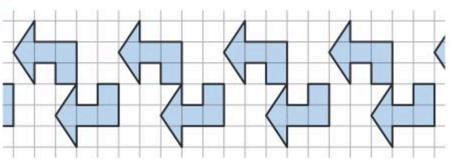
c.



d.



28



1. Dessiner un motif qui permet de construire cette frise par translation. Décrire cette translation en la schématisant par une flèche.

2. Dessiner un motif élémentaire qui permet de construire ce motif par deux transformations que l'on précisera.

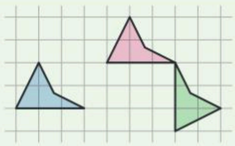
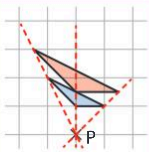
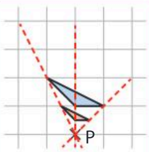
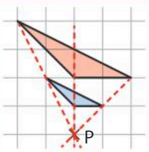
3. Reproduire cette frise à la main ou à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

Faire le point

Vérifie tes connaissances.

QCM

Donner la seule réponse correcte parmi les trois proposées.

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1 Transformer une figure par symétrie, translation ou rotation			
 Pour passer de la figure bleue à la figure rose puis à la figure verte, on a effectué successivement :	une translation puis une symétrie centrale.	une translation puis une symétrie axiale.	une translation puis une rotation.
2 Transformer une figure par homothétie			
1. La figure orange est l'image de la figure bleue par l'homothétie de centre P et de rapport 2. Quelle est la figure exacte ?			
2. L'O'S'T' est l'image d'un carré LOST de côté 5 cm par une homothétie de rapport 3. Son aire est :	225 cm^2	45 cm^2	75 cm^2
3 Analyser et construire des frises, des pavages et des rosaces			
 Cette rosace a été obtenue par une rotation d'angle de :	30°	60°	90°

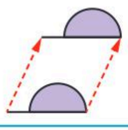
Pour t'aider à retenir le cours.*

Carte mentale

Reproduire et compléter cette carte mentale.

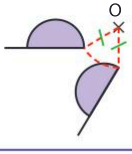
Glisser

Translation
une direction
une longueur
un sens



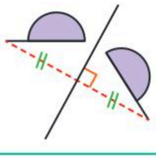
Tourner

Rotation
un centre
un angle
un sens
Symétrie centrale :
rotation d'angle …



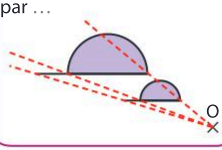
Retourner

Symétrie axiale
un axe



Agrandir/Réduire

Homothétie
un centre
un rapport k
Les longueurs sont multipliées par …
Les aires sont multipliées par …

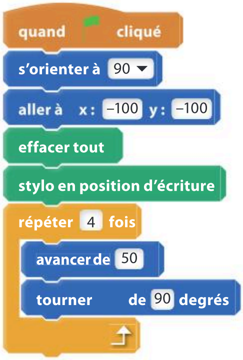


** Tu peux aussi construire ta propre carte mentale.*

Algorithmique et outils numériques

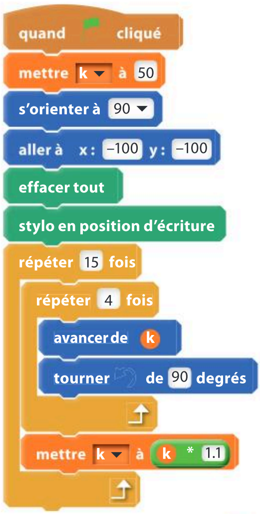
29 Effet tunnel

1. Léa a écrit le script suivant.



Quelle figure ce script permet-il de tracer ?

2. Léa modifie alors son script ainsi :



a. Quelle est la valeur de la variable k au début de l'exécution de ce script ?

b. Quelle est la longueur du côté du carré tracé avant que la variable k ne change de valeur ?

c. Quand la variable k change de valeur pour la première fois, quelle est sa nouvelle valeur ?

d. Combien de carrés ce script permet-il de tracer ?

e. Décrire précisément la transformation qui permet de passer d'un carré à son suivant.

f. Quelle est la longueur du côté du dernier carré tracé ? Quelle est son aire ?

3. Léa aimerait apporter encore quelques modifications à son script.

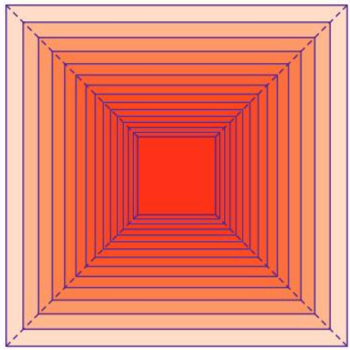
a. Proposer une modification de ce script pour que chaque carré soit d'une couleur différente.

b. Proposer une modification de ce script pour que les carrés tracés soient tous une réduction du premier carré.

c. Proposer une modification de ce script pour tracer des hexagones à la place des carrés.

30 De la profondeur

Vanessa doit réaliser ce logo à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.



Cette figure est formée d'un carré qui est reproduit plusieurs fois par une homothétie de rapport 0,9.

1. Quel est le centre de cette homothétie ?

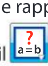
2. Réaliser cette figure à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

31 Une propriété des homothéties

1. Avec un logiciel de géométrie dynamique, créer un segment [AB]. Placer ensuite un point C n'appartenant pas à ce segment.

a. Tracer l'image du segment [AB] par l'homothétie de centre C et de rapport 2,6.

b. Tracer l'image du segment [AB] par l'homothétie de centre C et de rapport 0,2.

c. En utilisant l'outil 

, préciser la position de ces deux segments par rapport au segment [AB] .

d. Quelle propriété des homothéties peut-on conjecturer ?

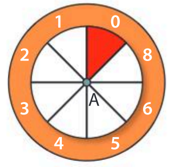
2. a. Quel théorème pourrait permettre de démontrer cette conjecture ?

b. Rédiger cette démonstration.

Problèmes

Pour mieux cibler les compétences			
Chercher	43 44 48	Raisonner	41 42 44 48
Modéliser	39 41 43 47	Calculer	39 41 43 48
Représenter	35 42 43 48	Communiquer	34 35 41

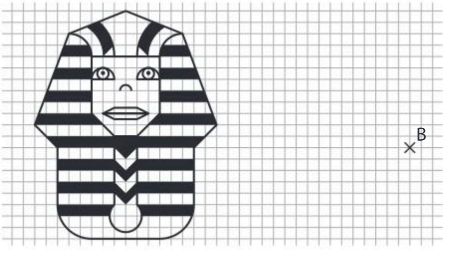
32 Fête foraine



À la fête foraine, une roue est constituée de 8 secteurs circulaires superposables. Le nombre de points gagnés est indiqué au-dessus du secteur rouge. Les chiffres de 0 à 8 sont fixes.
Julia tourne cette roue : elle effectue un tour complet, puis une rotation de centre A et d'angle 135°.

- Combien de points gagne-t-elle ?

33 Le pharaon



1. Reproduire la figure ci-dessus.
2. Construire son image par l'homothétie de centre B et de rapport 0,5.

34 Les Daltons

Après avoir observé ce dessin, Lili affirme qu'elle reconnait deux transformations géométriques. Antone lui répond qu'elle se trompe.

1. À quelles transformations Lili pense-t-elle ?
2. Lequel des deux a raison ? Justifier.

35 Le bijou

Un joailler a fabriqué ce bijou à partir de triangles rectangles en verre teinté de mêmes dimensions. L'année suivante, il décide de reprendre ce modèle en changeant les teintes.
Afin de les choisir au mieux, il doit reproduire le modèle à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique et faire des essais de couleurs.

1. Écrire un programme de construction lui permettant de construire ce modèle à partir d'un triangle rectangle en utilisant un minimum de transformations.
2. Réaliser ce modèle à l'aide d'un logiciel de géométrie.

36 Hygiène et sécurité

CIT

- Quelles transformations peut-on reconnaitre sur chacun de ces deux panneaux ?

37 Transformations artistiques

PEAC

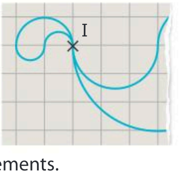
Leïla s'interroge sur les transformations que M. C. Escher a utilisées pour réaliser cette gravure sur bois.

- Après avoir bien observé cette œuvre, aider Leïla à retrouver toutes ces transformations et à en donner les éléments caractéristiques.

38 The torn page

LV

Zoé has torn a page of her copybook by mistake.
She has just remembered that she had drawn a drop and its image using a transformation.

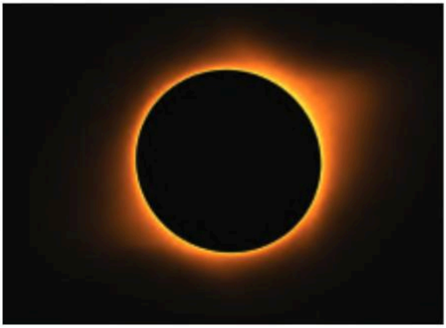


1. Help Zoé find out this transformation and the specific elements.
2. Reproduce the figure and complete it on a paper or using geometric software.

39 La Lune et le Soleil

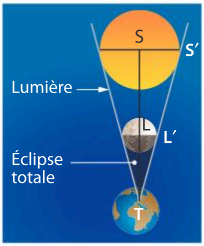
PC

Une **éclipse totale de Soleil** se produit lorsque la Lune se place devant le Soleil, occultant totalement l'image du Soleil depuis la Terre et donnant ainsi l'impression que le Soleil et la Lune ont le même rayon.
Ce sont des évènements très rares et d'une durée très courte.
Le 20 mars 2015, l'éclipse solaire a duré 2 min 47 s et était visible des iles Féroé entre l'Islande et l'Écosse.



On a schématisé ci-dessous une éclipse totale observée à un endroit T de la terre.
On connait :

- la distance Terre-Lune : $TL = 3{,}75 \times 10^5$ km ;
- la distance Terre-Soleil : $TS = 1{,}5 \times 10^8$ km ;
- le rayon de la Lune : $LL' = 1\ 750$ km ;
- le rayon du Soleil : $SS' = 700\ 000$ km.



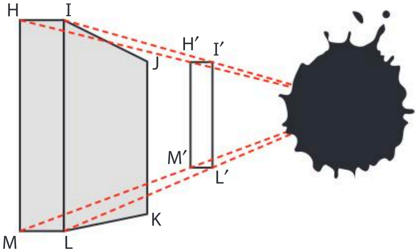
- Donner la transformation et ses éléments caractéristiques permettant de passer du disque représentant le Soleil à celui représentant la Lune. Justifier la réponse.

40 La tache d'encre

Prise d'initiative

Pierre a commencé par tracer l'image de la figure grise par une homothétie de centre O et de rapport 0,5 ; mais avant d'avoir terminé, il a renversé de l'encre de Chine sur une partie de sa feuille !

- Reproduire son travail à l'aide d'un papier calque et poursuivre sa construction sans tracer sur la tache.



41 La piste aux étoiles

Prise d'initiative

Caroline aimerait décorer un mur de sa chambre. Elle a d'abord fait des essais à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique pour choisir le motif qu'elle reproduira sur son mur.

Pour obtenir ce dessin, elle a commencé par tracer la plus grande étoile, qu'elle a obtenue à partir d'un losange dont la grande diagonale mesure 4 cm.
Ce losange a été reproduit plusieurs fois par une même rotation.
Elle a ensuite tracé les images de cette étoile par des homothéties de même centre et de rapport 0,7 ; 0,5 ; 0,3 ; 0,2 et 0,1.

1. Représenter le losange et décrire la rotation d'angle le plus petit possible qui permet d'obtenir cette étoile.
2. Reproduire les six étoiles à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.
3. Sur le mur, elle reproduit son modèle dans un agrandissement de rapport 10. Pour le peindre, elle a acheté une peinture en bombe qui peut couvrir une surface de 1,5 m^2.
   Aura-t-elle assez de peinture ? Justifier.

42 Le recadrage

Prise d'initiative

Hervé, qui est photographe, utilise un logiciel de retouche pour changer le format d'une photo. Il doit passer d'un format 10 cm × 12,5 cm à un format 21 cm × 29,7 cm.

1. Devra-t-il rogner la photo de départ ? Justifier la réponse.
2. Si oui, reproduire le schéma des deux formats comme ci-dessus et construire les tracés nécessaires faisant apparaitre la coupe.

Problèmes

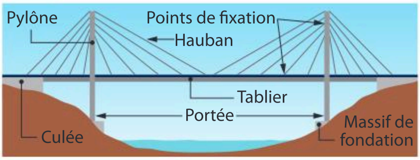
43 Pont à haubans

Prise d'initiative

TECH

Les ponts à **haubans** sont une variété de ponts où le tablier est suspendu par des **câbles** en acier, eux-mêmes étant soutenus par des pylônes.
Pour son cours d'architecture, Sophie doit réaliser un croquis d'un pont à haubans en harpe.
Elle dispose des documents ci-dessous.

Doc. 1 Exemple légendé d'un pont à haubans en harpe



Doc. 2 Données techniques

- 2 pylônes de chaque côté du tablier
- 14 haubans par pylône
- 27 points de fixation sur le tablier
- Haubans partant symétriquement des pylônes.
- Points d'ancrage régulièrement espacés sur le tablier et sur les pylônes.

Doc. 3 Dimensions

Portée	170 m
Hauteur du pylône (au-dessus du tablier)	30 m

1. À l'aide des documents ci-dessus et d'un logiciel de géométrie dynamique, aider Sophie à construire le schéma du tablier, des deux pylônes et des haubans de ce pont dans une réduction de rapport 1/1 000 en utilisant des transformations géométriques que l'on précisera.
2. Calculer une valeur approchée de la longueur d'acier nécessaire à la construction des haubans de ce pont.
3. Que peut-on dire de la position des haubans de ce pont ? Justifier la réponse.

44 Fabrication d'un pantographe

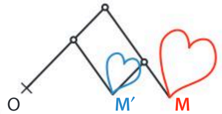
Prise d'initiative

TECH

Le pantographe est un instrument de dessin qui permet de faire des agrandissements ou des réductions de figure.

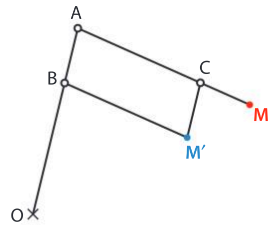
Les propriétés de l'homothétie permettent de conserver les proportions entre le dessin original et le dessin transformé.
L'instrument est formé de quatre tiges articulées.
Le premier pantographe a été inventé vers 1603 par l'astronome allemand Christoph Scheiner.
Cet appareil est aujourd'hui très utilisé pour la réalisation de gravure et de marquage de pièces.
Enzo décide de construire un pantographe qui lui permettra d'obtenir une réduction de rapport 0,4.
Il a d'abord testé le fonctionnement sur un pantographe virtuel et dynamique (**Doc. 1**).
Puis il a fait un croquis et l'a analysé (**Doc. 2 et 3**).
Il a ensuite réalisé un schéma de construction (**Doc. 4**).

Doc. 1 Pantographe virtuel et dynamique



Le cœur rouge est le dessin original et le cœur bleu le dessin transformé.

Doc. 2 Croquis

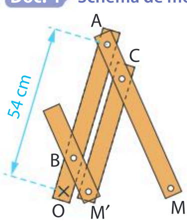


Doc. 3 Notes

Par construction :

- la longueur OA = AM est fixe ;
- le point M est mobile : le segment [OA] pivote autour du sommet O et [AM], autour du sommet A ;
- les points O, M et M′ sont alignés ;
- M′CAB est un parallélogramme dont les côtés sont de longueur fixe. Le triangle OBM′ est l'image de OAM dans une homothétie de centre O.

Doc. 4 Schéma de montage



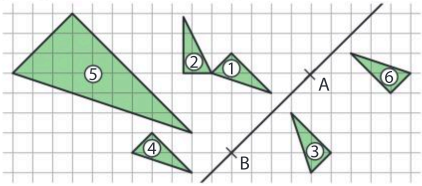
Le point O sera fixé sur la table à dessin.
Un stylo rouge (le crayon guide) sera placé en M.
Un stylo bleu sera placé en M′.

1. Pour obtenir une réduction de rapport 0,4, où Enzo devra-t-il placer les points B et C sur les tiges [OA] et [AM] ? Quel sera alors la longueur M′C ? Justifier les réponses.
2. Pourra-t-il obtenir des agrandissements avec son pantographe ? Si oui, de quel rapport ?

Brevet

45 Un triangle dans tous ses états

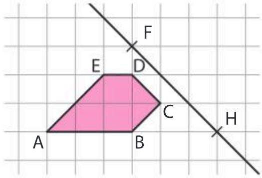
Dans la figure ci-dessous, chacun des triangles ②, ③, ④, ⑤ et ⑥ est l'image du triangle ① par une transformation.



- Décrire chacune de ces transformations

46 Une foule de transformations

On appelle (f) la figure formée par le polygone ABCDE.



1. Reproduire cette figure en utilisant le quadrillage.

2. Construire sur le quadrillage :

a. l'image (f_1) de (f) par la translation qui transforme A en C ;

b. l'image (f_2) de (f) par la symétrie d'axe (FH) ;

c. l'image (f_3) de (f) par la rotation de centre A et d'angle 90°, dans le sens antihoraire ;

d. l'image (f_4) de (f) par la symétrie de centre H ;

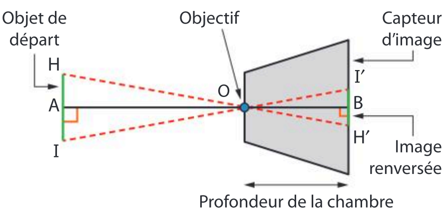
e. l'image (f_5) de (f) par la rotation de centre E et d'angle 90°, dans le sens des aiguilles d'une montre ;

f. l'image (f_6) de (f) par l'homothétie de centre F et de rapport 3.

47 La chambre noire

PC

Avant d'apparaitre à l'écran, une image photographiée est d'abord agrandie ou réduite et renversée sur un capteur : c'est le phénomène de « la chambre noire ». Ce phénomène est décrit sur le schéma ci-dessous.



Un objet [IH] situé à une distance OA de l'objectif O a une image renversée [I'H'] agrandie ou réduite.

On peut considérer que [I'H'] est l'image de [IH] par une homothétie de centre O.
La profondeur de la chambre de l'appareil photo de Sarah est de 50 mm.
Sarah prend en photo un sapin d'une hauteur de 12 m.
Ce sapin se trouve à 15 m de l'objectif.

- Quelle sera la hauteur de l'image sur l'écran ?

48 La mini-rampe

Prise d'initiative

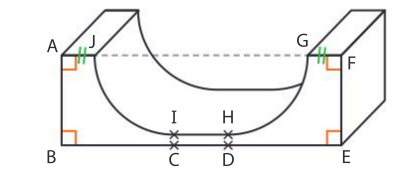
Baptiste aimerait construire dans son jardin une mini-rampe de skate en contreplaqué. Il a fait un schéma à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.
Il demande à son père d'aller lui acheter de la peinture noire pour peindre les faces avant et arrière, mais celui-ci, sur place, ne se souvient plus des dimensions réelles de la mini-rampe, il a juste le schéma que Baptiste lui a confié.
En s'aidant des documents ci-dessous :

1. calculer le prix minimum qu'il va payer ;

2. préciser le temps de séchage de la peinture.

Doc. 1 Schéma

échelle : 1/20



AJ = 3 cm AB = 8 cm CD = 5 cm BE = 25 cm

Doc. 2 Descriptif technique

Bidon (en litres)	0,5	2,5
Prix (en €)	21,17	77,17
Rendement	12 m^2/L	
Teinte	Blanc, gris et noir	

Travailler autrement

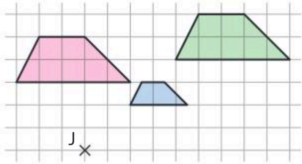
Utilisable en AP

À chacun sa méthode !

Deux énoncés pour un exercice

Exercice 1

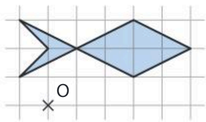
Lucien a obtenu la figure verte à partir de la figure rose. Il a ensuite obtenu la figure bleue à partir de la figure verte. Il a utilisé une transformation à chaque fois.



- Décrire les deux transformations qu'il a utilisées et leurs éléments caractéristiques.

Exercice 2

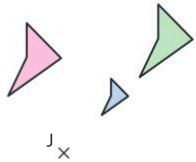
1. Reproduire au centre d'une feuille quadrillée la figure ci-dessous et le point O.



2. Construire l'image de cette figure par l'homothétie de centre O et de rapport 2.

Exercice 1

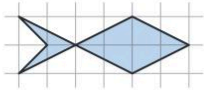
Lucien a obtenu la figure verte à partir de la figure rose. Il a ensuite obtenu la figure bleue à partir de la figure verte. Il a utilisé une transformation à chaque fois.



- Décrire les transformations qu'il a utilisées et leurs éléments caractéristiques.

Exercice 2

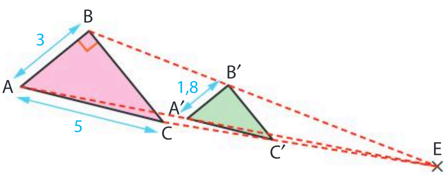
On veut tracer l'image de la figure ci-dessous par une homothétie de centre O et de rapport –2.



1. Placer astucieusement le point O sur une feuille quadrillée, puis reproduire le poisson bleu.
2. Construire l'image de cette figure par l'homothétie de centre O et de rapport –2.

Écriture d'un énoncé

Le triangle vert est l'image du triangle rose par une homothétie de centre E. L'unité est le centimètre.



Les questions de cet exercice ont été effacées, mais voici les calculs que Nina a effectués pour répondre aux quatre questions :

1. $5^2 - 3^2 = 16$; $4^2 = 16$ 2. $\frac{1{,}8}{3} = 0{,}6$

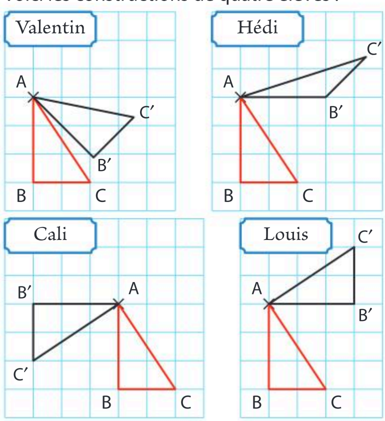
3. $0{,}6 \times (3 + 4 + 5) = 0{,}6 \times 12 = 7{,}2$

4. $\frac{3 \times 4}{2} = 6$; $0{,}6^2 \times 6 = 2{,}16$

1. Utiliser les calculs ci-dessus pour écrire les questions de l'exercice.
2. Proposer ces questions à son binôme afin qu'il rédige précisément les réponses.

Analyse d'une production

Un professeur demande à ses élèves de tracer l'image du triangle ABC par la rotation de centre A et d'angle 90°, dans le sens antihoraire.
Voici les constructions de quatre élèves :



- Corriger les réponses des élèves en expliquant les erreurs commises, quand il y en a.

CHAPITRE 12

Ta mission

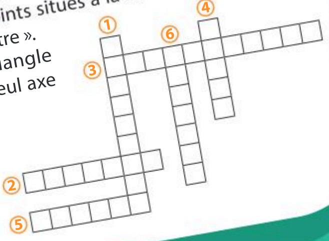
Utiliser les propriétés des triangles et des quadrilatères.

Triangles et quadrilatères

Jeux

Mots croisés

① Nature d'un triangle ayant un angle droit.
② Quadrilatère dont les diagonales sont perpendiculaires en leur milieu.
③ Nature d'un triangle dont tous les angles ont même mesure.
④ Quadrilatère qui est à la fois un rectangle et un losange.
⑤ Ensemble de points situés à la même distance d'un point appelé « centre ».
⑥ Nature d'un triangle qui possède un seul axe de symétrie.



INFOS

Les **Sangaku** sont des énigmes géométriques japonaises gravées sur des tablettes en bois. Ce sont des problèmes de géométrie faisant intervenir des figures simples telles que les quadrilatères, les triangles et les cercles, où l'esthétique des formes est déterminante dans le choix des problèmes.

Activités

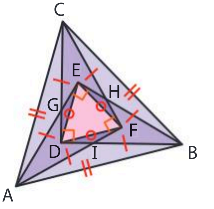
Questions flash

diapo

Prêt ?

1. Quelles sont les figures géométriques qui constituent cette mosaïque ?

2. Dans la figure ci-dessous :
   a. citer trois triangles rectangles ;
   b. citer trois triangles isocèles non rectangles ;
   c. citer deux triangles équilatéraux ;
   d. citer deux triangles semblables ;
   e. citer deux triangles égaux.

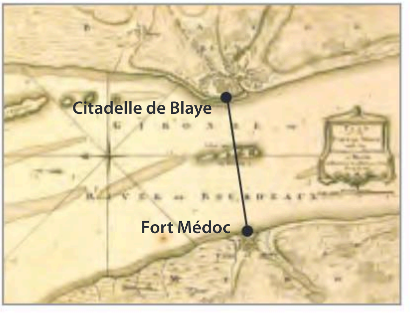


Partez !

Le Verrou de l'estuaire de la Gironde

4e Activité 1

À la fin du XVIII^{e} siècle, l'estuaire de la Gironde était contrôlé par le « Verrou » constitué par :
• la citadelle de Blaye, sur la rive droite ;
• Fort Médoc, sur la rive gauche.



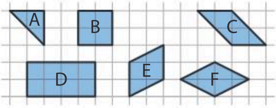
Pour barrer l'accès du fleuve aux bateaux ennemis, des sentinelles étaient positionnées sur les remparts de la citadelle et du fort. Pour déterminer la position des bateaux, elles effectuaient des mesures d'angles à l'aide d'un appareil appelé « sextant ».
À l'arrivée d'un bateau ennemi, la sentinelle positionnée à la citadelle a mesuré un angle de 43° entre le bateau et le fort et celle positionnée au fort a mesuré un angle de 60° entre le bateau et la citadelle.
La distance entre la citadelle et le fort est de 3 250 m.

1. Faire une figure, soit avec un logiciel de géométrie dynamique, soit sur une feuille en prenant comme échelle $\frac{1}{25\,000}$.
2. À l'aide de la figure, déterminer la distance approximative entre le bateau et la Citadelle de Blaye, puis celle entre le bateau et Fort Médoc.
3. Si le bateau se trouvait à moins de 2 km de la citadelle, alors les soldats n'avaient pas le temps de charger les canons. Qu'en est-il dans ce cas précis ?

Mosaïques et pavements

4e Activité 2

Dans le Palais de la Porte Dorée, à Paris, on peut voir des mosaïques réalisées dans la lignée de céramistes tels qu'Émile Muller et Alexandre Bigot qui s'étaient illustrés lors des Expositions universelles de 1889 et 1890 et sur les façades d'immeubles parisiens.
Les mosaïques et les pavements sont constitués de petites pièces de formes élémentaires appelées « tesselles ». À partir de ces pièces, on peut fabriquer une multitude de motifs comme sur le pavement ci-contre.
Voici quelques pièces de mosaïque représentées sur un quadrillage :



1. Déterminer la nature de chacune d'elles.
2. Avec quelles pièces ci-dessus peut-on former chacune des figures suivantes ? Donner toutes les possibilités.

fig. 1

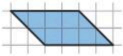



fig. 2

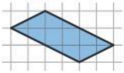
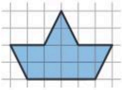
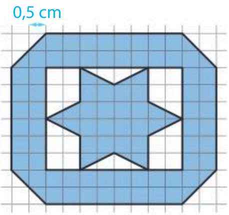



fig. 3


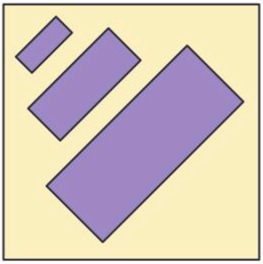


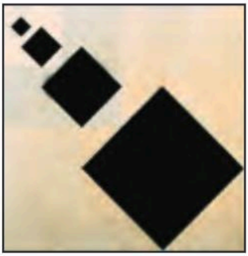
3. La réalisation ci-contre a nécessité exactement 18 pièces.
   a. Reproduire cette figure sur un quadrillage.
   b. Quelles pièces a-t-on utilisées et en combien d'exemplaires chacune ?
   c. Déterminer l'aire en cm^2 de la surface bleue de cette figure.
   d. Déterminer la longueur du contour extérieur de cette figure. Justifier.

À la manière de Théo van Doesburg

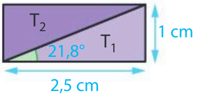
4e Activité 3 Prise d'initiative

Théo désire réaliser une œuvre en s'inspirant du tableau *Composition arithmétique* du peintre néerlandais Théo van Doesburg (1883-1931).
Théo a réalisé une figure comportant trois rectangles.





- Le petit rectangle a pour dimensions 1 cm et 2,5 cm ; il est composé de deux triangles, T_1 et T_2 :



- Le rectangle moyen est un agrandissement de rapport 2 du petit rectangle.
- Le grand rectangle est un agrandissement de rapport 1,7 du rectangle moyen.

1. Justifier que les triangles T_1 et T_2 sont des triangles égaux.
2. Déterminer deux triangles semblables mais non égaux au triangle T_1.
3. Déterminer les longueurs et les angles dont on a besoin pour construire les deux triangles trouvés dans la question 2.
4. Reproduire en vraie grandeur la figure de Théo.

Cours

5e

1 Utiliser les propriétés des angles et des triangles

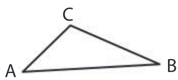
Vidéo

Propriétés

Dans un **triangle** :
- la somme des mesures des angles est égale à 180° ;
- la longueur de chaque côté est inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés : pour vérifier qu'un triangle est constructible, on vérifie que la plus grande longueur est inférieure à la somme des deux autres.

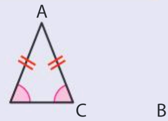
Exemple

Dans un triangle ABC non aplati, on a :
- $AB < AC + CB$ $\quad$ $AC < AB + CB$ $\quad$ et $\quad$ $CB < AC + AB$
- $\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180°$



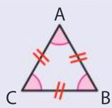
Définitions et propriété

Un **triangle isocèle** est un triangle qui a deux côtés de même longueur.
On appelle **sommet principal** le point commun aux deux côtés de même longueur et **base** le côté opposé au sommet principal.
- Si un triangle ABC est isocèle en A, alors les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$ ont même mesure.
- Si les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$ ont même mesure, alors ABC est isocèle en A.



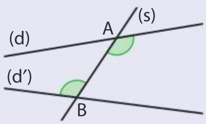
Définition et propriété

Un **triangle équilatéral** est un triangle qui a ses trois côtés de même longueur.
- Si un triangle est équilatéral, alors ses trois angles ont pour mesure 60°.
- Si les trois angles d'un triangle ont même mesure, alors il est équilatéral.



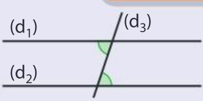
Définition

Soient deux droites (d) et (d') et une sécante (s) qui coupe (d) et (d') en deux points A et B.
Deux angles sont **alternes-internes** lorsque :
- ils ont pour sommet A et B ;
- ils sont situés de part et d'autre de la droite (s) ;
- ils sont entre les droites (d) et (d').



Propriété

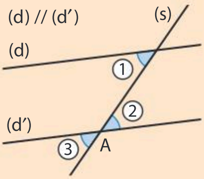
- Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, alors ces droites forment des angles alternes-internes de même mesure.
- Si deux droites coupées par une sécante forment des angles alternes-internes de même mesure, alors ces deux droites sont parallèles.



!

Dans la figure ci-contre, les angles ① et ② ont même mesure. Les angles ② et ③ sont symétriques par rapport au point A. Ils ont donc également même mesure.
Ainsi, dans cette figure, les angles ①, ② et ③ ont même mesure.

Les angles ② et ③ sont appelés **angles opposés par le sommet**.
Les angles ① et ③ sont appelés **angles correspondants**.



Savoir-faire

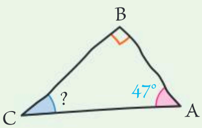
1 Utiliser les propriétés des angles et des triangles

1 Soit ABC un triangle avec $\widehat{CAB} = 47°$.

- Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$ pour que le triangle soit rectangle en B.

Solution

On commence par faire une figure à main levée avec les informations du texte.
Dans le triangle ABC, $\widehat{CBA} = 90°$ et $\widehat{CAB} = 47°$.
Or dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à 180°.



$$\widehat{CAB} + \widehat{CBA} + \widehat{ACB} = 180°$$
$$47° + 90° + \widehat{ACB} = 180°$$
$$137° + \widehat{ACB} = 180°$$
$$\widehat{ACB} = 180° - 137°$$
$$\widehat{ACB} = 43°$$

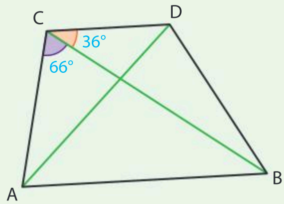
Pour que le triangle ABC soit rectangle en B, il faut que $\widehat{ACB} = 43°$.

2 Soit EFG un triangle avec $\widehat{EFG} = 28°$.

- Déterminer les mesures des angles $\widehat{FEG}$ et $\widehat{FGE}$ pour que le triangle soit isocèle en E.

3 Dans la figure ci-dessous, les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

- Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{CBA}$?

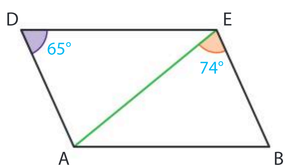


Solution

On reconnait deux droites parallèles : (CD) et (AB), une sécante (CB) et deux angles alternes internes : $\widehat{DCB}$ et $\widehat{CBA}$.
Or si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, alors ces droites forment des angles alternes-internes de même mesure.
Donc $\widehat{DCB} = \widehat{CBA} = 36°$.

4 ABED est un parallélogramme.

- Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{EAD}$.



Cours

4e 2 Reconnaitre des triangles égaux et des triangles semblables ▶ Vidéo

Définition

Deux triangles sont **égaux** lorsque leurs côtés sont deux à deux de même longueur.

Propriété

Si deux triangles ont, deux à deux :

- un angle de même mesure compris entre deux côtés de même longueur

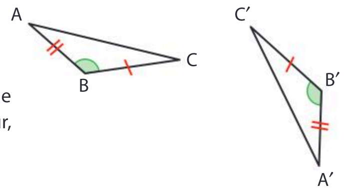
ou

- un côté de même longueur compris entre deux angles de même mesure,

alors ils sont égaux.

Exemple

AB = A′B′
BC = B′C′
$\widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'}$
Les triangles ABC et A′B′C′ ont un angle de même mesure compris entre deux côtés de même longueur, donc ce sont des triangles égaux.



Définition

Deux triangles sont **semblables** lorsque leurs angles sont deux à deux de même mesure.

- Si deux triangles sont égaux alors ils sont semblables. Par contre, deux triangles semblables ne sont pas forcément égaux.
- Pour démontrer que deux triangles sont semblables, il suffit de démontrer que deux paires d'angles sont de même mesure.

Propriété

Si deux triangles ABC et A′B′C′ sont semblables, alors les longueurs des côtés opposés aux angles égaux sont proportionnelles. On a $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} = k$.

Si k < 1, alors A′B′C′ est une réduction de ABC de rapport *k*.
Si k > 1, alors A′B′C′ est un agrandissement de ABC de rapport *k*.

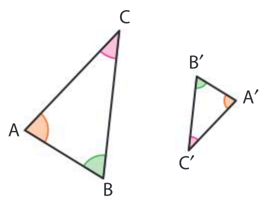
Exemple

Les triangles ABC et A′B′C′ sont semblables car $\widehat{A} = \widehat{A'}$, $\widehat{B} = \widehat{B'}$ et $\widehat{C} = \widehat{C'}$. Donc les longueurs des côtés du triangle ABC sont proportionnelles aux longueurs des côtés du triangle A′B′C′.

Longueurs du triangle ABC	AB	AC	BC
Longueurs du triangle A′B′C′	A′B′	A′C′	B′C′

× k

Le tableau est un tableau de proportionnalité et *k* est le coefficient de proportionnalité.



Propriété

Si les longueurs des côtés de deux triangles sont proportionnelles, alors ces triangles sont semblables.

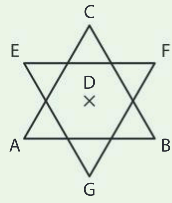
Savoir-faire

Apprends à l'aide des exercices résolus puis entraine-toi !

2 Reconnaitre des triangles égaux et des triangles semblables

5 L'étoile représentée ci-contre est constituée de deux triangles équilatéraux ABC et EFG. Le triangle EFG est le symétrique du triangle ABC par rapport au point D.

- Justifier que les deux triangles sont égaux.

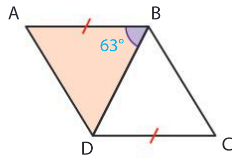


Solution

On utilise les propriétés de la symétrie centrale et la définition de deux triangles égaux.
Le triangle EFG est le symétrique du triangle ABC par rapport au point D.
Or la symétrie centrale conserve les longueurs, donc les triangles ABC et EFG ont leurs côtés deux à deux de même longueur : ce sont des triangles égaux.

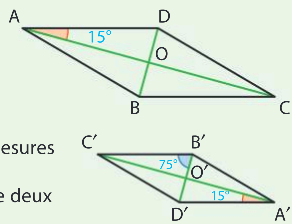
6 Dans le quadrilatère ABCD ci-contre, (AB) // (CD) et AB = CD.

- Démontrer que les triangles ABD et BCD sont des triangles égaux.



7 Les quadrilatères ABCD et A′B′C′D′ représentés ci-dessous sont des losanges.

- Montrer que les triangles OAD et O′A′D′ sont semblables.

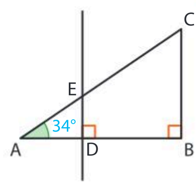


Solution

Comme on n'a aucune indication sur les longueurs, on s'intéresse aux mesures des angles.
Pour prouver que deux triangles sont semblables, il suffit de prouver que deux paires d'angles sont de même mesure.
ABCD est un losange.
Or les diagonales d'un losange sont perpendiculaires.
Donc $\widehat{DOA} = 90°$.
Par analogie dans le losange A′B′C′D′, on a $\widehat{A'O'D'} = 90°$.
Dans le triangle OAD, $\widehat{DOA} = 90°$ et $\widehat{DAO} = 15°$ et dans le triangle O′A′D′, $\widehat{D'O'A'} = 90°$ et $\widehat{D'A'O'} = 15°$.
Les deux triangles OAD et O′A′D′ ont deux paires d'angles de même mesure. Ce sont donc des triangles semblables.

8 Dans la figure ci-contre, le triangle ABC est rectangle en B.
De plus, $D \in [AB]$ et $(DE) \perp (AB)$.

- Démontrer que les triangles ADE et ABC sont semblables.



Cours

5e — 3 Reconnaitre un parallélogramme — Vidéo

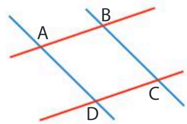
Définition

Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont deux à deux parallèles.

Exemple

- Les droites (AB) et (DC) sont parallèles.
- Les droites (AD) et (BC) sont parallèles.

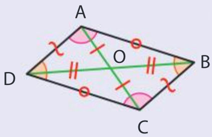
Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.



Propriétés

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors :

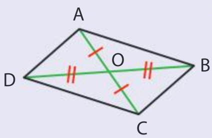
- ses diagonales se coupent en leur milieu ;
- ses côtés opposés sont de même longueur ;
- ses angles opposés sont de même mesure.



Propriété

Avec les diagonales

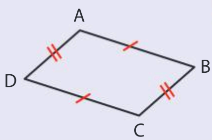
Si les diagonales d'un quadrilatère se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.



Propriété

Avec les quatre côtés

Si un quadrilatère non croisé a ses côtés opposés deux à deux de même longueur, alors c'est un parallélogramme.

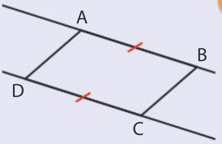


Si les côtés opposés sont deux à deux parallèles, on peut aussi conclure que c'est un parallélogramme (c'est la définition d'un parallélogramme !).

Propriété

Avec deux côtés

Si un quadrilatère non croisé a deux côtés opposés parallèles et de même longueur, alors c'est un parallélogramme.



Savoir-faire

Apprends à l'aide des exercices résolus puis entraine-toi !

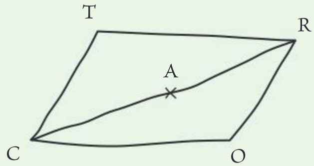
3 Reconnaitre un parallélogramme

9 TROC est un parallélogramme.
A est le milieu du segment [RC].

- Que représente le point A pour le segment [TO] ? Justifier.

Solution

On commence par faire une figure à main levée.



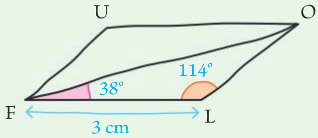
On remarque que A est le milieu de la diagonale [RC] du parallélogramme TROC.
Or les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.
Donc A est aussi le milieu de la diagonale [TO].

10 FLOU est un parallélogramme tel que LF = 3 cm ; $\widehat{LFO} = 38°$; $\widehat{FLO} = 114°$.

1. Déterminer $\widehat{FUO}$.
2. Déterminer $\widehat{FOU}$.

Solution

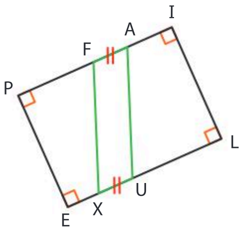
On commence par faire une figure à main levée.



1. On remarque que $\widehat{FUO}$ est un des angles du parallélogramme.
Comme FLOU est un parallélogramme, ses angles opposés sont de même mesure.
Donc $\widehat{FUO} = \widehat{FLO} = 114°$.
2. On remarque que $\widehat{FOU}$ et $\widehat{LFO}$ sont alternes-internes.
Or FLOU est un parallélogramme, donc ses côtés opposés sont parallèles : (FL) // (OU).
Les droites (FL) et (OU) sont parallèles et coupées par la sécante (FO).
Donc les angles alternes-internes $\widehat{LFO}$ et $\widehat{FOU}$ sont de même mesure.
Alors $\widehat{LFO} = \widehat{FOU} = 38°$.

11 Les points P, F, A et I sont alignés.
Les points E, X, U et L sont alignés.

- Démontrer que le quadrilatère FAUX est un parallélogramme.



12 MONT est un quadrilatère tel que :
MO = TN = 4,2 cm ; ON = MT = 3 cm ; MN = 4 cm.

1. Faire un dessin à main levée et le coder.
2. Quelle est la nature de MONT ? Justifier.
3. Construire ce quadrilatère en vraie grandeur.

13 VRAI est un parallélogramme tel que :
VR = 6,4 cm ; RA = 4,8 cm ; $\widehat{VRA} = 49°$.

1. Faire un dessin à main levée.
2. Déterminer les longueurs IA et VI. Justifier.
Coder le dessin à main levée.
3. Construire ce parallélogramme en vraie grandeur.

14 1. Tracer :
- deux cercles $(\mathscr{C}_1)$ et $(\mathscr{C}_2)$ de centre O et de rayons respectifs 3,2 cm et 4,5 cm ;
- un diamètre [WA] du cercle $(\mathscr{C}_1)$;
- un diamètre [HT] du cercle $(\mathscr{C}_2)$;
- le quadrilatère WHAT.

2. Quelle est la nature de WHAT ? Justifier.

Cours

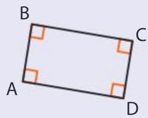
4e

4 Reconnaitre un parallélogramme particulier

Vidéo

Définition

Un **rectangle** est un quadrilatère qui a quatre angles droits.

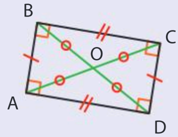


Propriétés

Si ABCD est un rectangle, alors :

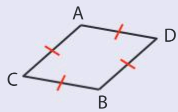
- ABCD est un parallélogramme ;
- les diagonales [AC] et [BD] ont même longueur.

Si ABCD est un parallélogramme et que ses diagonales ont même longueur, alors c'est un rectangle.



Définition

Un **losange** est un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur.

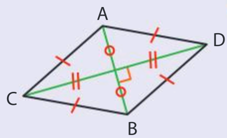


Propriétés

Si ABCD est un losange, alors :

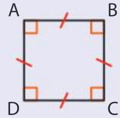
- ABCD est un parallélogramme ;
- les diagonales [AC] et [BD] sont perpendiculaires.

Si ABCD est un parallélogramme et que ses diagonales sont perpendiculaires, alors c'est un losange.



Définition

Un **carré** est un quadrilatère qui a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur.

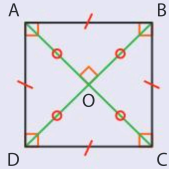


Propriétés

Si ABCD est un carré, alors :

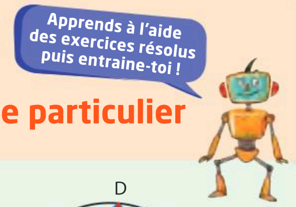
- ABCD est un parallélogramme ;
- les diagonales [AC] et [BD] ont même longueur ;
- les diagonales [AC] et [BD] sont perpendiculaires.

Si ABCD est un parallélogramme et que ses diagonales ont même longueur et sont perpendiculaires, alors c'est un carré.



Un carré est à la fois un parallélogramme, un rectangle et un losange !

Savoir-faire

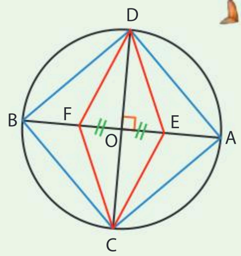


4 Reconnaitre un parallélogramme particulier

15 [CD] et [AB] sont deux diamètres perpendiculaires d'un même cercle de centre O.
F et E sont deux points de [AB] tels que OF = OE.

1. Montrer que DECF est un losange.

2. Quelle est la nature de ACBD ? Justifier.



Solution

1. D'après la figure, on peut conjecturer que DECF est un losange.
On commence par démontrer que DECF est un parallélogramme. Pour cela, on montre que ses diagonales se coupent en leur milieu.
On sait d'après l'énoncé que OF = OE.
De plus, O est le centre du cercle passant par D et C, alors OD = OC.
Les diagonales [EF] et [CD] se coupent en leur milieu, donc DCEF est un parallélogramme.

On démontre ensuite que DECF est un losange.
On sait que DECF est un paralléogramme. De plus [FE] ⊥ [DC].
Comme DECF est un parallélogramme et que ses diagonales sont perpendiculaires, alors DECF est un losange.

2. D'après la figure, on peut conjecturer que ACBD est un carré.
On commence par démontrer que ACBD est un parallélogramme.
[AB] et [CD] sont deux diamètres du cercle de centre O. Donc O est le milieu de [AB] et de [CD].
Comme les diagonales du quadrilatère ACBD se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.

On montre ensuite que ACBD est un carré.
On sait que ACBD est un parallélogramme. De plus, ses diagonales [AB] et [CD] sont de même longueur et perpendiculaires.
Comme ACBD est un parallélogramme et que ses diagonales ont même longueur et sont perpendiculaires, alors ACBD est un carré.

16 GRIM est un rectangle tel que GI = 6,1 cm et IR = 3,9 cm.

1. Déterminer les longueurs MG et RM. Justifier.

2. Construire ce rectangle en vraie grandeur.

17 EFGH est un quadrilatère tel que EF = GH ; FG = HE ; EG = FH.

1. Montrer que EFGH est un parallélogramme.

2. Montrer que EFGH est un rectangle.

18 PLUS est un losange tel que PL = 6,2 cm et $\widehat{PLU} = 37°$.

1. Construire ce losange en vraie grandeur.

2. Que peut-on dire des segments [PU] et [SL] ? Justifier.

3. Calculer les mesures des angles des triangles PLU et PSU. Justifier.

19 RATE est un quadrilatère dont les diagonales se coupent en Z de telle façon que les triangles RZA, AZT, TZE et EZR sont tous isocèles rectangles en Z.

1. Faire un dessin à main levée.

2. Démontrer que RATE est un carré.

Exercices

2 pages d'exercices supplémentaires dans le manuel numérique

Utiliser les propriétés des angles et des triangles

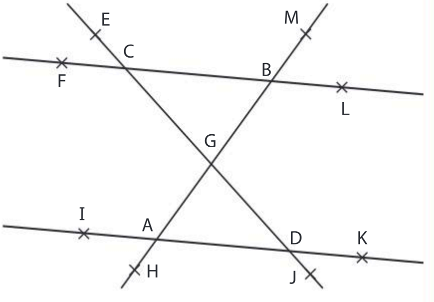
Savoir-faire p. 209

Questions flash

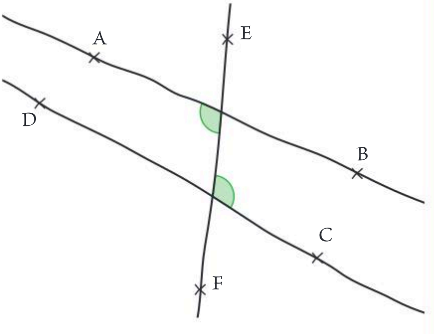
diapo

20 Les droites (FL) et (IK) sont parallèles.

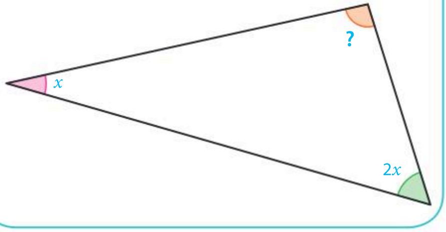
- Citer quatre couples d'angles alternes-internes de même mesure.



21 D'après le codage, que peut-on dire des droites (AB) et (CD) ?

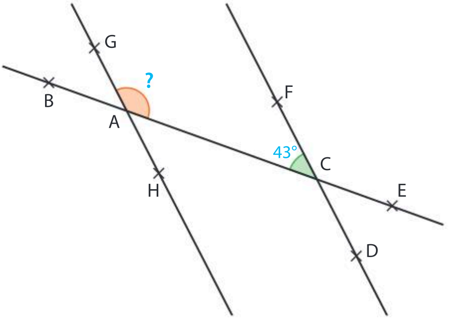


22 Exprimer la mesure de l'angle manquant en fonction de x.

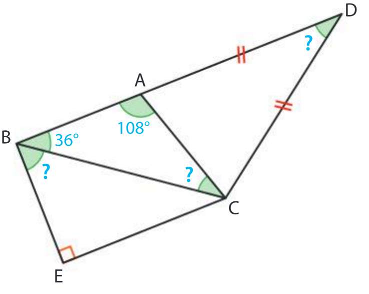


23 Les droites (AC) et (FD) sont sécantes en C.

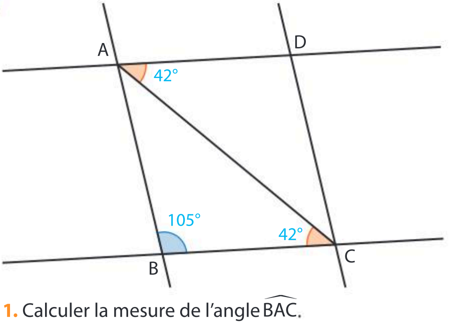
- Quelle est la valeur de l'angle manquant pour que les droites (FD) et (GA) soient parallèles ?



24 Déterminer la mesure des angles notés par un point d'interrogation.
Les points B, A et D sont alignés et (BA) // (EC)



25 Dans le quadrilatère ABCD, les droites (AB) et (CD) sont parallèles.



1. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$.
2. Justifier que les droites (AD) et (BC) sont parallèles.
3. Démontrer que ABCD est un parallélogramme.
4. Déterminer les mesures des angles du triangle ADC.

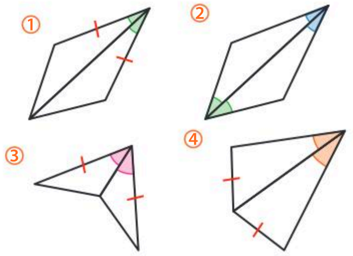
Reconnaitre des triangles égaux et des triangles semblables

Savoir-faire p. 211

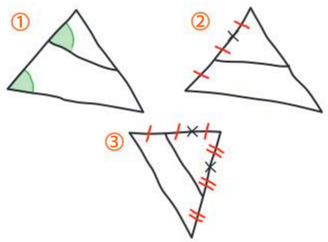
Questions flash

diapo

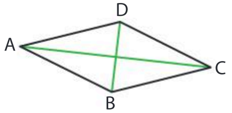
26 Quelles sont les figures où les triangles sont égaux ?



27 D'après le codage, quelles sont les figures pour lesquelles on peut conclure que les triangles sont semblables ?

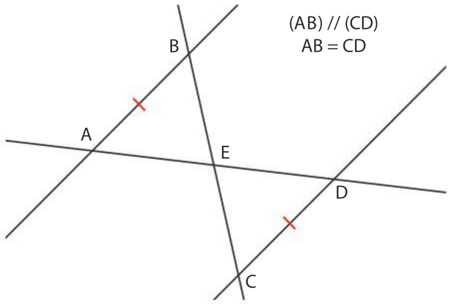


28 ABCD est un losange.

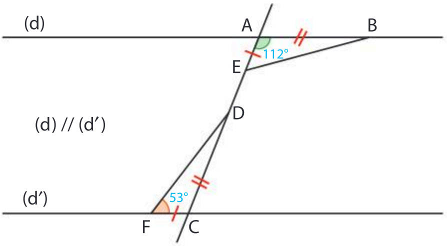


- Montrer que les quatre triangles formés par les diagonales du losange sont des triangles égaux.

29 Expliquer pourquoi les triangles ABE et EDC sont des triangles égaux.



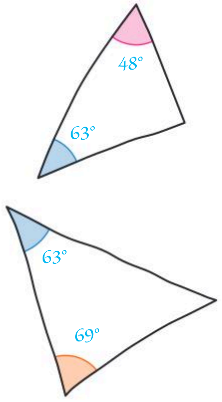
30 On donne la figure ci-dessous.



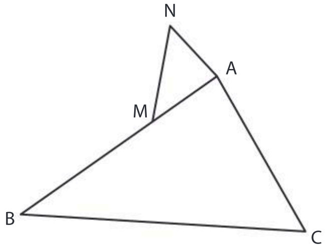
1. Montrer que les triangles ABE et DCF sont des triangles égaux.

2. Déterminer les mesures des angles du triangle AEB.

31 Est-ce que ces deux triangles sont semblables ? Justifier.



32 Dans la figure ci-dessous, ABC est un triangle tel que AB = 4,8 cm ; AC = 3,6 cm et BC = 5,7 cm.
AMN est un triangle tel que AN = 1,2 cm, AM = 1,6 cm et MN = 1,9 cm.



1. Expliquer pourquoi les triangles ABC et AMN sont des triangles semblables.

2. Déterminer le rapport de réduction pour passer du triangle ABC au triangle AMN.

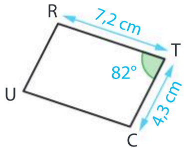
Exercices

Reconnaitre un parallélogramme

Savoir-faire p. 213

Questions flash diapo

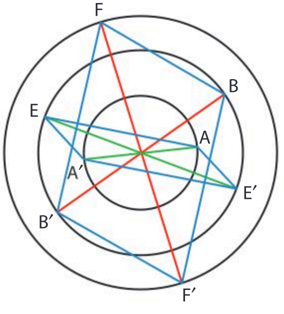
33 TRUC est un parallélogramme.



1. Déterminer les longueurs UC et RU.

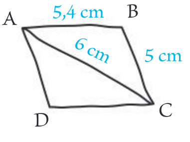
2. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{RUC}$.

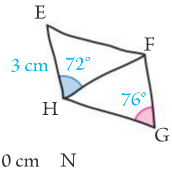
34 Dans la figure ci-dessous, quelle propriété permet de prouver que les deux quadrilatères bleus sont des parallélogrammes ?

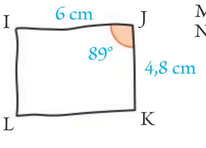


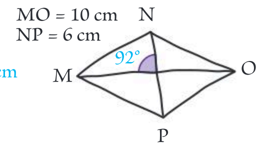
35 En utilisant le quadrillage d'une feuille à grands carreaux, tracer un parallélogramme EFGH tel que EF = 3,2 cm.

36 Voici les dessins à main levée de quatre parallélogrammes :



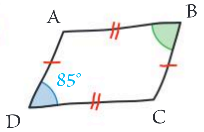


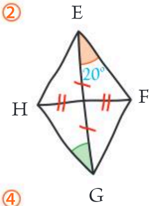


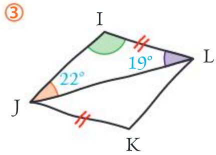


• Construire ces quatre parallélogrammes en vraie grandeur.

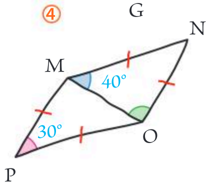
37 diapo

① 

② 

③ 

(IL) // (JK)

④ 

1. Associer chacun des dessins à main levée ci-dessus à la propriété qui permet d'affirmer que c'est un parallélogramme.

ⓐ Si un quadrilatère a deux côtés opposés parallèles et de même longueur, alors c'est un parallélogramme.

ⓑ Si un quadrilatère a ses côtés opposés deux à deux de même longueur, alors c'est un parallélogramme.

ⓒ Si les diagonales d'un quadrilatère se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.

2. Associer chaque dessin à main levée ci-dessus à la (ou les) propriété(s) qui permet(tent) de déterminer la mesure de l'angle vert.

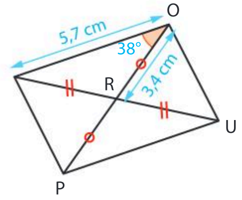
ⓓ Dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à 180°.

ⓔ Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, alors ces droites forment des angles alternes-internes de même mesure.

ⓕ Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses angles opposés sont de même mesure.

ⓖ Un parallélogramme a ses côtés opposés deux à deux parallèles.

38



1. Démontrer que le quadrilatère LOUP est un parallélogramme.

2. Déterminer les longueurs des segments [OP] et [PU]. Justifier les réponses.

3. Pourquoi peut-on affirmer que les angles $\widehat{LOP}$ et $\widehat{OPU}$ sont de même mesure ?

4. Construire en vraie grandeur le parallélogramme LOUP.

Reconnaitre un parallélogramme particulier

Savoir-faire p. 215

Questions flash

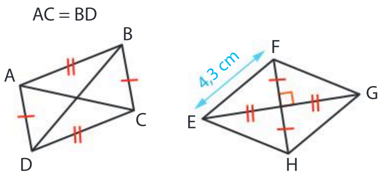
diapo

39 Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

1. Un parallélogramme peut être un carré.
2. Si un quadrilatère a ses diagonales perpendiculaires, alors c'est un losange.
3. Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur, alors c'est un rectangle.
4. Si un rectangle a ses diagonales perpendiculaires, alors c'est un carré.
5. Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles et deux côtés consécutifs de même longueur, alors c'est un losange.
6. Si un quadrilatère a ses côtés opposés de même longueur et un angle droit, alors c'est un rectangle.

40 On considère les deux énoncés ci-dessous.

1. Déterminer l'angle $\widehat{ADC}$.
2. Déterminer la longueur de [FG].



Remettre dans l'ordre les réponses de Léa et Tom.

Léa

Alors $\widehat{ADC}$ = 90°
Donc ABCD est un parallélogramme.
AC = BD
Un rectangle a quatre angles droits.
AB = DC et AD = BC
Donc ABCD est un rectangle.

Tom

ses diagonales se coupent en leur milieu perpendiculairement

EFGH est un losange
car
Les quatre côtés de EFGH sont de même longueur et EF = 4,3 cm.

FG = 4,3 cm

41 1. Tracer :

- un cercle de centre I et de rayon 3,5 cm ;
- deux diamètres [MD] et [OE] de ce cercle ;
- le quadrilatère MODE.

2. Le quadrilatère MODE est-il un parallélogramme ?
3. Le quadrilatère MODE est-il un rectangle ?

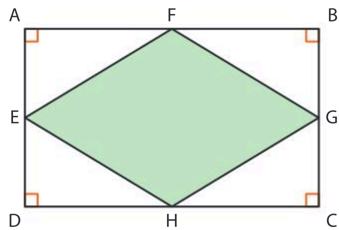
42 VRAC est un parallélogramme dont les diagonales se coupent en S. De plus $\widehat{RAS} = 41°$, $\widehat{ARS} = 50°$ et RA = 5,1 cm.

1. Faire une construction en vraie grandeur.
2. VRAC est-il un losange ? Justifier.

43 TROP est un parallélogramme de centre Z tel que TR = 4,2 cm, $\widehat{TRZ} = 45°$ et $\widehat{RTZ} = 46°$.

1. Faire une construction en vraie grandeur.
2. TROP est-il un rectangle ? Justifier.

44 Dans la figure ci-dessous, les points E, F, G et H sont les milieux des côtés [AD], [AB], [BC] et [CD].



1. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifier.
2. Que peut-on dire des triangles AEF, BGF, CGH et DEH ? Justifier.
3. Quelle est la nature du quadrilatère EFGH ? Justifier.

45 PAGE est un rectangle de centre O tel que PA = 5 cm et PG = 6 cm.

1. Faire un dessin à main levée.
2. Que peut-on dire des longueurs OA, OG, OP et OE ? Justifier.
3. Faire une construction en vraie grandeur du rectangle PAGE.
4. a. Tracer le cercle de centre P passant par E : il coupe [PA] en L.
   b. Tracer le cercle de centre E passant par P : il coupe [EG] en I.
   c. Tracer le quadrilatère PLIE.

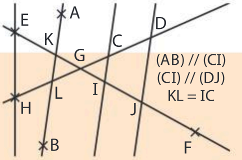
   Code les informations sur ta construction, cela t'aidera pour la suite.

   d. Quelle est la nature du quadrilatère PLIE ? Justifier.

Faire le point

Vérifie tes connaissances.

QCM Donner la seule réponse correcte parmi les trois proposées.



1 Utiliser les propriétés des angles et des triangles

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
Sur la figure ci-dessus, citer deux angles alternes-internes de même mesure :	$\widehat{LKG}$ et $\widehat{IJD}$	$\widehat{KLH}$ et $\widehat{LKI}$	$\widehat{EKA}$ et $\widehat{GCI}$

2 Reconnaitre des triangles égaux et des triangles semblables

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. Sur la figure ci-dessus, citer deux triangles égaux :	GIC et GDJ	GLK et GDJ	GLK et GCI
2. Sur la figure ci-dessus, citer deux triangles semblables mais non égaux :	GLK et GDJ	GLK et GCI	GCI et GEH

3 Reconnaitre un parallélogramme

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
Un parallélogramme possède :	deux diagonales de même longueur.	deux diagonales qui se coupent en leur milieu.	deux côtés consécutifs de même longueur.

4 Reconnaitre un parallélogramme particulier

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
Un losange possède :	deux diagonales de même longueur.	deux diagonales perpendiculaires en leur milieu.	quatre angles droits.

Pour t'aider à retenir le cours.*

Carte mentale

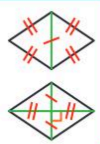
Reproduire et compléter cette carte mentale.

Parallélogramme

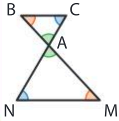
constitué de deux triangles égaux

Losange

constitué de deux triangles isocèles égaux ou de quatre triangles rectangles égaux



Triangles semblables

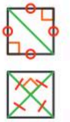


Les angles sont ....

Les longueurs des côtés sont ....

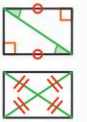
Carré

constitué de deux ou quatre triangles ....



Rectangle

constitué de deux triangles rectangles égaux

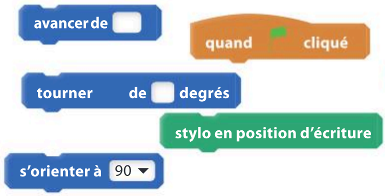


*Tu peux aussi construire ta propre carte mentale.

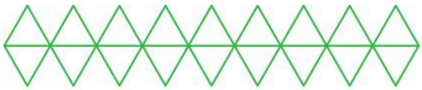
Algorithmique et outils numériques

46 Pavage

1. À l'aide des instructions ci-dessous, écrire un script afin de tracer la figure verte composée de deux triangles équilatéraux.



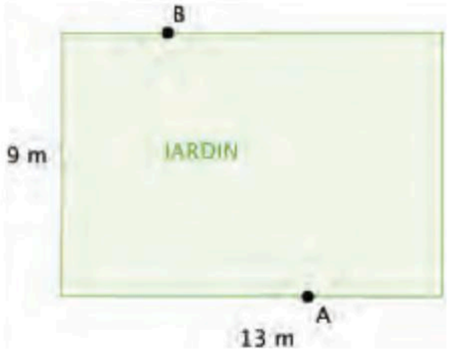
2. Compléter le script précédent afin de tracer cette frise.



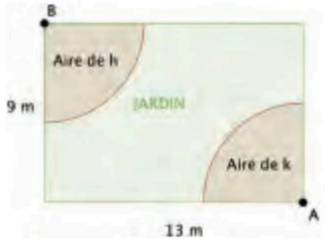
3. Compléter le script précédent afin de réaliser un pavage en reproduisant plusieurs fois cette frise.

47 Attention chiens méchants !

Mathieu a deux chiens qui se bagarrent tout le temps. Il veut pouvoir les laisser dehors, dans son jardin rectangulaire de 9 m sur 13 m. Il décide de les attacher chacun avec une corde le long d'un des quatre murs de son jardin. La corde leur permet d'aller jusqu'à 5 m du point d'attache.



1. Avec un logiciel de géométrie dynamique :
   a. modéliser le jardin par un rectangle et les points d'attache des cordes par deux points A et B pouvant se déplacer sur les murs ;
   b. calculer l'aire dont disposent les chiens si les points d'attache des cordes se trouvent chacun dans un coin du jardin à l'aide de la création d'un secteur circulaire et de l'aire (outils : et).

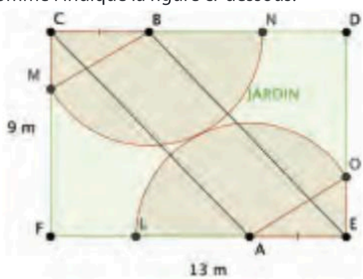


   c. Expliquer pourquoi la distance entre les deux points d'attache des cordes doit être supérieure à 10 m.

2. Mathieu décide de placer les points d'attache des cordes sur les deux murs les plus longs, à la même distance des coins du jardin, comme l'indique la figure ci-dessous.

   a. Construire le quadrilatère CBEA et montrer que c'est un parallélogramme.
   b. À l'aide du logiciel, déterminer les emplacements possibles pour les points d'attache des cordes.
   c. Démontrer la réponse donnée à la question précédente par le calcul.

3. Mathieu s'est finalement décidé et a fixé les cordes comme l'indique la figure ci-dessous.

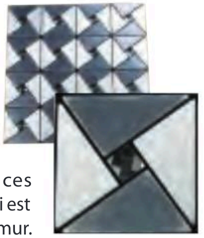


   a. Justifier que les triangles BCM et AEO sont des triangles égaux.
   b. À l'aide du logiciel, calculer la surface dont dispose chaque chien pour cette position.

Problèmes

Pour mieux cibler les compétences			
Chercher	48 55 56 57	Raisonner	50 54 55 61
Modéliser	50 53 57 62	Calculer	51 53 57
Représenter	53 55 60	Communiquer	49 54 57 58

48 Mosaïque carrée



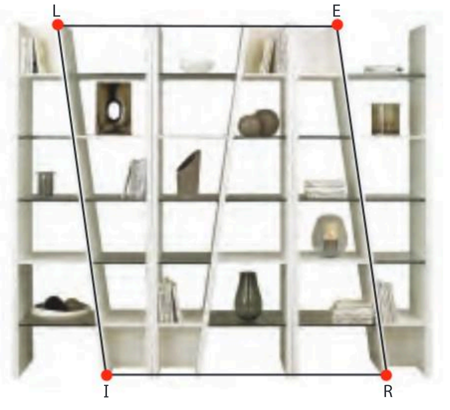
Ce carrelage est constitué de triangles rectangles égaux de couleurs blanche ou grise dont les côtés de l'angle droit mesurent 6 cm et 8 cm.

Assemblés par quatre, ces triangles forment un motif, qui est ensuite répété pour paver le mur.

Le vide laissé par les quatre triangles au centre du motif est comblé par des petits cristaux brillants.

1. Montrer que les quatre triangles ainsi placés forment un carré.
2. Montrer que le vide resté au centre du motif a également la forme d'un carré.
3. Combien faudra-t-il de triangles blancs et de triangles gris pour carreler un mur de 3 m de long sur 2,40 m de haut (on négligera la place occupée par les joints entre les carreaux) ?
4. Quelle surface devra être comblée par les petits cristaux ?

49 Trois bibliothèques



Cet ensemble de rangements a été construit à partir de trois bibliothèques identiques, l'étagère du centre ayant été retournée.

- Montrer que LIRE est un parallélogramme.

50 Encadrer

Wafa a fait encadrer un dessin rectangulaire de 12 cm sur 16 cm par la société d'encadrement de M. Carré.

Elle estime que le cadre réalisé n'est pas rectangulaire et le fait savoir à M. Carré.

Celui-ci prend une équerre dans son bureau et la met contre un coin du cadre, ils constatent tous les deux qu'il y a bien un angle droit et que les deux côtés de cet angle droit mesurent 12 cm et 16 cm.

1. Cette vérification permet-elle à M. Carré d'affirmer que le cadre est rectangulaire ? Justifier.
2. Wafa demande à M. Carré de mesurer les deux diagonales du cadre. Il trouve 20 cm et 20,3 cm. Que peut en conclure Wafa ? Justifier.
3. M. Carré mesure les deux autres côtés : ils font 12,2 cm et 16,2 cm. Mais il ajoute que le devis signé au moment de la commande stipule qu'une erreur de 1° sur les angles du cadre est considérée comme négligeable et que le contrat est donc respecté.
   a. Modéliser cette situation à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.
   b. Wafa peut-elle exiger que M. Carré recommence le travail ? Pourquoi ?

51 Mosaïque tressée

Un carreleur a réalisé une mosaïque carrée de 1 mètre de côté en utilisant :

- des carreaux noirs de forme carrée ;
- des carreaux rouges de forme rectangulaire de 10 cm de longueur et de 5 cm de largeur.

Il n'y a aucun espace entre les carreaux.

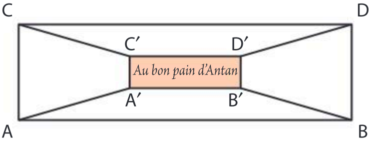
Voici une photo d'une partie de sa réalisation :

Les carreaux rectangulaires sont vendus par paquets de 40 carreaux et les carreaux carrés sont vendus par paquets de 50 carreaux.

1. Combien mesure le côté des carreaux noirs ?
2. Combien de paquets de carreaux rouges et de carreaux noirs a-t-il dû acheter ? Écrire les étapes du raisonnement.

52 Enseigne de boulangerie

Une boulangerie souhaite mettre son nom d'enseigne directement dans sa vitrine, comme ci-dessous.



La devanture du magasin est représentée par le rectangle ABDC avec AB = 7,5 m et BD = 3,3 m.

Le boulanger souhaite que le nom de son enseigne soit sur une pancarte rectangulaire centrée sur la façade qui occuperait $\frac{1}{9}$ de la surface de celle-ci. La pancarte serait soutenue par des câbles à chacune de ses extrémités.

1. Déterminer les dimensions de la pancarte que le boulanger doit commander auprès de son imprimeur.
2. Déterminer la longueur nécessaire de câbles, au mètre près, pour soutenir la pancarte.

53 Pentagon

LV

This is a picture of the Pentagon in the United States of America. It's the ministry of American defense. In the picture above, we can see five rectangles whose length is the internal side of the smallest pentagon and whose width is the distance between the two pentagons.

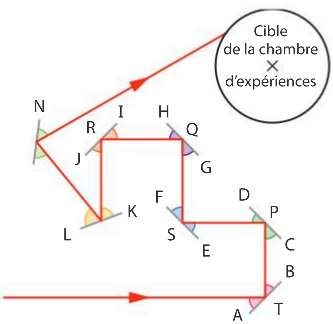
échelle $\frac{1}{10\,000}$

1. Calculate the surface of this building.
2. Make a plan of the Pentagon on a scale of $\frac{1}{5\,000}$.

54 Laser mégajoule

PC

Le laser mégajoule est un bâtiment situé en Gironde, inauguré en 2014. Il permet de simuler des essais nucléaires grâce à la création et l'amplification de faisceaux laser de très grande puissance qui convergent vers une cible contenue dans une chambre d'expérience sphérique située au centre du bâtiment.
Le transport des faisceaux se fait à l'aide de miroirs et de lentilles afin que ces derniers puissent pénétrer dans la chambre d'expérience.
On a modélisé ci-dessous le chemin d'un faisceau.

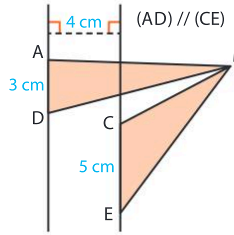


Les segments [AB], [CD], [EF], [GH], [IJ], [KL] et [MN] sont des miroirs. Les angles de même couleur sont de même mesure.
Les miroirs [CD], [EF] et [GH] sont parallèles.

1. Montrer que les angles verts, bleus et roses sont de même mesure.
2. Montrer que les droites (RQ) et (SP) sont parallèles.

55 À la recherche du point inconnu

Dans la figure ci-dessous, (AD) et (CE) sont deux droites parallèles distantes de 4 cm telles que AD = 3 cm et CE = 5 cm.



1. Construire cette figure à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique et placer un point M mobile dans le plan.
2. Déterminer les points M tels que les aires des deux triangles soient égales. On pourra utiliser la trace du point M et distinguer plusieurs cas.

56 Les allumettes

On dispose de 10 allumettes de 3,5 cm chacune.
On veut former des triangles en utilisant ces 10 allumettes exactement.

1. Avec ces allumettes, peut-on former un triangle dont les côtés mesurent :
   a. 10,5 cm, 10,5 cm et 14 cm ?
   b. 3,5 cm, 10,5 cm et 21 cm ?
   Justifier les réponses.
2. Combien de triangles non égaux entre eux peut-on former avec ces 10 allumettes ? Écrire toutes les solutions possibles.

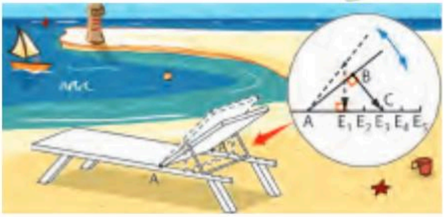
D'après Rallye mathématique sans frontières.

Problèmes

57 Transat

TECH

Prise d'initiative



Voici le fonctionnement d'un transat. Le dossier du transat pivote autour de l'axe [AA']. Une barre de soutien permet de régler l'inclinaison. Cette barre [BC] est liée au dossier en B et pivote autour de ce point.
Pour choisir l'inclinaison du dossier, on cale la barre [BC] dans une des encoches E_1, E_2, E_3, E_4 ou E_5 qui sont régulièrement espacées.
Si C est dans l'encoche E_3, alors [BC] est perpendiculaire à [AB].
Si C est dans l'encoche E_1, alors [BC] est perpendiculaire à [AE_1].
On donne $AE_3 = 50$ cm et $BC = 30$ cm.

- Est-il possible de caler la barre [BC] dans l'encoche E_4 ? et dans l'encoche E_5 ? Justifier les réponses.

D'après Rallye mathématique sans frontières, 2008.

58 La pyramide du Louvre (Paris)

PEAC

Prise d'initiative

Léo prépare son voyage à Paris et cherche quelques informations sur la pyramide du Louvre avant de partir.
Voici ce qu'il lit sur deux sites Internet différents :

Site A :

> La pyramide est constituée de 675 losanges en verre dont les diagonales mesurent 2,9 m et 1,9 m. Sa hauteur est de 21,6 m et sa base fait 1 000 m^2.

Site B :

> La pyramide est constituée de 603 losanges et 70 triangles en verre. Sa hauteur est de 21,6 m et sa base est un carré de côté 35,4 m.

1. Léo est intrigué par les informations données par les sites A et B. Qu'est-ce qui le gène et pourquoi ?

Une semaine plus tard, Léo visite le Louvre. Il observe bien la grande pyramide, il prend des notes et fait deux photos.

Notes

– La grande pyramide du Louvre a une base carrée et quatre faces triangulaires.
– Trois faces sont parfaitement identiques et exclusivement constituées de losanges et de triangles équilatéraux.
– Une face est identique aux autres mais elle contient la porte d'entrée (photo 2).
– La base de la pyramide est un carré dont les côtés mesurent 35,4 m (j'ai mesuré à l'extérieur).
– Les diagonales des losanges en verre font 2,9 m et 1,9 m.
– Les triangles équilatéraux en verre ont trois côtés de 1,9 m.

Photo 1

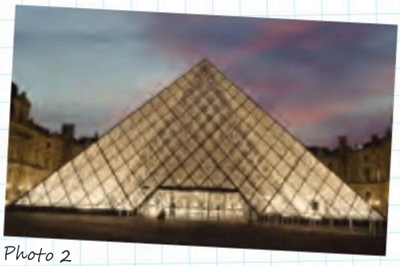


Photo 2

2. a. En se fiant à ce qu'a photographié et relevé Léo, trouver le nombre exact de losanges et de triangles équilatéraux sur cette pyramide.
Détailler la méthode de calcul.

b. Comment peut-on expliquer que la pyramide ait une base carrée de côté 35,4 m alors que chaque triangle équilatéral en verre a pour côté 1,9 m ?

c. Finalement, quelles informations données par les sites A et B sont conformes à ce qu'a observé Léo ?

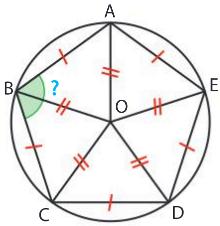
3. En ne tenant pas compte de la porte d'entrée, quel pourcentage de la surface de la pyramide du Louvre est en verre ? Justifier.

Pour prolonger ce problème, tu peux réaliser une maquette de la grande pyramide du Louvre à l'échelle 1/500 en représentant les losanges, les triangles et la porte.

Brevet

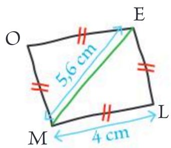
59 **Pentagone régulier**

1. En utilisant le codage de la figure ci-dessous, que peut-on dire des cinq triangles OAB, OBC, OCD, ODE et OEA ?
2. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.



60 **Losange ou carré ?**

Voici la figure à main levée d'un quadrilatère :

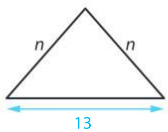


1. Reproduire en vraie grandeur ce quadrilatère.
2. Pourquoi peut-on affirmer que OELM est un losange ?
3. Marie soutient que OELM est un carré, mais Charlotte est sûre que ce n'est pas vrai. Qui a raison ? Pourquoi ?

D'après DNB Pondichéry, 2012.

61 **Triangle isocèle**

Dans la figure ci-contre, n est un nombre positif.



1. Quelle est la plus petite valeur possible pour n ?
2. Pour quelle valeur de n le triangle est-il rectangle ? Justifier.

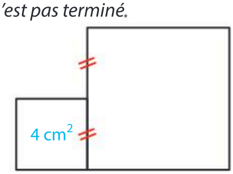
Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche.

D'après Khanacademy.

62 **Problème de construction**

Construire un carré dont l'aire est égale à la somme des aires des deux carrés représentés ci-dessous.

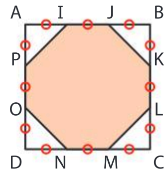
Vous laisserez apparentes toutes vos recherches, même si le travail n'est pas terminé.



D'après DNB Amérique du Nord, 2012.

63 **Avec un octogone**

Dans la figure ci-dessous, ABCD est un carré de côté 12 cm et les segments de même longueur sont codés.



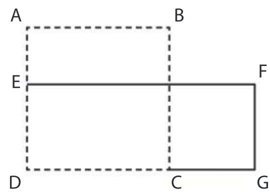
1. Justifier que les triangles API, JBK, ODN et MCL sont des triangles égaux.
2. Calculer JK puis dire si l'octogone est un octogone régulier.
3. Calculer l'aire de l'octogone IJKLMNOP.
4. Les diagonales du carré ABCD se coupent en S.
   Construire la figure en vraie grandeur et tracer le cercle de centre S et de diamètre 12 cm.
5. Le disque de centre S et de diamètre 12 cm a-t-il une aire supérieure à l'aire de l'octogone ? Justifier la réponse.

Un octogone régulier est un polygone à 8 côtés dont tous les côtés sont de même longueur.

D'après DNB Métropole, 2010.

64 **Aires égales** *Prise d'initiative*

Le dessin ci-dessous représente une figure composée d'un carré ABCD et d'un rectangle DEFG.
E est un point du segment [AD].
C est un point du segment [DG].
Dans cette figure, la longueur AB peut varier mais on a toujours : AE = 15 cm et CG = 25 cm.



1. Dans cette question, on suppose que AB = 40 cm.
   a. Calculer l'aire du carré ABCD.
   b. Calculer l'aire du rectangle DEFG.
2. Peut-on trouver la longueur AB de sorte que l'aire du carré ABCD soit égale à l'aire du rectangle DEFG ? Si oui, calculer AB. Si non, expliquer pourquoi.

Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche.

D'après DNB Métropole, 2012.

Travailler autrement

Utilisable en AP

À chacun sa méthode !

Deux énoncés pour un exercice

Voici un carrelage mural constitué par :
- des carreaux à motifs de forme carrée de 20 cm de côté espacés de 20 cm ;
- des carreaux dorés de forme hexagonale.

Exercice 1

1. Faire un dessin à main levée du carrelage ci-dessus vu de face. Nommer HEXAGO un des carreaux hexagonaux sur le dessin.
2. Déterminer, au millimètre près, toutes les longueurs des côtés de l'hexagone HEXAGO. Justifier les calculs s'il y en a.
3. Déterminer tous les angles de l'hexagone HEXAGO. Justifier.
4. Démontrer que l'aire d'un carreau hexagonal est égale à une fois et demie l'aire d'un carreau carré.

Exercice 2

1. a. Tracer trois rectangles différents : EFGH, IJKL et MNOP. Tracer leurs diagonales.
   b. La propriété suivante est-elle vraie ? Justifier. « Les quatre sommets d'un rectangle sont situés sur un cercle de centre le point d'intersection de ses diagonales. »
2. a. Tracer un cercle de rayon 5 cm. Placer quatre points A, B, C et D sur ce cercle (ils se suivent dans cet ordre sur le cercle). Tracer le quadrilatère ABCD.
   b. La propriété suivante est-elle vraie ? Justifier. « Si les quatre sommets d'un quadrilatère sont situés sur un cercle, alors c'est un rectangle. »

Exercice 1

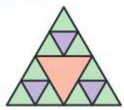
1. Faire un plan à l'échelle 1/10 du carrelage ci-dessus (avec six carrés visibles et sept hexagones visibles).
2. Déterminer toutes les longueurs réelles des côtés d'un carreau hexagonal, au millimètre près. Justifier les calculs s'il y en a.
3. Démontrer que l'aire d'un carreau carré est égale aux deux tiers de celle d'un carreau hexagonal.

Exercice 2

1. La propriété suivante est-elle vraie ? Justifier. « Les quatre sommets d'un rectangle sont situés sur un cercle de centre le point d'intersection de ses diagonales. »
2. La propriété suivante est-elle vraie ? Justifier. « Si les quatre sommets d'un quadrilatère sont situés sur un cercle, alors c'est un rectangle. » Si elle est fausse, la modifier afin qu'elle devienne vraie.

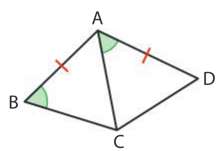
Écriture d'un énoncé

1. Inventer l'énoncé d'un exercice utilisant la figure ci-contre.
2. Échanger cet énoncé avec son binôme et résoudre l'exercice.



Analyse d'une production

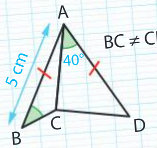
En utilisant les informations codées sur la construction ci-contre, les triangles ABC et ADC sont-ils égaux ?



Voici les réponses de trois élèves à l'exercice ci-dessus.

Élise

J'ai trouvé un exemple où ça ne marche pas.



Florian

Dans les triangles ABC et ACD, $\widehat{ABC} = \widehat{CAD}$ et AB = AD. Or si deux triangles ont deux côtés de même longueur et un angle de même mesure, alors ils sont égaux. Donc les triangles ABC et ADC sont égaux.

Mathilde

Les triangles ne sont pas égaux car l'angle de même mesure doit être compris entre deux côtés de même longueur.

- Analyser ces trois réponses et corriger les erreurs s'il y en a.

CHAPITRE 13

Ta mission

Calculer des longueurs et des angles dans un triangle rectangle.

Triangles rectangles : trigonométrie

Jeux

Mme Eskera ne se souvient plus de son mot de passe d'ordinateur. Mais elle se rappelle qu'il est constitué de 7 chiffres qu'elle avait choisis ainsi : c'est la succession des trois angles formés par les aiguilles d'une horloge indiquant respectivement les heures de naissance de ses trois enfants.

- Retrouver le mot de passe de Mme Eskera.

C'est l'astronome grec **Hipparque** (II^e siècle avant Jésus-Christ) qui est à l'origine de la trigonométrie afin de pouvoir prédire des phénomènes astronomiques réguliers. Le mot « trigonométrie » signifie « mesure des triangles ». Il vient des mots grecs *trigōnon* (triangle) et *métron* (mesure).

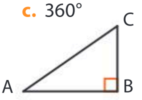
Activités

Questions flash

diapo

1. La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à :
   a. 90° **b.** 180° **c.** 360°

2. Dans le triangle ABC, quel côté est l'hypoténuse ?



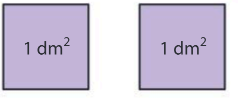
3. Soit un triangle MNP rectangle en P avec $\widehat{MNP} = 39°$. Combien vaut $\widehat{NMP}$?

4. Trouver la valeur manquante :
   a. $\frac{2,1}{\dots} = 7$ **b.** $\frac{\dots}{4} = 3,6$

Des carrés

4e Activité 1

1. On dispose de deux carrés d'aire 1 dm^2 et d'une paire de ciseaux. Expliquer comment on peut construire un carré d'aire 2 dm^2.

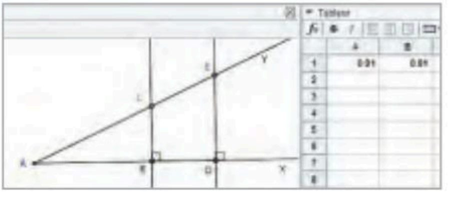


2. Combien mesure le côté de ce nouveau carré ?

Avec un logiciel de géométrie dynamique

Activité 2

1. Tracer deux demi-droites [Ax) et [Ay).
2. Tracer deux droites perpendiculaires à [Ax) coupant respectivement [Ax) en B et D et [Ay) en C et E.
3. Dans le tableur, afficher la valeur de $\frac{AB}{AC}$ dans la cellule A1 et la valeur de $\frac{AD}{AE}$ dans la cellule B1.
4. Faire bouger le point D le long de la demi-droite [Ax). Que peut-on constater ?

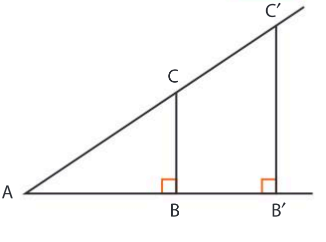


5. Afficher la mesure de l'angle $\widehat{CAB}$. Taper sur la calculatrice cos $\widehat{CAB}$ (en remplaçant $\widehat{CAB}$ par sa valeur numérique). Que peut-on constater ?
6. De la même manière, calculer les rapports $\frac{BC}{AC}$ et $\frac{DE}{AE}$; les comparer avec sin $\widehat{CAB}$.
7. De la même manière, calculer les rapports $\frac{BC}{AB}$ et $\frac{DE}{AD}$; les comparer avec tan $\widehat{CAB}$.

Une démonstration

Activité 3

On a construit ci-contre un triangle ABC rectangle en B, puis un triangle AB′C′ rectangle en B′ tels que A, B et B′ sont alignés et A, C et C′ sont alignés.



1. Montrer que $\frac{AB}{AB} \quad \frac{AC}{AC}$.
2. En déduire que $\frac{AB}{AC} = \frac{AB'}{AC'}$.
3. Formuler la propriété ainsi démontrée.

Une avalanche de propriétés

Activité 4

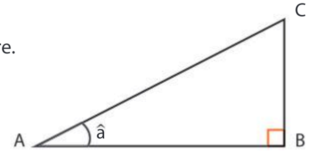
1. À l'aide d'une calculatrice ou d'un tableur, reproduire et compléter le tableau suivant.

Mesure de l'angle â	5°	30°	45°	60°	85°
cos â					
sin â					
tan â					
$(\cos \hat{a})^2$					
$(\sin \hat{a})^2$					
$(\cos \hat{a})^2 + (\sin \hat{a})^2$					
$\dfrac{\sin \hat{a}}{\cos \hat{a}}$					

2. Quelles propriétés peut-on conjecturer ?
3. Compléter les égalités suivantes à l'aide des données de la figure ci-contre.

$\cos \hat{a} = \dfrac{\dots}{\dots}$ $\sin \hat{a} = \dfrac{\dots}{\dots}$ $\tan \hat{a} = \dfrac{\dots}{\dots}$

4. Démontrer les propriétés conjecturées à la question 2.

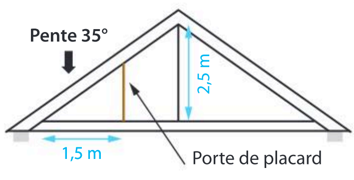


Sous les combles

Activité 5

Catherine veut aménager les combles de sa maison en mettant des placards le long des murs. Elle sait que la pente du toit fait un angle de 35° avec l'horizontale. Elle voudrait que ses placards fassent 1,5 mètre de profondeur.

- Quelle hauteur de portes va-t-elle devoir commander ?



Au secours

Activité 6

Prise d'initiative

Les pompiers sont appelés pour secourir une personne. Pour cela, ils doivent atteindre une fenêtre qui est à 19 mètres du sol. La grande échelle peut mesurer au maximum 25 mètres et le camion doit être à 10 mètres du bâtiment.

- Sachant que le bas de l'échelle se situe à 1,7 mètre du sol, quel angle doit-on lui donner pour pouvoir atteindre la fenêtre ?

4e

1 Utiliser l'égalité de Pythagore Vidéo

Définition

La **racine carrée** d'un nombre positif a est le nombre positif dont le carré est égal à a.
Elle est notée $\sqrt{a}$ et se lit « racine carrée de a ».

Exemples

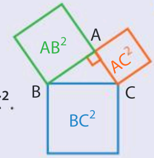
$\sqrt{36} = 6$ car $6^2 = 36$

$\sqrt{12} \approx 3{,}464$

Théorème

Théorème de Pythagore

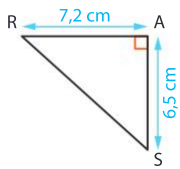
Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.
Autrement dit, si un triangle ABC est rectangle en A, alors $\mathbf{BC^2 = AB^2 + AC^2}$.
Cette égalité est appelée « **égalité de Pythagore** ».



Exemples

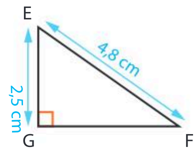
Calculer la longueur de l'hypoténuse

Le triangle ARS est rectangle en A.
D'après le théorème de Pythagore :
$RS^2 = RA^2 + AS^2$
$RS^2 = 7{,}2^2 + 6{,}5^2$
$RS^2 = 51{,}84 + 42{,}25$
$RS^2 = 94{,}09$
$RS = \sqrt{94{,}09}$
$RS = 9{,}7$ cm



Calculer la longueur d'un côté de l'angle droit

Le triangle EFG est rectangle en G.
D'après le théorème de Pythagore :
$EF^2 = EG^2 + GF^2$
$4{,}8^2 = 2{,}5^2 + GF^2$
$23{,}04 = 6{,}25 + GF^2$
$GF^2 = 23{,}04 - 6{,}25$
$GF^2 = 16{,}79$
$GF = \sqrt{16{,}79}$
$GF \approx 4{,}1$ cm



Théorème

Théorème de Pythagore : réciproque

Dans un triangle, si le carré de la longueur d'un côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle.

Méthode

Soit ABC un triangle dont le plus grand côté est [BC].
- Si $BC^2 = AB^2 + AC^2$, alors le triangle ABC est rectangle en A.
- Si $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$, alors le triangle ABC n'est pas rectangle.

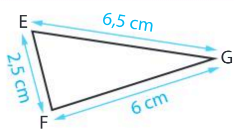
On dit que l'égalité de Pythagore est une propriété caractéristique du triangle rectangle : elle n'est vraie que dans un triangle rectangle.

Exemple

Le triangle EFG ci-contre est-il rectangle ?
[EG] est le plus grand côté.

$EG^2 = 6{,}5^2$
$EG^2 = 42{,}25$

$EF^2 + FG^2 = 2{,}5^2 + 6^2$
$EF^2 + FG^2 = 6{,}25 + 36$
$EF^2 + FG^2 = 42{,}25$



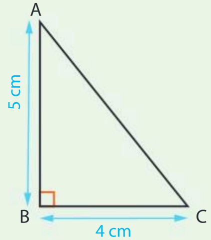
$EG^2 = EF^2 + FG^2$: l'égalité de Pythagore est vérifiée, donc le triangle EFG est rectangle en F.

Savoir-faire

Apprends à l'aide des exercices résolus puis entraine-toi !

1 Utiliser l'égalité de Pythagore

1 Le triangle ABC est rectangle en B tel que AB = 5 cm et BC = 4 cm.



• Calculer la longueur AC.

Solution

On indique le triangle rectangle dans lequel on se place ainsi que le théorème utilisé.
Le triangle ABC est rectangle en B.
D'après le théorème de Pythagore :

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$AC^2 = 5^2 + 4^2$

$AC^2 = 25 + 16$

$AC^2 = 41$

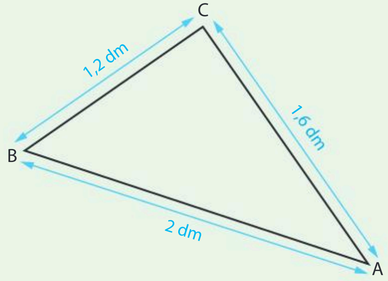
$AC = \sqrt{41}$

À l'aide d'une calculatrice, on cherche le nombre positif dont le carré est égal à 41 :

AC ≈ 6,4 cm

On peut vérifier que la plus grande des trois mesures est bien celle de l'hypoténuse.

2 Le triangle ABC ci-dessous est-il rectangle ?



Solution

On cherche si l'égalité de Pythagore est vraie dans ce triangle. Pour cela, on repère le plus grand côté, puis on calcule séparément :
• le carré du plus grand côté ;
• la somme des carrés des deux autres côtés.

[AB] est le plus grand côté.

$AB^2 = 2^2$	$BC^2 + AC^2 = 1{,}2^2 + 1{,}6^2$
$AB^2 = 4$	$BC^2 + AC^2 = 1{,}44 + 2{,}56$
	$BC^2 + AC^2 = 4$

Donc $AB^2 = BC^2 + AC^2$.

L'égalité de Pythagore est vérifiée, donc le triangle ABC est rectangle en C.

3
1. Un triangle ABC est rectangle en A tel que AB = 12 cm et AC = 5 cm.
   • Calculer BC.
2. Un triangle ISR est rectangle en I tel que IS = 9 cm et SR = 14 cm.
   • Calculer une valeur approchée au mm près de RI.
3. Soit un triangle EFG tel que EF = 7,5 cm, EG = 19,5 cm et FG = 18 cm.
   • Le triangle EFG est-il rectangle ?
4. Soit un triangle RST tel que RS = 7 cm, RT = 4 cm et ST = 8 cm.
   • Le triangle RST est-il rectangle ?

2 Calculer des rapports trigonométriques Vidéo

Propriété et définitions

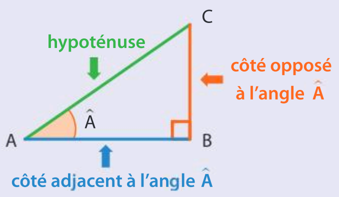
- Dans un triangle ABC rectangle en B, les rapports $\dfrac{AB}{AC}$, $\dfrac{BC}{AC}$ et $\dfrac{BC}{AB}$ ne dépendent que de la mesure de l'angle $\hat{A}$.

Ces rapports sont respectivement appelés **cosinus**, **sinus** et **tangente** de l'angle $\hat{A}$ et notés cos $\hat{A}$, sin $\hat{A}$ et tan $\hat{A}$.

$$\cos \hat{A} = \frac{\text{longueur du côté adjacent à } \hat{A}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} = \frac{AB}{AC}$$

$$\sin \hat{A} = \frac{\text{longueur du côté opposé à } \hat{A}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} = \frac{BC}{AC}$$

$$\tan \hat{A} = \frac{\text{longueur du côté opposé à } \hat{A}}{\text{longueur du côté adjacent à } \hat{A}} = \frac{BC}{AB}$$



- Pour mémoriser : **SOH CAH TOA**

$$\sin(\text{angle}) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} \qquad \cos(\text{angle}) = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} \qquad \tan(\text{angle}) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$$

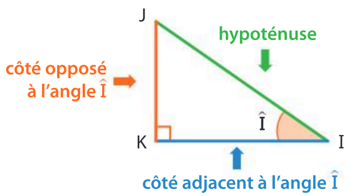
Exemple

Dans le triangle IJK rectangle en K :

$$\cos \hat{I} = \frac{IK}{IJ}$$

$$\sin \hat{I} = \frac{JK}{IJ}$$

$$\tan \hat{I} = \frac{JK}{IK}$$



Le cosinus, le sinus et la tangente n'ont pas d'unité.

Propriétés

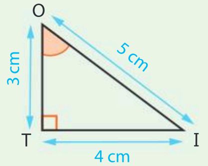
- Le cosinus et le sinus d'un angle aigu sont des nombres strictement compris entre 0 et 1.
- La tangente d'un angle aigu est un nombre strictement positif.
- Pour tout angle aigu $\hat{A}$, $(\cos \hat{A})^2 + (\sin \hat{A})^2 = 1$ (on note aussi $\cos^2 \hat{A} + \sin^2 \hat{A} = 1$).
- Pour tout angle aigu $\hat{A}$, $\tan \hat{A} = \dfrac{\sin \hat{A}}{\cos \hat{A}}$.

Savoir-faire

Apprends à l'aide des exercices résolus puis entraine-toi !

2 Calculer des rapports trigonométriques

4 Le triangle TOI est rectangle en T tel que OT = 3 cm, TI = 4 cm et OI = 5 cm.

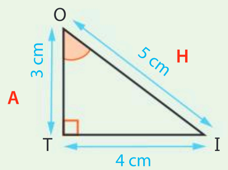


- Calculer $\cos \widehat{TOI}$.

Solution

SOH **CAH** TOA

$$\textbf{C}\text{os de l'angle} = \frac{\text{longueur du côté } \textbf{A}\text{djacent à l'angle}}{\text{longueur de l'}\textbf{H}\text{ypoténuse}}$$

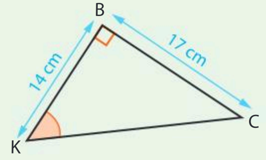


On repère sur le dessin l'angle $\widehat{TOI}$, le côté **A**djacent et l'**H**ypoténuse.
Le triangle TOI est rectangle en T.

$\cos \widehat{TOI} = \dfrac{OT}{OI}$

$\cos \widehat{TOI} = \dfrac{3}{5}$

5 Le triangle KBC est rectangle en B tel que KB = 14 cm et BC = 17 cm.

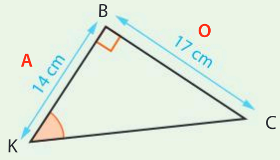


- Calculer $\tan \widehat{CKB}$.

Solution

SOH CAH **TOA**

$$\textbf{T}\text{an de l'angle} = \frac{\text{longueur du côté } \textbf{O}\text{pposé à l'angle}}{\text{longueur du côté } \textbf{A}\text{djacent à l'angle}}$$

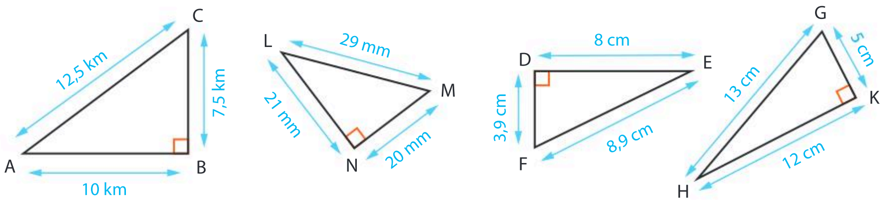


On repère sur le dessin l'angle $\widehat{CKB}$, le côté **O**pposé et le côté **A**djacent.
Le triangle KBC est rectangle en B.

$\tan \widehat{CKB} = \dfrac{BC}{BK}$

$\tan \widehat{CKB} = \dfrac{17}{14}$

6 Pour chacun des triangles rectangles ci-dessous, calculer le cosinus, le sinus et la tangente des deux angles aigus.



3 Utiliser les rapports trigonométriques

Vidéo

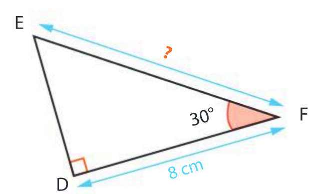
Méthode

Pour **calculer la longueur** d'un côté dans un triangle rectangle, il faut connaitre :

- la longueur d'un côté ;
- la mesure d'un angle.

On peut alors trouver la longueur inconnue en utilisant le rapport trigonométrique qui fait intervenir l'angle connu, la longueur connue et la longueur inconnue.

Exemple



Dans le triangle EFD rectangle en D :

$$\cos \widehat{EFD} = \frac{FD}{EF}$$

$$\frac{\cos 30°}{1} = \frac{8}{EF}$$

$$EF = \frac{8 \times 1}{\cos 30°}$$

$$EF \approx 9{,}2 \text{ cm}$$

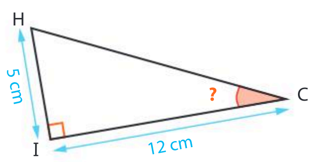
Pour calculer la longueur du 3e côté, on peut utiliser le théorème de Pythagore.

Méthode

Pour **calculer la mesure d'un angle** aigu dans un triangle rectangle, il faut connaitre les longueurs de deux côtés.

On peut alors trouver la mesure de l'angle en utilisant le rapport trigonométrique qui fait intervenir l'angle inconnu et les deux longueurs connues.

Exemple



Dans le triangle HIC rectangle en I :

$$\tan \widehat{HCI} = \frac{HI}{IC}$$

$$\tan \widehat{HCI} = \frac{5}{12}$$

Avec la touche « arctan » de la calculatrice, on trouve $\widehat{HCI} \approx 23°$.

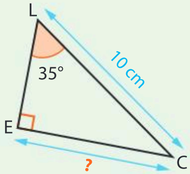
Pour calculer la mesure du 3e angle, on peut utiliser la somme des trois angles d'un triangle.

Savoir-faire

Apprends à l'aide des exercices résolus puis entraine-toi !

3 Utiliser les rapports trigonométriques

7 Dans le triangle ci-dessous, calculer une valeur approchée, au millimètre près, de la longueur EC.



Solution

On sait que le triangle est rectangle en E.
On connait un angle, l'**H**ypoténuse et on cherche le côté **O**pposé.

SOH CAH TOA : on utilise le **S**inus.
Dans le triangle LEC rectangle en E :

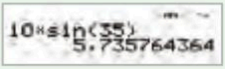
$$\sin \widehat{ELC} = \frac{EC}{LC}$$

$$\frac{\sin 35°}{1} = \frac{EC}{10}$$

$EC = \dfrac{10 \times \sin 35°}{1}$ (on utilise le produit en croix)

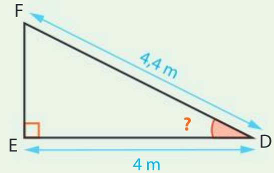
On utilise la calculatrice. On tape :

Il s'affiche :



EC ≈ 5,7 cm

8 Dans le triangle ci-dessous, calculer une valeur approchée, au degré près, de $\widehat{FDE}$.



Solution

On sait que le triangle est rectangle en E.
On connait l'**H**ypoténuse et le côté **A**djacent à l'angle cherché.

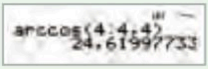
SOH **CAH** TOA : on utilise le **C**osinus.
Dans le triangle FDE rectangle en E :

$$\cos \widehat{FDE} = \frac{ED}{FD}$$

$$\cos \widehat{FDE} = \frac{4}{4{,}4}$$

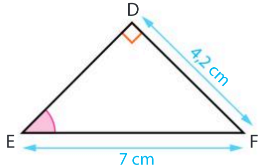
On utilise la calculatrice. On tape :

Il s'affiche :



$\widehat{FDE} \approx 25°$

9 **1.** Dans le triangle ci-contre :
- calculer DE.
- calculer une valeur approchée, au degré près, de $\widehat{DEF}$.



2. Un triangle ABC est rectangle en A tel que BC = 5,2 cm et $\widehat{ACB}$ = 23°.
- Calculer une valeur, au millimètre près, de AC.

3. Un triangle HIJ est rectangle en I tel que IH = 8 cm et IJ = 5 cm.
- Calculer une valeur approchée, au degré près, de $\widehat{IHJ}$.

Exercices

2 pages d'exercices supplémentaires dans le manuel numérique

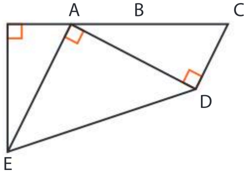
Utiliser l'égalité de Pythagore

Savoir-faire p. 231

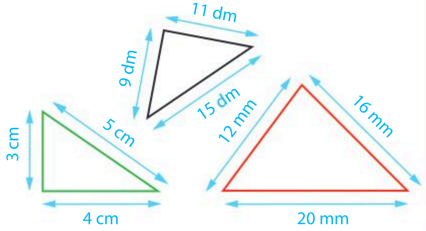
Questions flash

diapo

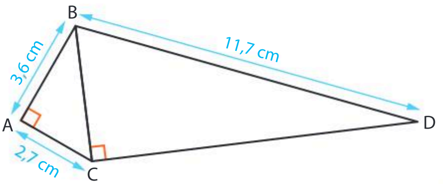
10 Écrire toutes les égalités de Pythagore dans la figure ci-dessous.



11 Parmi ces triangles, lesquels sont rectangles ?



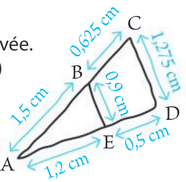
12 Calculer les longueurs BC et DC dans la figure ci-dessous.



13 Soit un carré de 6 cm de côté, donner une valeur approchée, au millimètre près, de sa diagonale.

14 Construire un rectangle de largeur 6,2 cm et de longueur 8,3 cm. Calculer une valeur approchée au mm près de la longueur de ses diagonales.

15 Voici une figure faite à main levée. Démontrer que les droites (BE) et (CD) sont parallèles.



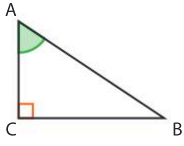
Calculer des rapports trigonométriques

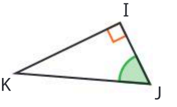
Savoir-faire p. 233

Questions flash

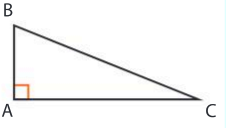
diapo

16 Pour chaque triangle ci-dessous, nommer le côté opposé et le côté adjacent à l'angle marqué en vert.

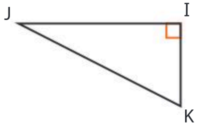




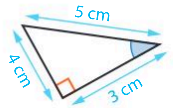
17 Soit ABC un triangle rectangle en A. Donner les expressions de $\cos \widehat{ABC}$, $\sin \widehat{ABC}$ et $\tan \widehat{ABC}$.

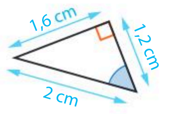


18 Soit un triangle IJK rectangle en I. Donner les expressions de $\sin \widehat{IKJ}$ et $\sin \widehat{IJK}$.



19 Pour chaque triangle ci-dessous, calculer mentalement le cosinus de l'angle bleu.



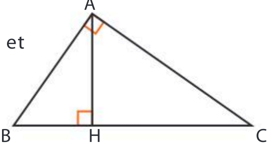


20 Avec une calculatrice, trouver une valeur approchée au millième de :

a. cos 27° **b.** sin 65° **c.** tan 56°

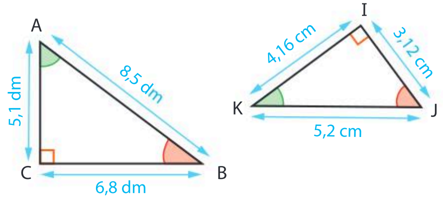
21 À partir de la figure ci-contre, donner :

- le côté adjacent et le côté opposé à l'angle $\widehat{ABC}$ dans le triangle ABH ;
- le côté opposé et le côté adjacent à l'angle $\widehat{ABC}$ dans le triangle ABC.



22 Paola a fini son exercice et écrit $\cos \hat{A} = 2{,}7$. Sans faire aucun calcul, Timothée lui assure qu'elle a commis une erreur. Comment a-t-il fait ?

23 Pour chaque triangle, calculer le cosinus de l'angle en vert et la tangente de l'angle en rouge.



24 Un triangle HIJ est rectangle en J.

• Associer chaque rapport trigonométrique au bon quotient.

$\sin \widehat{JHI}$ •	• $\frac{IJ}{HI}$
$\cos \widehat{HIJ}$ •	• $\frac{HJ}{HI}$
$\cos \widehat{JHI}$ •	• $\frac{HJ}{IJ}$
$\tan \widehat{HIJ}$ •	• $\frac{IJ}{HJ}$
$\tan \widehat{JHI}$ •	• $\frac{IJ}{HI}$

Utiliser les rapports trigonométriques

Savoir-faire p. 235

Questions flash

diapo

25 Avec une calculatrice, donner pour chaque cas une valeur approchée, au degré près, de la mesure de l'angle aigu $\hat{a}$ tel que :

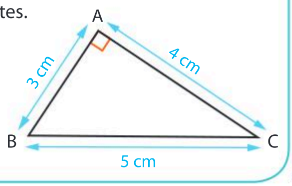
a. $\cos \hat{a} = 0{,}75$ **b.** $\sin \hat{a} = 0{,}58$ **c.** $\tan \hat{a} = 1{,}29$

26 À partir de la figure ci-dessous, recopier et compléter les égalités suivantes.

a. $\cos \widehat{ABC} = \frac{3}{\ldots}$

b. $\tan \widehat{\ldots} = \frac{3}{4}$

c. $\sin \widehat{ACB} = \frac{\ldots}{5}$



27 Un professeur demande à trois de ses élèves de choisir entre le cosinus, le sinus et la tangente pour calculer la mesure de l'angle $\hat{A}$.

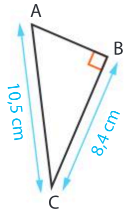
Voici leur choix.

Natacha : le cosinus

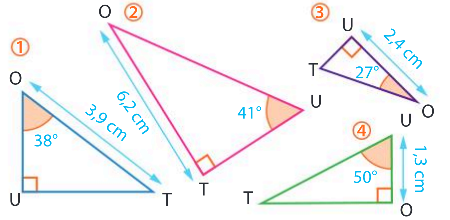
Yvan : le sinus

Youssef : la tangente

• Qui a fait le bon choix ? Pourquoi ?



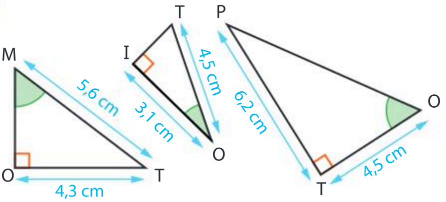
28 Dans chacun des triangles suivants, indiquer quel rapport trigonométrique on doit utiliser pour calculer la longueur TU.



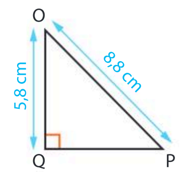
29 **1.** Construire un triangle ABC rectangle en A tel que AB = 2,4 cm et $\widehat{ABC} = 36°$.

2. Calculer une valeur approchée, au millimètre près, de AC et de BC.

30 Pour chaque triangle, calculer une valeur approchée, au degré près, de la mesure de l'angle vert.



31 Léa, Thomas et Lucas doivent trouver la mesure de l'angle aigu $\widehat{OPQ}$ dans le triangle rectangle ci-contre.



Léa a tapé la séquence suivante sur sa calculatrice :

cos 5 , 8 ÷ 8 , 8) entrer

Thomas a tapé la séquence suivante :

2nde sin 5 , 8 ÷ 8 , 8) entrer

Lucas a tapé la séquence suivante :

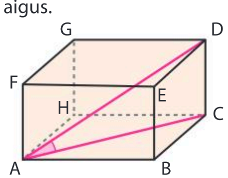
2nde cos 5 , 8 ÷ 8 , 8) entrer

• Lequel des trois a tapé la bonne séquence ? Justifier.

32 Soit un triangle MNP rectangle en M tel que NP = 16,9 m, MN = 6,5 m et MP = 15,6 m.

• Calculer une valeur approchée au degré près de la mesure des deux angles aigus.

33 Soit un parallélépipède ABCHFEDG de longueur 6,3 cm, de largeur 4,7 cm et de hauteur 3,1 cm.

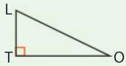
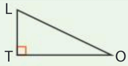
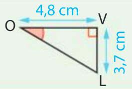


1. Calculer une valeur approchée, au cm près, de AC puis de AD.

2. Calculer une valeur approchée au degré près de la mesure de l'angle $\widehat{DAC}$.

Faire le point

QCM Donner la seule réponse correcte parmi les trois proposées.

1 Utiliser l'égalité de Pythagore	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. Dans un triangle ABC rectangle en A tel que AB = 12 cm et AC = 16 cm, on a :	BC = 20 cm	BC ≈ 10,6 cm	BC = 28 cm
2. Dans un triangle RAS rectangle en S tel que RS = 7 cm et AR = 9 cm, on a :	AS ≈ 11,4 cm	AS = 16 cm	AS ≈ 5,7 cm
2 Calculer des rapports trigonométriques			
1. Si on a $\sin 40° = \frac{LP}{6}$, alors :	$LP = \frac{6}{\sin 40°}$	$LP = 6 \sin 40°$	$LP = \frac{\sin 40°}{6}$
 **2.** Dans ce triangle, on a :	$\cos \widehat{LOT} = \frac{LO}{TO}$	$\sin \widehat{LOT} = \frac{LT}{LO}$	$\tan \widehat{LOT} = \frac{LO}{TO}$
 **3.** Dans ce triangle, on a :	$\tan \widehat{LOT} = \frac{TO}{LT}$	$\cos \widehat{LOT} = \frac{TO}{OL}$	$\sin \widehat{LOT} = \frac{TO}{OL}$
3 Utiliser les rapports trigonométriques			
 **1.** Dans ce triangle, on a :	OM ≈ 3,8 cm	OM ≈ 4,5 cm	OM ≈ 6,2 cm
 **2.** Dans ce triangle, on a :	$\widehat{VOL} \approx 38°$	$\widehat{VOL} \approx 40°$	$\widehat{VOL} \approx 50°$

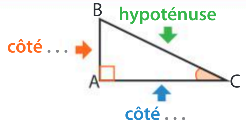
Carte mentale

Reproduire et compléter cette carte mentale.

Trigonométrie dans un triangle rectangle

Calculer la mesure d'un angle
- Deux … connues
- Touches … de la calculatrice

Calculer des rapports de longueurs



SOH CAH TOA

$\sin \hat{C} = \ldots$ $\cos \hat{C} = \ldots$ $\tan \hat{C} = \ldots$

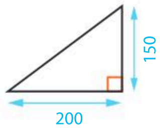
Calculer la longueur d'un côté
- Un … et une … connus
- Produit en croix
- Touches … de la calculatrice

*Tu peux aussi construire ta propre carte mentale.

Algorithmique et outils numériques

34 Construction de triangle

Maeva a commencé un script pour réaliser la figure ci-contre.

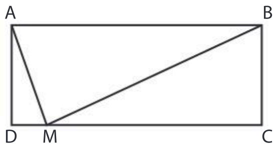



```
quand [drapeau] cliqué
effacer tout
stylo en position d'écriture
avancer de 200
tourner ↺ de ... degrés
avancer de 150
tourner ↺ de ... degrés
avancer de ...
```

1. Par quoi faut-il remplacer les pointillés afin que la figure soit tracée correctement ?
2. Tester le script avec les valeurs trouvées.

35 Triangle rectangle

ABCD est un rectangle tel que AB = 5 cm et BC = 2 cm. M est un point de [DC].



1. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, définir où doit se trouver le point M pour que AMB soit rectangle.
2. Retrouver ce résultat par le calcul à l'aide d'un tableur.

36 Tableur et fonctions trigonométriques

Tom a inscrit dans une feuille de calcul les longueurs des trois côtés d'un triangle rectangle.

- Quelles formules doit-il saisir dans les cellules B5, B6, B7 et D5, D6, D7 pour obtenir les cosinus, sinus et tangente des deux angles aigus du triangle ?

	A	B	C	D
1	AB	3		
2	AC	4		
3	BC	5		
4				
5	cos $\widehat{B}$		cos $\widehat{C}$	
6	sin $\widehat{B}$		sin $\widehat{C}$	
7	tan $\widehat{B}$		tan $\widehat{C}$	

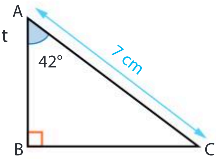
37 Tables trigonométriques

Jade a commencé à remplir un tableau indiquant les cosinus de divers angles qu'elle a calculés avec sa calculatrice.

1. Aider Jade à compléter rapidement ce tableau en saisissant des formules dans les cellules C2 et D2.
La fonction RACINE() permet de calculer la racine carrée d'un nombre positif.

	A	B	C	D
1	$\widehat{A}$	cos $\widehat{A}$	sin $\widehat{A}$	tan $\widehat{A}$
2	5	0,9961947		
3	10	0,98480775		
4	15	0,96592583		
5	20	0,93969262		
6	25	0,90630779		
7	30	0,8660254		
8	35	0,81915204		
9	40	0,76604444		
10	45	0,70710678		
11	50	0,64278761		
12	55	0,57357644		
13	60	0,5		
14	65	0,42261826		
15	70	0,34202014		
16	75	0,25881905		
17	80	0,17364818		
18	85	0,08715574		

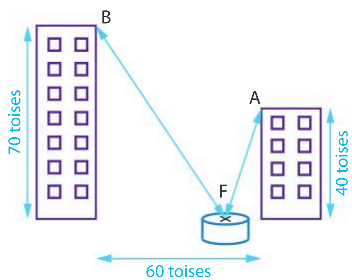
2. À l'aide de ce tableau, donner un encadrement de la longueur BC.



38 Les deux tours Prise d'initiative

Christophe Rudolff (1499-1545) était un mathématicien allemand ; il a été le premier à introduire le symbole de la racine carrée en algèbre.

Voici un problème inspiré de l'un de ses ouvrages. Deux tours sont éloignées de 60 toises. La hauteur de l'une est égale à 70 toises, celle de l'autre à 40 toises. Entre les deux tours, il y a une fontaine F telle que FB = 2FA.



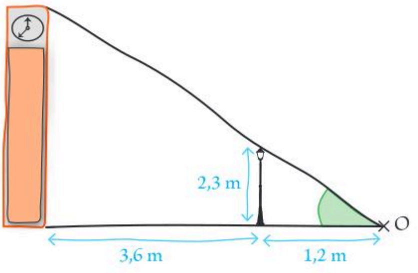
1. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, trouver à quelle distance des deux tours se trouve la fontaine.
2. Retrouver ce résultat à l'aide d'un tableur.

Problèmes

Pour mieux cibler les compétences			
Chercher	45 50 54 56 59	Raisonner	45 48 50 52 54
Modéliser	45 50 57 59	Calculer	46 52 60
Représenter	46 55	Communiquer	50 54 59

39 L'horloge du village

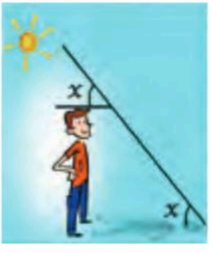
Idris veut mesurer la hauteur de l'horloge de son village. Pour cela, il se sert du lampadaire qui est à côté du bâtiment. Il a réalisé le schéma suivant.



- Quelle est la hauteur de l'horloge ?

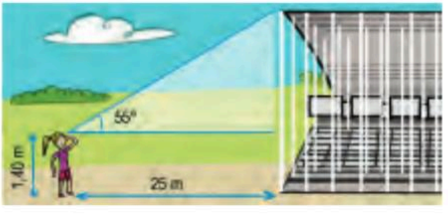
40 L'ombre

Calculer l'angle d'élévation du soleil, noté x sur la figure ci-contre, lorsqu'une personne mesurant 1,70 m projette une ombre de 1,40 m au sol.



41 Nouveau stade de Bordeaux

Ivana, qui mesure 1,40 m, observe le nouveau stade de Bordeaux.



- Quelle est la hauteur du stade ?

42 Un outil

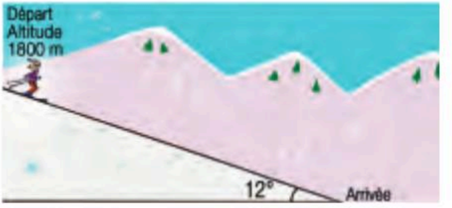
Pierre réalise des travaux dans sa maison.

Il vient de construire avec des chutes de bois l'outil ci-contre.

- Cet outil peut-il lui servir d'équerre ?

43 Au ski

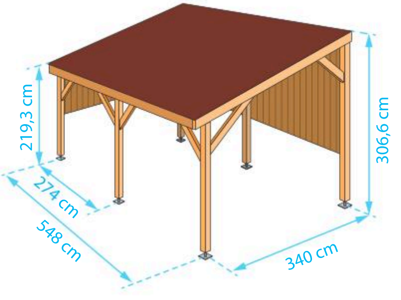
Emma skie sur une pente faisant un angle de 12° avec l'horizontale. La longueur de la piste est de 2 000 m. Au départ, Emma se trouve à une altitude de 1 800 m. À quelle altitude se trouve l'arrivée ?



44 L'abri de voiture

Mme Siméon souhaite faire construire l'abri de voiture ci-dessous.

On considère que, pour recouvrir une charpente avec des tuiles de type « canal », il faut 12 tuiles au m^2.



1. Calculer le nombre de tuiles de type « canal » nécessaires pour recouvrir la charpente de cet abri.
2. Pour être conforme au cahier des charges du lotissement, l'angle que fait le toit avec l'horizontale ne doit pas dépasser 17°. Cette construction est-elle conforme ?

45 Bien regarder la télévision

Pour établir la distance qui devrait séparer le canapé de la télévision, on multiplie par 2,5 la dimension de la diagonale de la télévision.

- Sachant que la télévision de Quentin mesure 101,96 cm sur 57,35 cm, à quelle distance de sa télévision devrait-il placer son canapé ?

46 La pyramide de Khéops

HG PEAC

Le plateau de Gizeh en Égypte est mondialement connu pour les célèbres pyramides de Khéops, Khéphren et Mykérinos, ainsi que pour son Sphinx qui se dresse devant.

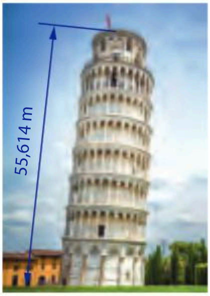
La pyramide de Khéops repose sur une base carrée de 231 mètres de côté. Le sommet de cette pyramide est à la verticale du centre de sa base. La longueur entre le sommet de la pyramide et un sommet de la base est égale à 220 mètres.

- Calculer la hauteur de cette pyramide.

47 Tour de Pise

PEAC

La Tour de Pise est célèbre grâce à son inclinaison caractéristique. En 1993, l'inclinaison était de 5,66°. Des travaux ont alors été entrepris pour permettre de corriger l'inclinaison avant que l'irréparable ne se produise. En 2011, la tour n'était plus inclinée que de 3,99°.



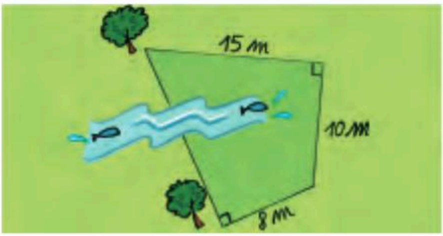
La tour mesure 55,614 m dans l'axe d'inclinaison.

- Grâce à ces travaux, de combien la tour est-elle plus haute par rapport au sol ?

48 Zone inaccessible

Prise d'initiative

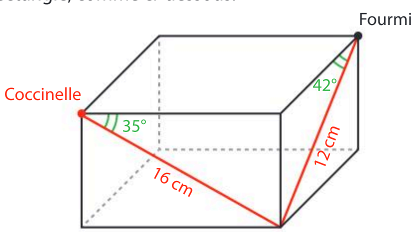
Un géomètre doit évaluer la distance entre deux arbres séparés par une rivière. Il a effectué les relevés indiqués sur le schéma ci-dessous.



- Quelle distance sépare les deux arbres ?

49 Coccinelle et fourmi

Une coccinelle et une fourmi se trouvent sur le couvercle d'une boite en forme de parallélépipède rectangle, comme ci-dessous.



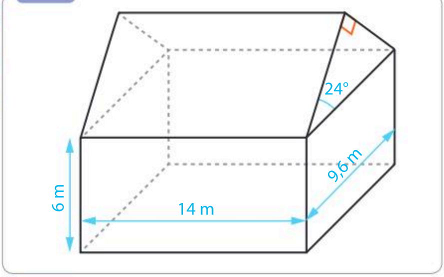
- Calculer la distance la plus courte entre la fourmi et la coccinelle.

50 Panneaux solaires

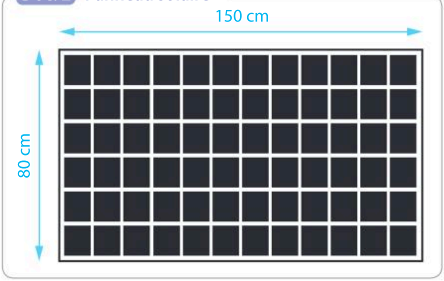
Prise d'initiative

AV TECH

Doc. 1 Schéma de la maison



Doc. 2 Panneau solaire

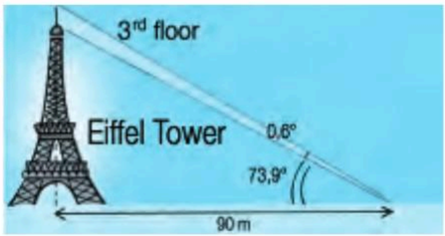


- Combien de panneaux solaires pourra-t-on installer au maximum, sachant qu'ils sont tous fixés dans le même sens sur l'un des pans de la toiture de cette maison ?

51 The Eiffel Tower

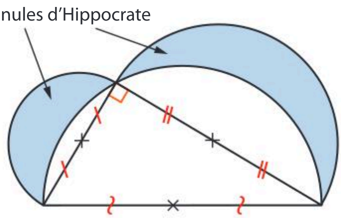
LV PEAC

From the diagram below, give an approximate value of the antenna at the top of the Eiffel Tower.



52 Les lunules d'Hippocrate

Les centres des trois demi-cercles tracés sur la figure ci-dessous sont les milieux des trois côtés du triangle rectangle.

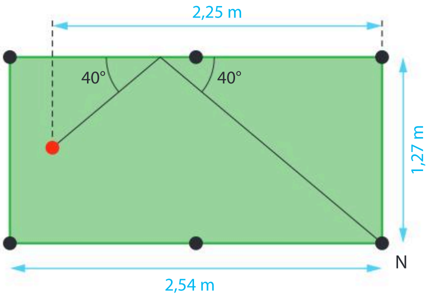


- Démontrer que la somme des aires des deux lunules colorées est égale à l'aire du triangle rectangle.

Problèmes

53 Le billard

Justine joue au billard à 6 trous. Sa boule rouge est placée comme sur le schéma ci-dessous.



- À quelle distance du trou du milieu Justine doit-elle taper avec sa boule pour la faire entrer dans le trou N ?

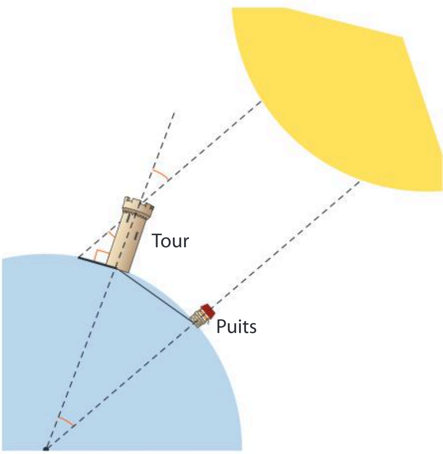
54 Le périmètre de la Terre

Prise d'initiative

PC

Ératosthène était un astronome et un mathématicien grec qui a vécu environ 200 ans avant Jésus-Christ. Il voulait mesurer le périmètre de la Terre. Pour cela, il constata que le Soleil éclairait un jour par an le fond d'un puits de la ville de Syène et en même temps, à Alexandrie, située à 800 kilomètres de Syène, une tour de 25 mètres de haut faisait une ombre de 3,10 mètres.

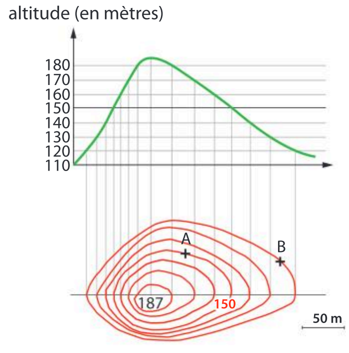
- Expliquer la démarche d'Ératosthène.



55 Courbes de niveaux

HG

À partir du schéma suivant, calculer l'angle d'inclinaison entre les points A et B.



56 La distance Terre-Lune

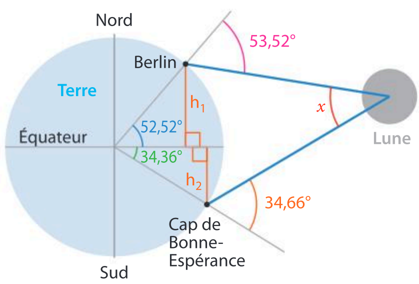
Prise d'initiative

PC

Lalande et La Caille ont proposé en 1751 une méthode pour calculer la distance Terre-Lune. Cette méthode appelée aussi méthode de la parallaxe consiste à mesurer l'angle sous lequel on voit la Lune par rapport au zénith à deux positions éloignées sur la Terre. Lalande se trouvait à Berlin en Allemagne alors que La Caille se trouvait au Cap de Bonne-Espérance en Afrique du Sud. 52,52° et 34,36° sont les latitudes respectives de Berlin et du Cap.

Le rayon de la Terre est de 6 370 km.

1. Sachant que la somme des angles d'un quadrilatère est égale à 360°, calculer l'angle $\hat{x}$.



2. Comme la Lune est très éloignée de la Terre, on supposera que :

- la distance entre Berlin et le Cap de Bonne-Espérance est égale à $h_1 + h_2$;
- Berlin et le Cap de Bonne-Espérance sont à la même distance de la Lune.

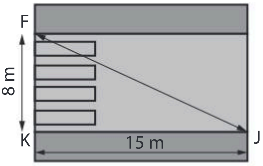
Calculer une valeur approchée de la distance Terre-Lune.

Rappelle-toi qu'un triangle isocèle admet un axe de symétrie.

Brevet

57 Le passage piéton

Julien est en retard pour aller rejoindre ses amis au terrain de basket. Il décide alors de traverser imprudemment la route du point J au point F sans utiliser le passage piéton. Le passage piéton est supposé perpendiculaire au trottoir.



En moyenne, un piéton met 9 secondes pour parcourir 10 mètres.

- Combien de temps Julien a-t-il gagné en traversant sans utiliser le passage piéton ?

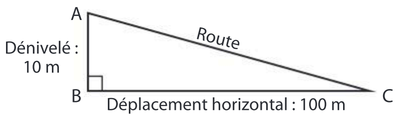
D'après DNB, Asie, 2015.

58 Panneaux routiers

Ce panneau routier indique une descente dont la pente est de 10 %.

Cela signifie que pour un déplacement horizontal de 100 mètres, le dénivelé est de 10 mètres.

Le schéma ci-dessous n'est pas à l'échelle.



1. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{BCA}$ que fait la route avec l'horizontale. Arrondir la réponse au degré.

2. Dans certains pays, il arrive parfois que la pente d'une route ne soit pas donnée par un pourcentage mais par une indication telle que « 1 : 5 », ce qui veut alors dire que pour un déplacement horizontal de 5 m, le dénivelé est de 1 mètre.
Lequel des deux panneaux ci-contre indique la plus forte pente ?

Panneau A

Panneau B

D'après DNB Métropole – Antilles-Guyane, 2015.

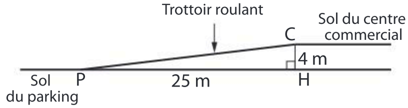
59 Trottoir roulant

Prise d'initiative

Les gérants d'un centre commercial ont construit un parking souterrain et souhaitent installer un trottoir roulant pour accéder de ce parking au centre commercial.

Les personnes empruntant ce trottoir roulant ne doivent pas mettre plus de 1 minute pour accéder au centre commercial.

La situation est présentée par le schéma ci-dessous.



Caractéristiques du trottoir roulant	
Modèle 1	**Modèle 2**
• Angle d'inclinaison maximum avec l'horizontale : 12°	• Angle d'inclinaison maximum avec l'horizontale : 6°
• Vitesse : 0,5 m/s	• Vitesse : 0,75 m/s

- Est-ce que l'un de ces deux modèles peut convenir pour équiper ce centre commercial ? Justifier.

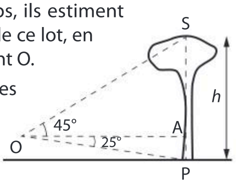
D'après DNB, Asie, 2014.

60 Les arbres

SVT

Des ingénieurs de l'Office national des forêts font le marquage d'un lot de pins destinés à la vente.

1. Dans un premier temps, ils estiment la hauteur des arbres de ce lot, en plaçant leur œil au point O.
Ils ont relevé les données suivantes :
OA = 15 m, $\widehat{SOA} = 45°$ et $\widehat{AOP} = 25°$.



Calculer la hauteur h de l'arbre arrondie au mètre.

2. Dans un second temps, ils effectuent une mesure de diamètre sur chaque arbre et répertorient toutes les données dans la feuille de calcul suivante.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Diamètre (en cm)	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	
2	Effectif	2	4	8	9	10	12	14	15	11	4	3	

a. Quelle formule doit-on saisir dans la cellule M2 pour obtenir le nombre total d'arbres ?

b. Calculer, en centimètres, le diamètre moyen de ce lot. On arrondira le résultat à l'unité.

3. Pour calculer le volume commercial d'un pin en mètres cubes, on utilise la formule suivante :

$$V = \frac{10}{24} \times D^2 \times h$$

où D est le diamètre moyen d'un pin en mètres et h la hauteur en mètres.
Le lot est composé de 92 arbres de même hauteur 22 m dont le diamètre moyen est 57 cm.
Sachant qu'un mètre cube de pin rapporte 70 €, combien la vente de ce lot rapporte-t-elle ? On arrondira à l'euro.

D'après DNB, Centres étrangers – Maroc, 2015.

Travailler autrement

Utilisable en AP

Deux énoncés pour un exercice

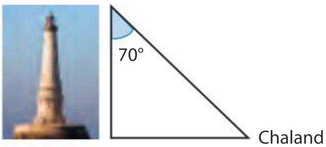
Exercice 1

Un avion décolle de la piste suivant un angle d'inclinaison de 12°. Il se trouve à présent à 5 kilomètres d'altitude.

- Quelle distance a-t-il parcourue depuis le décollage ?

Exercice 2

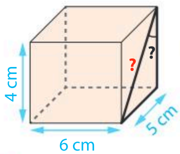
Le phare de Cordouan est un phare mesurant 67,50 mètres de haut et situé à l'embouchure de l'estuaire de la Gironde. Un touriste, qui se trouve tout en haut du phare, aperçoit un chaland, bateau d'ostréiculteur.



1. À quelle distance du pied du phare se trouve le chaland ?
2. Le chaland se déplace à une vitesse de 9 nœuds (1 nœud = 1,852 km/h). Combien de temps mettra le chaland pour rejoindre le pied du phare ?

Exercice 3

Calculer une valeur approchée de la longueur et de l'angle indiqués sur la figure ci-contre :



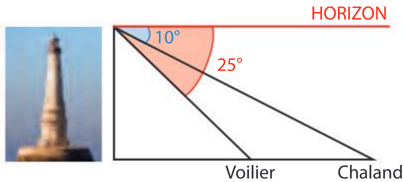
Exercice 1

Un avion décolle de la piste à une vitesse de 200 km/h suivant un angle d'inclinaison de 12°.

- À quelle altitude se trouve-t-il au bout de 15 minutes ?

Exercice 2

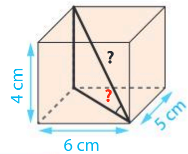
Le phare de Cordouan est un phare mesurant 67,50 mètres de haut et situé à l'embouchure de l'estuaire de la Gironde. Un touriste, qui se trouve tout en haut du phare, aperçoit un voilier et un chaland, bateau d'ostréiculteur.



- Quelle distance sépare le voilier et le chaland ?

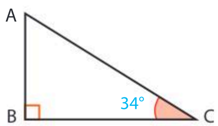
Exercice 3

Calculer une valeur approchée de la longueur et de l'angle indiqués sur la figure ci-contre :



Écriture d'un énoncé

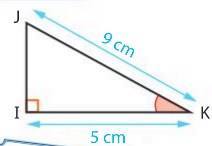
1. Écrire un énoncé de problème à partir de la figure suivante.



2. Donner cet énoncé à son voisin et lui demander de résoudre le problème.

Analyse d'une production

Le professeur demande à ses élèves de calculer, dans le triangle ci-contre, une valeur approchée de $\widehat{IKJ}$ au degré près. Voici la réponse de deux élèves.



Éva

Dans IJK, rectangle en I :

$\cos \widehat{IKJ} = \frac{IK}{JK}$

$\cos \widehat{IKJ} = \frac{5}{9}$

$\widehat{IKJ} \approx 0{,}6$

Jules

$\tan \widehat{IKJ} = \frac{IK}{JK}$

$\tan \widehat{IKJ} = \frac{5}{9}$

$\widehat{IKJ} \approx 29$

- Corriger les réponses des élèves en expliquant les erreurs éventuelles.

CHAPITRE 14

Ta mission

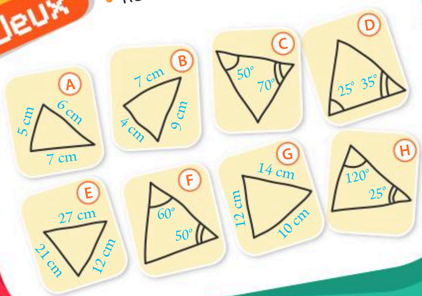
Calculer des longueurs et reconnaître des droites parallèles.

Théorème de Thalès

Jeux

Voici les cartes d'un jeu dans lequel on doit former des paires de triangles semblables.

- Reconstituer les paires.



INFOS

Thalès de Milet fut l'un des « Sept sages » de la Grèce antique. Il fut l'un des premiers à donner une explication non mythologique de l'univers en déclarant : « Ce ne sont pas les dieux mais les nuages qui font pleuvoir ! » On lui attribue de nombreux exploits, comme la prédiction de l'éclipse de soleil du 28 mai de l'an −585 et le calcul de la hauteur de la grande pyramide d'Égypte.

Activités

Questions flash

diapo

1. Compléter les tableaux de proportionnalité suivants.

a.

2	4	7	10
6			

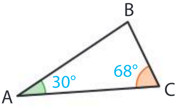
b.

3		7,5	10,5
2	4		

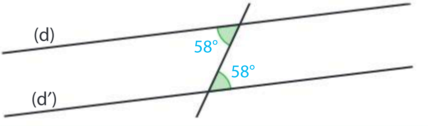
2. Trouver x tel que :

a. $\frac{x}{12} = \frac{5}{3}$ **b.** $\frac{2}{5} = \frac{3}{x}$ **c.** $\frac{4}{6} = \frac{x}{9}$ **d.** $\frac{2}{x} = \frac{8}{27}$

3. Quelle est la mesure du troisième angle de ce triangle ?



4. Les droites (d) et (d′) sont-elles parallèles ?

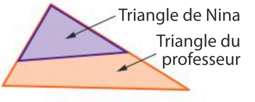


Famille de triangles — Activité 1

1. Tracer un triangle ayant un angle de 114° et un angle de 45°.

2. Que peut-on dire de tous les triangles tracés par les élèves ?

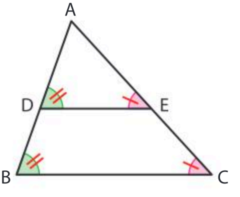
3. Sur une feuille de format A4, tracer le plus grand triangle possible ayant un angle de 114° et un angle de 45°.



4. Comment le professeur, en limitant l'utilisation du rapporteur, peut-il faire pour déterminer le triangle « gagnant », c'est-à-dire celui qui répond le mieux à la question précédente, à partir d'un triangle qu'il a lui-même construit à la question **1.** ?

5. Comment le professeur se rend-il compte que le triangle tracé par Nina est faux ?

6. Le professeur a réalisé la figure suivante au tableau pour prouver la remarque précédente. Comment fait-il ?



7. Le professeur trace au tableau un triangle ABC tel que $\widehat{ABC} = 114°$, $\widehat{ACB} = 45°$ et BC = 70 cm. Trouver une valeur approchée de AB et AC sans tracer ce triangle.

Source : IREM de Bordeaux.

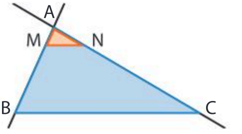
Avec des droites parallèles — Activité 2

1. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique :

a. Placer trois points A, B et C puis tracer les droites (AB) et (AC).

b. Tracer le triangle ABC (choisir une couleur), puis placer un point M sur la droite (AB).

c. Tracer la droite parallèle à (BC) passant par M. Placer N le point d'intersection de cette parallèle et de (AC).



d. Tracer le triangle AMN (choisir une autre couleur).

e. Dans le tableur, afficher la valeur des rapports $\frac{AM}{AB}$, $\frac{AN}{AC}$ et $\frac{MN}{BC}$ avec deux chiffres après la virgule.

	A	B	C
1	AM/AB	AN/AC	MN/BC
2	0,23	0,23	0,23
3			
4			
5			
6			

2. a. Déplacer le point M sur la droite (AB), de part et d'autre du point A. Que remarque-t-on ?

b. Énoncer la propriété conjecturée à la question **2. a**.

c. Déplacer A, B et C pour faire des observations dans d'autres triangles. La propriété conjecturée à la question **2. b** est-elle toujours vraie ?

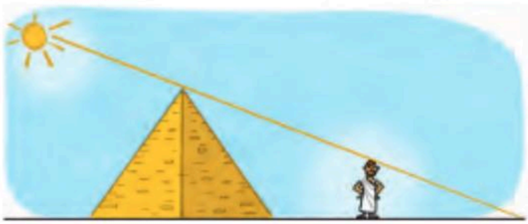
d. Quel lien y a-t-il entre les triangles AMN et ABC ?

Pyramide

Activité 3 – Prise d'initiative

Voici un extrait du roman de Denis Guedj *Le Théorème du perroquet* :

« La pyramide de Kheops ! […] Ce monument, volontairement démesuré défiait Thalès […] : la hauteur de la pyramide était impossible à mesurer. Thalès voulut relever le défi, il se leva et regarda sa propre ombre se déployer en direction de l'ouest. »



1. Refaire la figure en faisant apparaitre les ombres au sol de Thalès et de la pyramide.
2. Thalès, qui mesurait 1,73 m, a alors mesuré la taille de son ombre et de l'ombre de la pyramide au sol.
   Il trouva respectivement 3,5 m et 163,4 m. Le base carrée de la pyramide de Kheops a pour côté 231 m.
   À partir des informations données ci-dessus, déterminer la hauteur de la pyramide de Kheops.

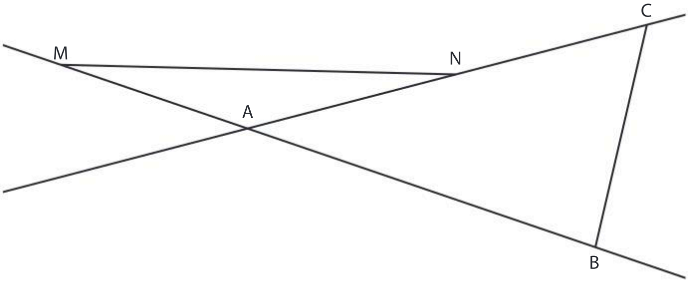
Avec des rapports de distances égaux

Activité 4

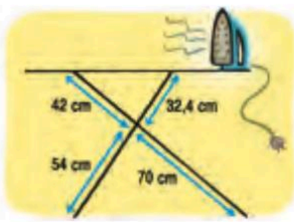
1. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique :
   a. construire deux droites (MB) et (NC) sécantes en A ;
   b. tracer les segments [MN] et [BC] ;
   c. afficher les quotients $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$.

	A	B
1	AM/AB	AN/AC
2	0,53	0,53
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		

2. a. Déplacer les points M et N afin que les quotients $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$ soient égaux. Quelle propriété pourrait-on conjecturer ?
   b. Marion vient d'obtenir la figure suivante qui semble remettre en cause la conjecture précédente.



   Quelle précision supplémentaire sur l'emplacement de M et N faut-il avoir pour pouvoir valider la conjecture faite à la question **2. a** ?
   c. Formuler la propriété ainsi mise en évidence.
3. Utiliser cette propriété pour dire si la table à repasser représentée ci-contre est horizontale ou non.



Cours

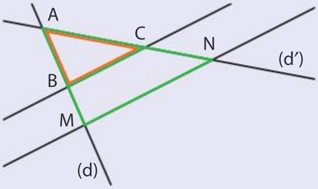
1 Calculer des longueurs avec le théorème de Thalès

Vidéo

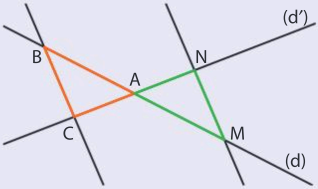
Théorème

Théorème de Thalès

Si les points A, B, M d'une part et A, C, N d'autre part sont alignés, et si les droites (BC) et (MN) sont parallèles, alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.



Configuration classique



Configuration dite « en papillon »

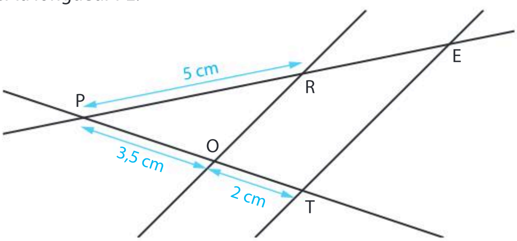
- On a également $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$.
- Les triangles ABC et AMN sont semblables.
- Le triangle ABC est l'image du triangle AMN par une homothétie de centre A.
- Les côtés correspondants du triangle ABC et AMN sont proportionnels.
- Le triangle ABC est un agrandissement ou une réduction du triangle AMN.

Longueurs des côtés de AMN	AM	AN	MN
Longueurs des côtés correspondants de ABC	AB	AC	BC

$\times \frac{AB}{AM}$

Exemple

Dans la figure ci-dessous, les droites (OR) et (TE) sont parallèles.
On veut calculer la longueur PE.



Les points P, O, T et P, R, E sont alignés et les droites (OR) et (TE) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a $\frac{PO}{PT} = \frac{PR}{PE} = \frac{RO}{ET}$.

En utilisant l'égalité des deux premiers rapports et en remplaçant les longueurs connues par leurs valeurs, on a donc $\frac{3,5}{5,5} = \frac{5}{PE}$.

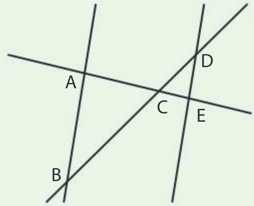
On utilise les produits en croix et on trouve $PE = \frac{5 \times 5,5}{3,5} \approx 7,9$ cm.

Savoir-faire

Apprends à l'aide des exercices résolus puis entraine-toi !

1 Calculer des longueurs avec le théorème de Thalès

1 On considère la figure ci-contre.
Les droites (AB) et (DE) sont parallèles.
AB = 7,4 cm, AC = 3,9 cm, BC = 8,5 cm et DC = 2,4 cm.
- Trouver une valeur approchée au mm près de la longueur CE.



Solution

1^re^ étape : vérification des conditions

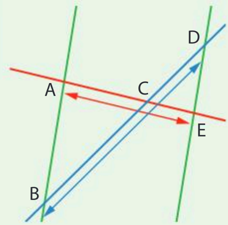
On vérifie d'abord si les conditions d'utilisation du théorème de Thalès sont bien respectées :
- les points A, C, E d'une part et B, C, D d'autre part sont alignés ;
- les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

Les conditions sont vérifiées, donc on peut utiliser le théorème de Thalès.

2^e^ étape : écriture de l'égalité des rapports

D'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{CA}{CE} = \frac{CB}{CD} = \frac{AB}{ED}$

Attention à l'ordre des points !



Le point **C** est le point d'intersection des deux droites non parallèles : on le retrouve quatre fois.
CA et CE sont portées par la même droite rouge.
CB et CD sont portées par la même droite bleue.
AB et ED sont portées par les droites parallèles.
Pour vérifier :
- les numérateurs CA, CB et AB doivent être les longueurs d'un même triangle ;
- les dénominateurs CE, CD et ED doivent être les longueurs de l'autre triangle.

3^e^ étape : calcul de la longueur cherchée

On remplace par les valeurs que l'on connait : $\frac{3,9}{CE} = \frac{8,5}{2,4} = \frac{7,4}{ED}$

Pour trouver CE, on utilise l'égalité de deux fractions où toutes les longueurs sont connues sauf CE : $\frac{3,9}{CE} = \frac{8,5}{2,4}$

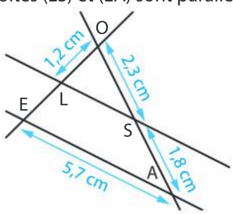
On utilise ensuite les produits en croix :

$\frac{3,9}{CE} \quad \frac{8,5}{2,4}$ donc $CE = \frac{3,9 \times 2,4}{8,5} \approx 1,1$ cm.

Les longueurs doivent être exprimées dans la même unité.

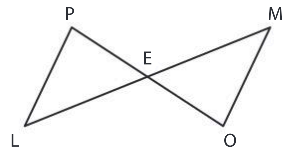
Le segment [CE] mesure environ 1,1 cm.

2 Les droites (LS) et (EA) sont parallèles.



- Déterminer une valeur approchée au mm près des longueurs LE et LS dans la figure ci-dessus.

3 On considère la figure ci-dessous où les droites (PL) et (MO) sont parallèles.
On donne PE = 5,6 cm, EO = 3,7 cm, EL = 6,3 cm et MO = 4,8 cm.



- Déterminer une valeur approchée au mm près des longueurs PL et EM.

Cours

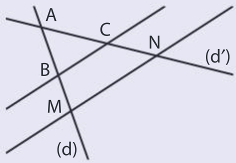
2 Reconnaitre des droites parallèles

Vidéo

Théorème

Théorème de Thalès : réciproque

Si les points A, B, M d'une part et A, C, N d'autre part sont alignés **dans le même ordre** et si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.



Méthode

Soient trois points A, B, M d'une part et trois points A, C, N d'autre part alignés dans le même ordre.

- Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles et $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.
- Si $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$, alors les droites (BC) et (MN) ne sont pas parallèles.

Exemples

Exemple 1

Dans la figure ci-contre, on a AB = 5,4 cm, AD = 7,2 cm, AC = 6,6 cm et AE = 8,8 cm.
Les points A, B, D d'une part et A, C, E d'autre part sont alignés dans le même ordre.

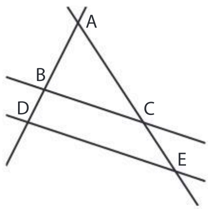
$\frac{AB}{AD} = \frac{5,4}{7,2} = 0,75$ et $\frac{AC}{AE} = \frac{6,6}{8,8} = 0,75$

$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$: l'égalité de Thalès est vérifiée.

Donc les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

On peut aussi en conclure que $\frac{BC}{DE} = 0,75$.

Pour vérifier l'égalité des deux rapports, on peut aussi utiliser les produits en croix : $5,4 \times 8,8 = 47,52$ et $7,2 \times 6,6 = 47,52$



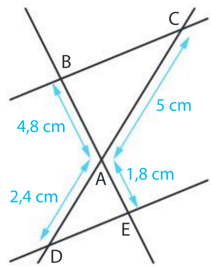
Exemple 2

Les points B, A, E d'une part et C, A, D d'autre part sont alignés dans le même ordre.

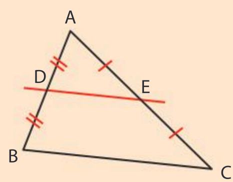
$\frac{AE}{AB} = \frac{1,8}{4,8} = 0,375$ et $\frac{AD}{AC} = \frac{2,4}{5} = 0,48$.

$\frac{AE}{AB} \neq \frac{AD}{AC}$: l'égalité de Thalès n'est pas vérifiée.

Donc les droites (BC) et (DE) ne sont pas parallèles.



Dans un triangle, la droite qui passe par les milieux de deux côtés est parallèle au troisième côté.
C'est un cas particulier du théorème de Thalès où les rapports sont égaux à $\frac{1}{2}$.

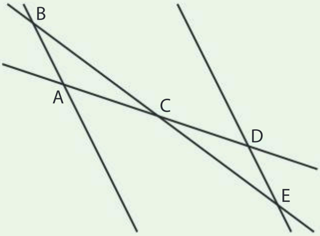


Savoir-faire

Apprends à l'aide des exercices résolus puis entraine-toi !

2 Reconnaitre des droites parallèles

4 On considère la figure ci-dessous.



On donne les mesures suivantes :
CD = 5 cm, AC = 2 cm, CE = 7,5 cm et BC = 3 cm.

- Les droites (BA) et (DE) sont-elles parallèles ?

Solution

1^re^ étape : on vérifie l'alignement des points
Les points A, C, D d'une part et B, C, E d'autre part sont alignés dans le même ordre.

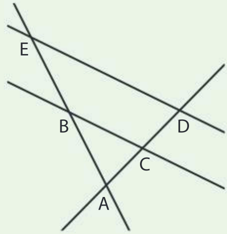
2^e^ étape : on cherche si l'égalité de Thalès est vérifiée ou non

$\frac{CA}{CD} = \frac{2}{5} = 0{,}4$ et $\frac{CB}{CE} = \frac{3}{7{,}5} = 0{,}4$.

$\frac{CA}{CD} = \frac{CB}{CE}$: l'égalité de Thalès est vérifiée.

3^e^ étape : on conclut
Les droites (BA) et (DE) sont donc parallèles.

5 On considère la figure ci-dessous.



On donne les mesures suivantes :
AC = 6,7 cm, AD = 10,5 cm, AB = 8,4 cm et AE = 12,5 cm.

- Les droites (BC) et (DE) sont-elles parallèles ?

Solution

1^re^ étape : on vérifie l'alignement des points
Les points A, C, D d'une part et A, B, E d'autre part sont alignés dans le même ordre.

2^e^ étape : on cherche si l'égalité de Thalès est vérifiée ou non

$\frac{AC}{AD} = \frac{6{,}7}{10{,}5} \approx 0{,}64$ et $\frac{AB}{AE} = \frac{8{,}4}{12{,}5} = 0{,}672$.

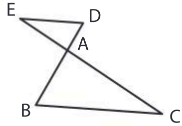
$\frac{AC}{AD} \neq \frac{AB}{AE}$: l'égalité de Thalès n'est pas vérifiée.

3^e^ étape : on conclut
Les droites (BC) et (DE) ne sont donc pas parallèles.

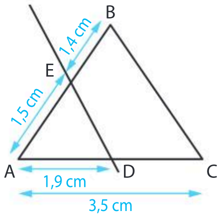
Pour prouver une égalité, on calcule les valeurs exactes ou les produits en croix, mais pas des valeurs approchées.

6 On considère la figure ci-contre.
On donne les mesures suivantes :
AD = 3,4 cm, AB = 6,8 cm, AE = 3,2 cm et AC = 6,4 cm.

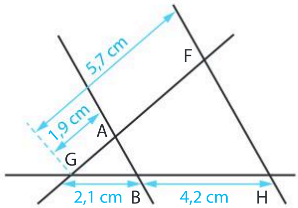
- Les droites (BC) et (DE) sont-elles parallèles ?



7 Montrer que les droites (ED) et (BC) ne sont pas parallèles dans la figure ci-dessous.



8 On considère la figure suivante.



- Les droites (AB) et (FH) sont-elles parallèles ?

Exercices

2 pages d'exercices supplémentaires dans le manuel numérique

Calculer des longueurs avec le théorème de Thalès

Savoir-faire p. 249

Questions flash

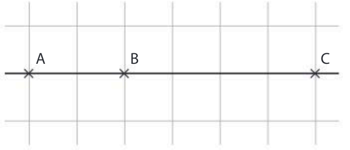
diapo

9 Trouver la valeur de x dans les égalités suivantes.

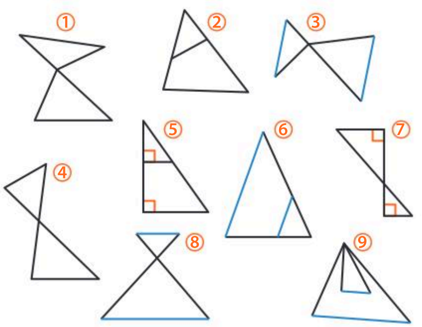
a. $\frac{3}{4} = \frac{x}{12}$ **b.** $\frac{x}{16} = \frac{3}{12}$

c. $\frac{8}{x} = \frac{24}{15}$ **d.** $\frac{2{,}1}{4} = \frac{x}{12}$

10 Quel est le rapport d'agrandissement entre les longueurs des segments [AB] et [AC] ?



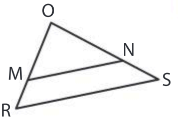
11 Dans les figures suivantes, les segments bleus sont parallèles.



• Dans quelles figures peut-on utiliser le théorème de Thalès ? Justifier.

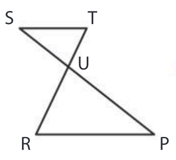
12 Dans la figure ci-contre, les droites (MN) et (RS) sont parallèles.

• Écrire l'égalité de Thalès.



13 Dans la figure ci-contre, les droites (ST) et (RP) sont parallèles.

• Indiquer pour chacune des égalités ci-après si elle est vraie ou fausse.

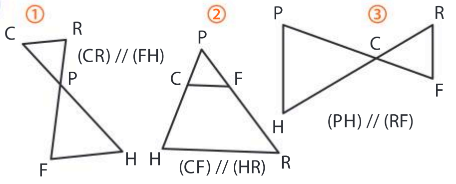


1. $\frac{SU}{UP} = \frac{UT}{UR} = \frac{RP}{ST}$ **2.** $\frac{ST}{RP} = \frac{US}{UP} = \frac{UT}{UR}$

3. $\frac{UP}{US} = \frac{UR}{UT} = \frac{RP}{ST}$ **4.** $\frac{SU}{SP} = \frac{TU}{TR} = \frac{ST}{RP}$

5. $\frac{US}{UR} = \frac{UT}{UP} = \frac{ST}{RP}$

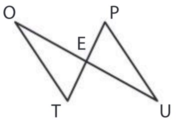
14 Associer chaque figure à l'égalité de Thalès qui lui correspond.



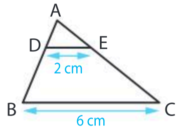
a. $\frac{PC}{PH} = \frac{PF}{PR} = \frac{CF}{HR}$ **b.** $\frac{PC}{PH} = \frac{PR}{PF} = \frac{CR}{FH}$ **c.** $\frac{PC}{CF} = \frac{CH}{CR} = \frac{PH}{RF}$

15 Dans la figure ci-contre, les droites (OT) et (PU) sont parallèles.

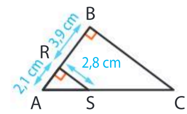
• Écrire l'égalité de Thalès.



16 Dans la figure ci-contre, que peut-on dire des deux triangles ABC et ADE si (DE) // (BC) ?

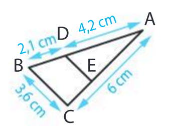


17 Dans la figure ci-contre, calculer les longueurs BC, AS et AC.



18 Dans la figure ci-contre, les triangles ABC et ADE sont images l'un de l'autre par une homothétie.

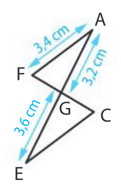
• Caculer les longueurs DE et AE.



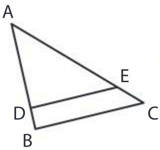
19 Dans la figure ci-contre, (AF) et (EC) sont parallèles.

1. Peut-on déterminer la longueur GC ?

2. Calculer la longueur EC.



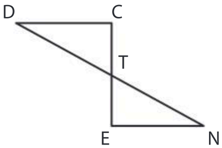
20 Dans le triangle ci-contre, les droites (DE) et (BC) sont parallèles. On donne les mesures suivantes : AD = 3,7 dm, AB = 5,3 dm, DE = 4,1 dm et AE = 5,7 dm.



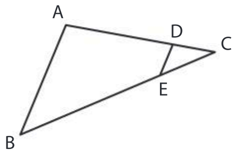
- Calculer une valeur approchée, au centimètre près, des longueurs BC et EC.

21 Dans la figure ci-dessous, les droites (DC) et (EN) sont parallèles. On donne les mesures suivantes : DT = 4,7 cm, TN = 5,2 cm, EN = 4,3 cm et ET = 2,4 cm.

- Calculer une valeur approchée, au millimètre près, des longueurs DC et CT.



22 Dans la figure suivante, les droites (DE) et (AB) sont parallèles. On donne les mesures suivantes : CD = 3 cm, AD = 5 cm et BC = 9 cm.



$DE = \frac{9 \times 3}{8}$ cm

2' ne p)Xt pDsūtb+ u), D(&

- Qui a raison ?

Reconnaitre des droites parallèles

Savoir-faire p. 251

Questions flash

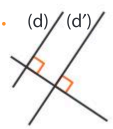
diapo

23 Les rapports suivants sont-ils égaux ?

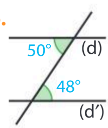
a. $\frac{5}{3}$ et $\frac{15}{9}$ **b.** $\frac{7,4}{3,6}$ et $\frac{10}{5}$ **c.** $\frac{3,6}{9}$ et $\frac{1,8}{6}$

24 Pour chaque figure, dire si les droites (d) et (d′) sont parallèles.

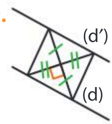
a.



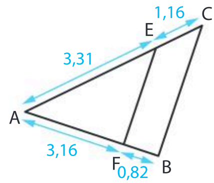
b.



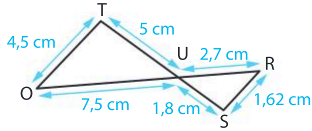
c.



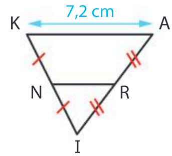
25 Dans la figure ci-dessous, les droites (EF) et (BC) sont-elles parallèles ?



26 Dans la figure ci-dessous, les droites (TO) et (RS) sont-elles parallèles ?

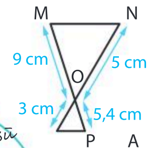


27 Karine a complété les mesures de la figure ci-dessous.



- Calculer NR.

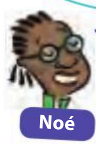
28 On considère la figure ci-contre.



O , O, A et N, O, P soQt allgn sū GaQsūe même oldre,

$\frac{MO}{OA} = \frac{9}{5,4} \approx 1,7$ et $\frac{NO}{OP} = \frac{5}{3} \approx 1,7$

/' JaLLté de TKa ' s eVt vérLfiée,ū GoQc (M1! et ("$) soQtū palh# % H$&



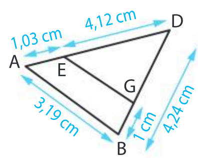
O , O, A et N, O, P soQt allgn sū GaQsūe même oldre,

$\frac{OA}{OM} = \frac{5,4}{9} = 0,6$ et $\frac{OP}{ON} = \frac{3}{5} = 0,6$

/' JaLLté de TKa ' s eVt vérLfiée,ū GoQc (M1) et ("$) soQtū palh# % H$&

- Qui a raison ?

29 Dans la figure ci-dessous, les droites (EG) et (AB) sont-elles parallèles ?



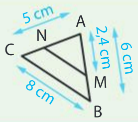
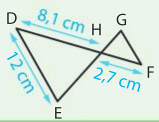
Faire le point

Vérifie tes connaissances.

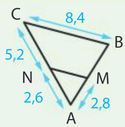
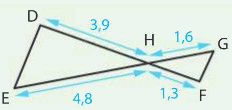
QCM

Donner la seule réponse correcte parmi les trois proposées.

1 Calculer des longueurs avec le théorème de Thalès

		Réponse A	Réponse B	Réponse C
	1. Dans la figure ci-contre, (MN) et (BC) sont parallèles. Quelle est la longueur MN ?	1,8 cm	2 cm	3,2 cm
	2. Dans la figure ci-contre, (GF) et (DE) sont parallèles. Quelle est la longueur GF ?	4 cm	6 cm	1,8 cm

2 Reconnaitre des droites parallèles

		Réponse A	Réponse B	Réponse C
	1. Dans la figure ci-contre, les droites (BC) et (MN) sont-elles parallèles ?	Oui	Non	On ne peut pas savoir.
	2. Dans la figure ci-contre, les droites (DE) et (GF) sont-elles parallèles ?	Non	Oui	On ne peut pas savoir.

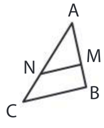
Pour t'aider à retenir le cours.*

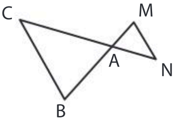
Carte mentale

Reproduire et compléter cette carte mentale.

Calculer une longueur

Les points A, B, M d'une part et A, C, N d'autre part sont alignés.





Si … **alors** $\frac{A\ldots}{A\ldots} = \frac{A\ldots}{A\ldots} = \frac{\ldots}{\ldots}$.

Égalité de Thalès

Reconnaitre des droites parallèles

Les points A, B, M d'une part et A, C, N d'autre part sont … .

- **Si** $\frac{\ldots}{\ldots} = \frac{\ldots}{\ldots}$ **alors** … .
- **Si** $\frac{\ldots}{\ldots} \neq \frac{\ldots}{\ldots}$ **alors** … .

** Tu peux aussi construire ta propre carte mentale.*

Algorithmique et outils numériques

30 Une construction

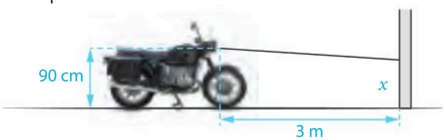
Swan vient d'écrire le script suivant.

1. Quelles sont les quatre figures que ce script permet de construire ?
2. Donner les dimensions de la dernière figure construite en utilisant deux méthodes différentes.

31 Feux de croisement

CIT

Pour régler rapidement les feux de croisement d'une moto, on la place devant un mur vertical comme l'indique le schéma ci-dessous.



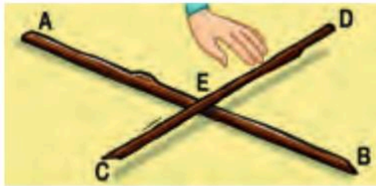
Article R313-3 du code de la route

Feux de croisement

Sauf dispositions différentes prévues au présent article, tout véhicule à moteur doit être muni à l'avant de deux feux de croisement, émettant vers l'avant une lumière jaune ou blanche permettant d'éclairer efficacement la route la nuit, par temps clair, sur une distance minimale de 30 mètres sans éblouir les autres conducteurs.

1. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, déterminer une valeur approchée de la hauteur de réglage x, de manière à ce que le véhicule respecte la consigne de sécurité.
2. Retrouver ce résultat par le calcul.

32 Les morceaux de bois



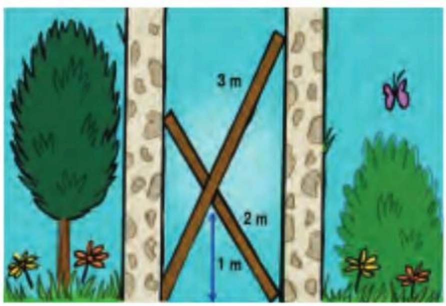
Iliès croise deux bouts de bois de longueurs AB = 10 cm et CD = 12 cm. Il ne connait pas la longueur de [AE], mais il sait que (AC) et (DB) sont parallèles et que CE = 8 cm. Trouver, à l'aide de la feuille de calcul ci-dessous, un encadrement puis une valeur approchée au millimètre près de AE.

	A	B
1	AE	AE/(10-AE)
2	0	
3	0,5	
4	1	
5	1,5	
6	2	
7	2,5	
8	3	
9	3,5	
10	4	
11	4,5	
12	5	
13	5,5	

33 Chemin barré

Un chemin bordé de deux murs est barré par deux planches, l'une mesurant 2 mètres et l'autre 3 mètres. Les deux planches se coupent à une hauteur de 1 mètre. Trouver une valeur approchée de la largeur de ce chemin (on négligera l'épaisseur des planches) :

1. à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique ;
2. à l'aide d'un tableur.

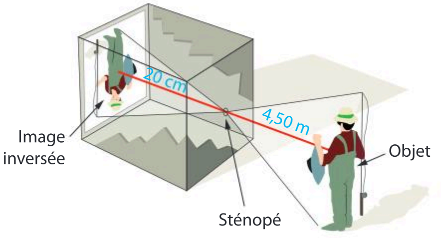


Problèmes

Pour mieux cibler les compétences			
Chercher	42 43 44 47	Raisonner	36 45 48
Modéliser	35 45 48	Calculer	39 49
Représenter	35 37 43 44 47	Communiquer	44 45 49

34 Le sténopé

TECH



La chambre noire, de profondeur 20 cm, est l'ancêtre de la photographie : les rayons lumineux passent par un petit trou appelé sténopé, le sujet à photographier est alors imprimé à l'envers et en taille réduite sur la photo. On admet que le trait rouge arrive au milieu du personnage réel (canne à pêche comprise) et de son image photo.
La taille totale de la photo est de 8 cm. Le personnage se trouve à 4,50 m du sténopé de la chambre noire.

- Sachant que la canne à pêche du personnage mesure 7 cm de plus que le personnage, quelle est la taille réelle du pêcheur ?

35 Les ombres

Cédric, sa petite sœur Yaël et sa cousine Eden s'amusent dans la cour.
Cédric sait qu'il mesure 1,62 m mais il ne connait pas la taille de sa petite sœur. Eden affirme qu'en mesurant la taille de leur ombre sur le sol, 1,80 m pour celle de Cédric et 1,60 m pour celle de Yaël, elle peut déterminer la taille de Yaël.

- Comment a procédé Eden ?

36 Le carré géométrique

Le carré géométrique est un instrument utilisé depuis le Moyen Âge. Il est constitué d'un carré en bois, dont la longueur du côté mesure 2 bras environ (1,1 m), les côtés étant gradués.

- Expliquer comment on peut mesurer une distance sur un sol plat.

37 L'éclipse

PC

Un observateur terrestre est situé à 149 600 000 km du centre du Soleil.

1. Le diamètre de la Lune étant environ de 3 500 km et celui du Soleil de 1 400 000 km, à quelle distance de l'observateur le centre de la Lune doit-il être placé pour que celle-ci cache exactement le Soleil ?
2. Lors de l'éclipse du 11 aout 1999, visible en France, la distance Terre-Lune (donnée de la surface de la Terre au centre de la Lune) était de 373 000 km. L'éclipse était-elle totale ?

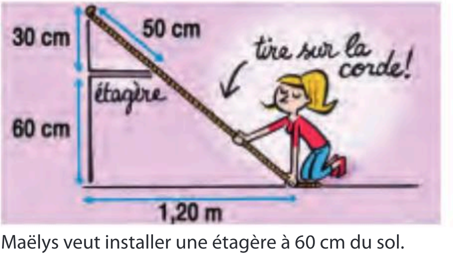
38 Distance Terre-Lune

PC

Une pièce de monnaie de 1 cm de diamètre tenue à une distance de 1 m de l'œil cache entièrement la Lune. Le diamètre de la Lune étant proche de 3 500 km, donner une valeur approchée de la distance Terre-Lune.

39 Bricolage

TECH



Maëlys veut installer une étagère à 60 cm du sol.
Pour vérifier que son installation est bien horizontale, elle installe une corde à 30 cm au-dessus de l'étagère et la tend jusqu'au sol afin d'être alignée avec le bord de l'étagère. Elle arrive à 1,20 m du mur. La distance entre le point d'attache et l'extrémité de l'étagère est de 50 cm.

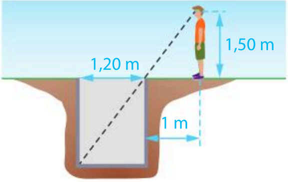
- L'installation de Maëlys est-elle bien horizontale ?

40 Le puits

HG

Voici une technique décrite dans un ouvrage d'Euclide pour mesurer la profondeur d'un puits : en plaçant son œil à 1,50 m de hauteur et à 1 m du bord d'un puits de 1,20 m de diamètre, le bord du puits cache juste la ligne du fond.

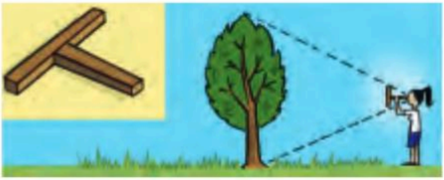
• Quelle est la profondeur du puits ?



41 La croix du bucheron

TECH

Pour mesurer la hauteur d'un arbre, on utilise deux baguettes de 20 cm chacune, assemblées pour former un « T » comme sur le dessin suivant.

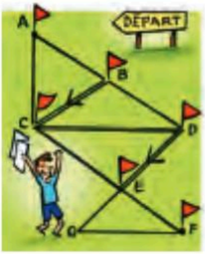


On place l'une des baguettes du « T » horizontalement et parallèlement au sol, près de l'œil.
On vise l'arbre avec la baguette verticale et on se déplace pour que l'arbre soit entièrement caché par la baguette verticale.
Antinéa est à 5,40 m de l'arbre.

• Quelle est la hauteur de l'arbre ?

42 Course d'orientation

EPS



Une course d'orientation, dont le parcours a été représenté ci-contre, oblige les équipes à valider les balises dans l'ordre suivant : A, B, C, D, E, F.
On sait que ACD est un triangle rectangle en C, que B est le milieu de [AD] et que les droites (CD) et (GF) sont parallèles. De plus, AD = 500 m, AC = 300 m, CE = 300 m, GE = 150 m et GF = 250 m.
Hugo, qui a fini le parcours en 18 minutes, affirme que sa vitesse moyenne est supérieure à 5 km/h.

• A-t-il raison ?

43 Big Ben

LV

Bob took a photo of "Big Ben" which is 316 ft high. The length of his arm is about 1.5 ft.

1 ft (1 foot) = 30,48 cm.

• How far from Big Ben did he take this photo?

44 La falaise

Prise d'initiative

FR

Voici un extrait du roman de Jules Verne, *L'Île mystérieuse* :

> Arrivé à une vingtaine de pieds de la lisière de la grève et à cinq cents pieds environ de la muraille de granit qui se dressait perpendiculairement, Cyrus Smith enfonça la perche de deux pieds dans le sable et, en la calant avec soin, il parvint, au moyen du fil à plomb, à la dresser perpendiculairement au plan de l'horizon. Cela fait, il se recula de la distance nécessaire pour que, étant couché sur le sable, le rayon visuel parti de son œil, effleurât à la fois et l'extrémité de la perche et la crête de la muraille. Puis il marqua soigneusement ce point avec un piquet. [...] Les deux distances horizontales furent relevées au moyen même de la perche, dont la longueur au-dessus du sable était exactement de dix pieds. La première distance était de quinze pieds entre le piquet et le point où la perche était enfoncée dans le sable. La deuxième distance, entre le piquet et la base de la muraille, était de cinq cents pieds.

• Donner une valeur approchée, en mètres, de la hauteur de la muraille.

45 À la montagne

Prise d'initiative

Manon effectue une descente à ski sur piste, sans faire de virage, à une vitesse constante de 120 km/h. Elle part à une altitude de 2 750 m et finit sa descente à une altitude de 1 850 m. Elle passe à côté d'un grand sapin au bout de 24 s.

• Sachant qu'elle met 1 min 12 s pour finir sa descente, à quelle altitude est planté ce sapin ?

Problèmes

46 **Partage**

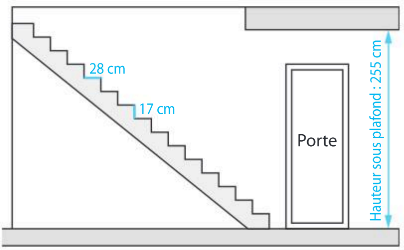
Prise d'initiative

Trouver une méthode permettant de partager un segment [AB] de longueur quelconque en 7 parts égales, sans avoir besoin d'utiliser les graduations de la règle.

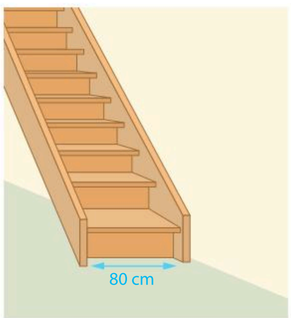
47 **Sous l'escalier**

Prise d'initiative

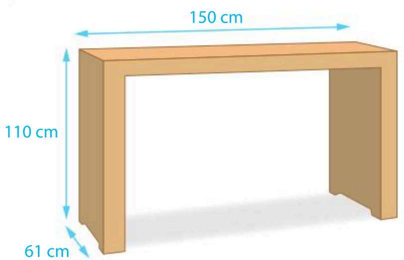
Doc. 1



Doc. 2



Doc. 3



- Ewen peut-il installer la table haute (doc. 3) sous l'escalier, le long du mur ?

48 **À Paris**

Prise d'initiative

HG PEAC

Jade se trouve sur la terrasse de la tour Montparnasse, à 210 mètres de haut. Elle observe la tour Eiffel, qui fait 324 mètres de haut.

- Donner une valeur approchée de la distance à vol d'oiseau entre la tour Montparnasse et la tour Eiffel.

49 **Vente de maison**

Prise d'initiative

AV

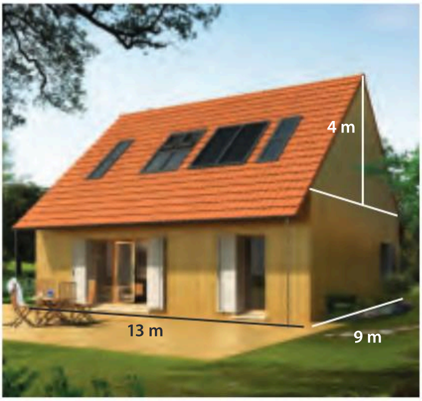
Doc. 1

Définie à l'article R111-2 du Code de la construction et de l'habitation, la surface habitable représente la somme des surfaces de plancher de chaque pièce. Ne doivent pas être prises en compte dans ce calcul les parties de locaux n'atteignant pas au minimum 1,80 mètre de hauteur.

Doc. 2

Le prix moyen au m^2 d'une maison à Périgueux est de 1 416 €.

Doc. 3



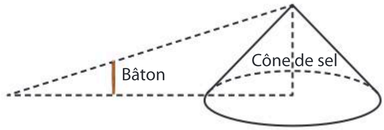
- Calculer le prix de vente possible de cette maison située à Périgueux.

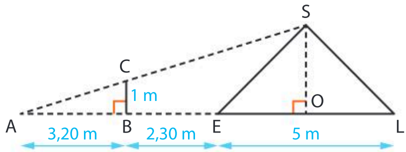
Brevet

50 Cône de sel

Dans les marais salants, le sel récolté est stocké sur une surface plane comme l'illustre la photographie ci-contre. On admet qu'un tas de sel a toujours la forme d'un cône de révolution.

1. a. Pascal souhaite déterminer la hauteur d'un cône de sel de diamètre 5 m. Il possède un bâton de longueur 1 m. Il effectue des mesures et réalise les deux schémas ci-dessous.





Démontrer que la hauteur de ce cône de sel est égale à 2,50 m.

b. Calculer une valeur approchée, au mètre cube près, du volume de sel contenu dans ce cône.

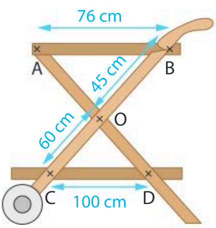
2. Le sel est ensuite stocké dans un entrepôt sous la forme de cônes de volume 1 000 m^3. Par mesure de sécurité, la hauteur d'un tel cône de sel ne doit pas dépasser 6 m.
Donner une valeur approchée, au décimètre près, du rayon qu'il faut prévoir au minimum pour la base.

D'après DNB Métropole, 2013.

51 La desserte

Les plateaux représentés par (AB) et (CD) pour la réalisation de cette desserte en bois sont parallèles.

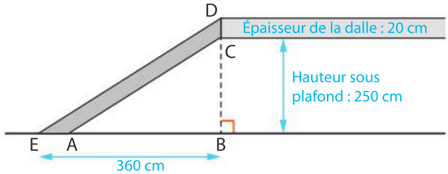
- Cette affirmation est-elle vraie ou fausse ?



D'après DNB Centres étrangers, 2015.

52 Escalier

Germaine souhaite réaliser un escalier pour monter à l'étage de son appartement. Elle a besoin pour cela de connaitre les dimensions du limon (planche dans laquelle viendront se fixer les marches de cet escalier). Elle réalise le croquis ci-dessous.



Sur ce croquis :
- le limon est représenté par le quadrilatère ACDE ;
- les droites (AC) et (ED) sont parallèles ;
- les points E, A et B sont alignés ;
- les points B, C et D sont alignés.

1. Prouver que ED = 450 cm.

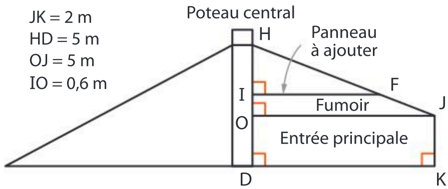
2. Calculer une valeur approchée au cm près des deux dimensions AC et AE de cette planche.

D'après DNB Polynésie, 2015.

53 Le fumoir

Autrefois dans les cases*, les anciens avaient installé au-dessus du feu un fumoir qui leur permettait de conserver le fruit de leur pêche plus longtemps.
Willy et Anna font de l'accueil de touristes. Ils souhaitent utiliser l'ancien fumoir afin de ranger les bagages de leurs visiteurs. Ils veulent ajouter un panneau au-dessus pour protéger les affaires. Ils cherchent donc à déterminer la longueur de ce panneau.
Ci-dessous se trouve un schéma de la case. Le segment [OJ] représente le fumoir d'origine et [IF] le futur panneau que le couple veut installer.

* Une case est un habitat traditionnel de Nouvelle-Calédonie.



1. Quelle est la mesure du segment [OD] ?

2. En utilisant la relation HI = HD – IO – OD, vérifier que HI = 2,4 m.

3. Justifier que (OJ) est parallèle à (IF).

4. Quelle est la longueur du panneau qui devra être ajouté ?

D'après DNB Nouvelle-Calédonie « série professionnelle », 2014.

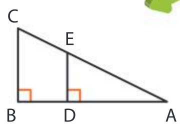
Travailler autrement

Utilisable en AP

À chacun sa méthode !

Deux énoncés pour un exercice

Exercice 1



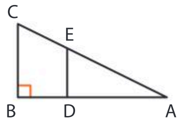
Dans la figure ci-contre, on donne AD = 4,4 cm, EC = 2,6 cm et AE = 5,5 cm.

1. Les droites (BC) et (DE) sont-elles parallèles ?
2. Trouver la mesure de DE.
3. Trouver les mesures de BD et BC.

Exercice 2

Patrick désire installer ses sculptures dans le parc d'un château en se basant sur les principes de la perspective. Il veut mettre deux sculptures l'une à côté de l'autre et cherche à quelle distance il doit les placer l'une par rapport à l'autre pour qu'elles soient alignées comme sur le dessin ci-dessous. Comment doit-il faire ?

Exercice 1

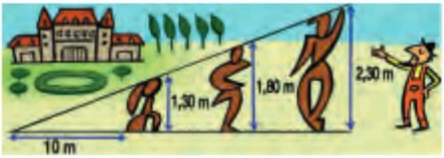


Dans la figure ci-contre, on donne AE = 7 cm, BC = 6,3 cm, AD = 5,6 cm et DE = 4,2 cm.

- Trouver les mesures de BD et CE.

Exercice 2

Patrick désire installer ses sculptures dans le parc d'un château en se basant sur les principes de la perspective. Il veut mettre trois sculptures les unes à la suite des autres et cherche à quelle distance il doit les placer les unes par rapport aux autres pour qu'elles soient alignées comme sur le dessin ci-dessous. Comment doit-il faire ?

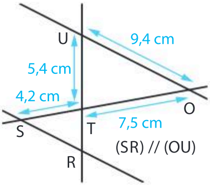


Écriture d'un énoncé

1. À partir de cette image, construire un énoncé d'exercice qui fait appel au théorème de Thalès.
2. Échanger cet énoncé avec son binôme et résoudre l'exercice.

Analyse d'une production

Un professeur propose cet exercice.
À partir de la figure suivante, trouver les mesures des segments [TR] et [SR].
On donnera une valeur approchée au dixième près.



Voici les réponses de trois élèves.

Tiphaine

Les droites (SR) et (OU) sont parallèles.
Les points S, T, O et R, T, U sont alignés.
On peut utiliser le théorème de Thalès :

$\frac{ST}{SO} = \frac{RT}{RU} = \frac{RS}{OU}$ donc $\frac{4,2}{11,7} = \frac{RT}{RU} = \frac{RS}{9,4}$

$RS = \frac{4,2 \times 9,4}{11,7} \approx 3,4$ cm

Quentin

On peut utiliser le théorème de Thalès :

$\frac{TS}{TR} = \frac{TO}{TU} = \frac{OU}{SR}$ donc $\frac{4,2}{TR} = \frac{7,5}{5,4} = \frac{9,4}{SR}$

$RT = \frac{4,2 \times 5,4}{7,5} = 3,024$ cm

et $RS = \frac{9,4 \times 5,4}{7,5} = 6,768$ cm

Jolan

Les droites (SR) et (OU) sont parallèles. Les points S, T, O et R, T, U sont alignés. On peut utiliser le théorème de Thalès :

$\frac{TS}{TO} = \frac{TR}{TU} = \frac{SR}{OU}$ donc $\frac{4,2}{7,5} = \frac{TR}{5,4} = \frac{SR}{9,4}$

$TR = \frac{7,5 \times 5,4}{4,2} \approx 9,6$ cm et $SR = \frac{9,4 \times 7,5}{4,2} \approx 16,8$ cm

- Analyser ces réponses et corriger les erreurs s'il y en a.

CHAPITRE 15

Ta mission

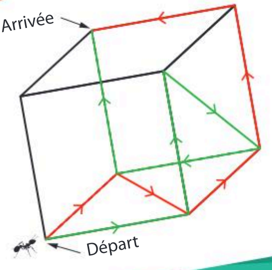
Te repérer dans l'espace et visualiser des sections planes de solides.

Solides de l'espace

Jeux

La fourmi hésite entre deux parcours pour traverser le cube.

- Quel est le chemin le plus court ?

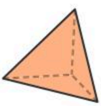


INFOS

Pour Platon, philosophe grec (–427 ; –347), le monde s'appuie sur cinq éléments essentiels. Il associe à chacun d'eux un des cinq polyèdres réguliers inscriptibles dans une sphère.

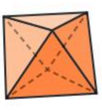
On les appelle les « solides de Platon ».

Le tétraèdre, **le Feu**

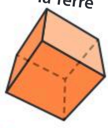


L'isocaèdre, **l'Eau**

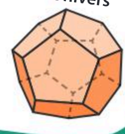
L'octaèdre, **l'Air**



L'hexaèdre, **la Terre**



Le dodécaèdre, **l'Univers**



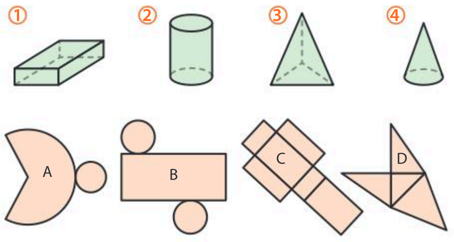
Activités

Questions flash

diapo

Prêt ?

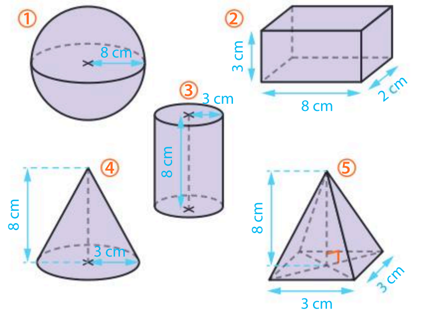
1. Nommer chaque solide ci-dessous et l'associer à son patron.



2. Recopier et compléter.

1 L = … dm^3	5,9 km^3 = … dam^3
35 000 cm^3 = … dm^3	4,5 dL = … cL
5,2 dm^3= … cm^3	3,275 mL = … dL

3. Associer chaque solide ci-dessous au calcul de son volume.



a. $\frac{4}{3}\pi \times 8^3$ **b.** $\pi \times 3^2 \times 8$ **c.** $2 \times 3 \times 8$

d. $\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 8$ **e.** $\frac{1}{3} \times 3^2 \times 8$

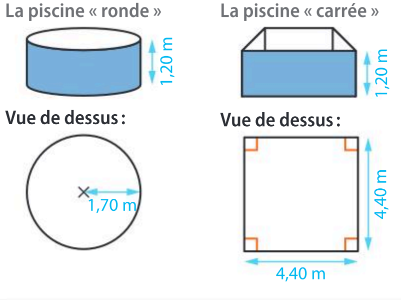
Partez !

À l'eau !

5e Activité 1

Une famille de quatre personnes hésite entre deux modèles de piscine.
Elle regroupe des informations afin de prendre sa décision.

Info. 1 Les deux modèles de piscine



Info. 2

Surface minimale conseillée par baigneur : 3,40 m^2

Info. 3

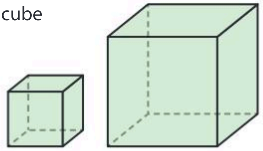
Débit du robinet de remplissage : 12 litres d'eau par minute.

1. Les quatre membres de la famille veulent se baigner en même temps.
Expliquer pourquoi la famille doit dans ce cas choisir la piscine carrée.

2. On commence le remplissage de cette piscine carrée le vendredi à 14 h 00 et on laisse couler l'eau pendant la nuit jusqu'au samedi matin à 10 h 00.
La piscine va-t-elle déborder ?

D'après DNB Polynésie, 2014.

D'accord ou pas ? — Activité 2

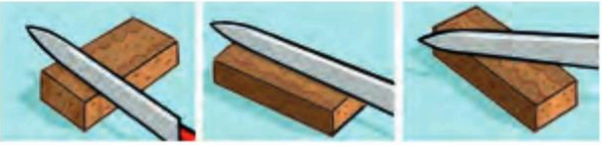


Élise affirme qu'un cube ayant un volume de 64 cm^3 est huit fois plus grand qu'un cube ayant un volume de 8 cm^3.
Hugo n'est pas d'accord et lui répond qu'il n'est que deux fois plus grand.

- Peut-on dire qui a raison ?

Fromage ou dessert ? — Activité 3

1. Paolo se demande quelles formes il peut obtenir s'il coupe son gâteau des trois façons ci-contre.
   Représenter les sections obtenues, c'est-à-dire la forme correspondant à l'endroit où est passé le couteau.

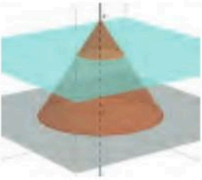


2. Il se pose la même question s'il coupe un fromage de chèvre des deux façons ci-contre.
   Représenter les sections obtenues.

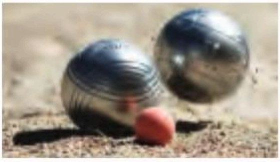
3. a. Si l'on coupe un pamplemousse, quelle est la nature de la section que l'on obtient ?
   b. Où faut-il le couper pour que la section obtenue soit la plus grande possible ?

On coupe !!! — Activité 4

1. a. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, construire une pyramide ABCDE à base carrée (ABCD étant dans le plan de base).
   b. Placer un point P sur l'axe des cotes (Oz). Construire un plan passant par le point P et parallèle au plan de base.
   c. Construire la section de la pyramide par ce plan grâce à l'outil « Intersection de deux surfaces » puis « Créer une vue 2D » en cliquant droit sur l'objet.
   d. Déplacer le point P sur l'axe des cotes. Que peut-on dire de la section de la pyramide par ce plan ?
2. a. Faire une construction semblable pour un cône de révolution.
   b. Que peut-on dire de la section d'un cône par un plan parallèle à la base ?



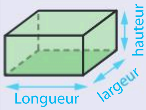
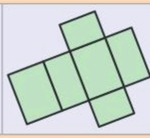
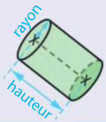
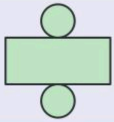
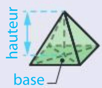
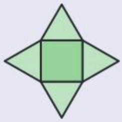
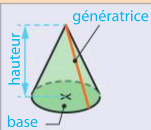
La boule de pétanque — 4e — Activité 5 — Prise d'initiative



Paul joue à la pétanque avec son grand-père.
Il vient de pointer et sa boule de 7,5 cm de diamètre a laissé dans le sol une empreinte de 4,2 cm de diamètre.

- De quelle profondeur la boule s'est-elle enfoncée dans le sol ?

1 Représenter des solides et calculer des volumes ▶ Vidéo

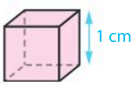
Définitions 4e	Perspective cavalière	Patron	Volume
Parallélépipède rectangle (ou pavé droit)			
Solide composé de six faces rectangulaires. Cas particulier : le cube.			$\mathcal{V}$ = Longueur × largeur × hauteur
Cylindre de révolution			
Solide composé : • de deux faces parallèles et superposables en forme de disque (les bases) ; • d'une surface latérale non plane.			$\mathcal{V}$ = Aire de la base × hauteur $= \pi r^2 h$
Pyramide			
Solide composé : • d'un sommet S ; • d'une base polygonale ne contenant pas S ; • de faces latérales triangulaires de sommet S.			$\mathcal{V} = \frac{1}{3}$ Aire de la base × hauteur
Cône de révolution			
Solide composé : • d'une base en forme de disque ; • d'un sommet S situé sur la perpendiculaire à la base passant par son centre ; • d'une surface latérale non plane.			$\mathcal{V} = \frac{1}{3}$ Aire de la base × hauteur $= \frac{1}{3} \pi r^2 h$
Sphère et boule			
• La sphère (ou la boule) de centre O et de rayon r est l'ensemble des points M de l'espace tels que OM = r (ou OM ⩽ r).		Pas de patron	$\mathcal{A} = 4 \pi r^2$ $\mathcal{V} = \frac{4}{3} \pi r^3$

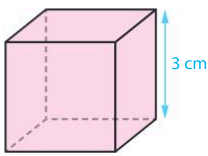
Propriété

Lors d'un agrandissement ou d'une réduction de rapport k, **les volumes sont multipliés par k^3**.

Si le rapport k est compris entre 0 et 1, il s'agit alors d'une réduction.

Exemple





$\mathcal{V}$ = 1 cm × 1 cm × 1 cm = 1 cm^3 $\mathcal{V}$ = 3 cm × 3 cm × 3 cm = 27 cm^3

La longueur de chaque arête a été multipliée par 3, le volume a été multiplié par $3^3 = 27$.

Savoir-faire

Apprends à l'aide des exercices résolus puis entraine-toi !

1 Représenter des solides et calculer des volumes

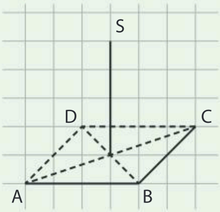
1 **1.** Tracer en perspective cavalière une pyramide de hauteur 2,5 cm et dont la base est un rectangle de dimensions 3 cm et 2 cm.

2. Calculer le volume de cette pyramide.

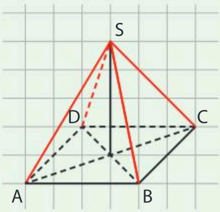
3. On fait un agrandissement de rapport 2 de cette pyramide. Quel est le volume de la nouvelle pyramide ?

Solution

1. En perspective parallèle, les arêtes parallèles et de même longueur sont représentées par des segments parallèles et de même longueur.
On commence par tracer la base en perspective.



On trace ensuite les diagonales du rectangle pour pouvoir construire la hauteur. Enfin, on trace les arêtes latérales.



2. $\mathscr{V} = \frac{1}{3}$ Aire de la base × hauteur

$\mathscr{V} = \frac{1}{3} \times 3 \times 2 \times 2{,}5 = 5 \text{ cm}^3$

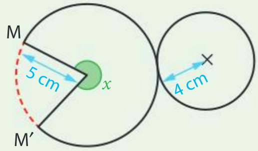
3. Par un agrandissement de rapport 2, le volume est multiplié par $2^3 = 8$. Le volume de la nouvelle pyramide est donc $5 \times 8 = 40 \text{ cm}^3$.

2 **1.** Tracer un patron d'un cône de révolution de rayon 4 cm et de génératrice 5 cm.

2. Calculer la hauteur et le volume de ce cône.

3. On réalise une réduction de rapport $\frac{1}{2}$ de ce cône. Quel est le volume du cône réduit ?

Solution



1. On calcule d'abord le périmètre du disque de base :

$\mathscr{P} = 2\,\pi r = 2\,\pi \times 4 = 8\pi$ cm.

Puis on calcule le périmètre d'un disque de rayon 5 cm :

$\mathscr{P}' = 2\,\pi r = 2 \times \pi \times 5 = 10\pi$ cm.

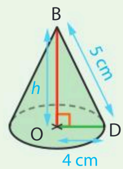
La longueur de l'arc est proportionnelle à la mesure de l'angle correspondant.

Mesure de l'angle (en °)	360	x
Longueur de l'arc (en cm)	$10\,\pi$	$8\,\pi$

$x = \dfrac{360 \times 8\,\pi}{10\,\pi} = 288°$.

2. OBD est rectangle en O. D'après le théorème de Pythagore :

$BD^2 = BO^2 + OD^2$.
$OB^2 = 5^2 - 4^2$
$OB^2 = 25 - 16 = 9$
$OB = \sqrt{9} = 3$ cm.



La hauteur du cône est de 3 cm.
Le volume du cône est :

$\mathscr{V} = \frac{1}{3}\pi r^2 = \frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 3 \approx 50{,}3 \text{ cm}^3$.

3. Par une réduction de rapport $\frac{1}{2}$, les volumes sont multipliés par $\left(\frac{1}{2}\right)^3$. Le volume du cône réduit est donc $50{,}3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \approx 6{,}3 \text{ cm}^3$.

3 **1. a.** Tracer une pyramide à base carrée de côté 5 cm et de hauteur 3 cm en perspective cavalière.
b. Calculer le volume de cette pyramide puis celui de sa réduction de rapport 0,6.

2. a. Tracer un patron d'un cône de rayon 2,7 cm et de génératrice 4,3 cm.
b. Calculer la hauteur et le volume de ce cône puis celui de son agrandissement de rapport 3.

Cours

4e

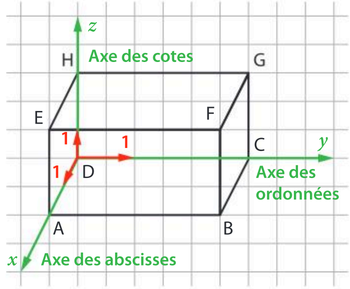
2 Se repérer dans l'espace

Vidéo

Définitions

Tout point M d'un parallélépipède rectangle peut être repéré à partir d'un sommet et des arêtes partant de ce sommet. Un point M est repéré par trois nombres appelés les coordonnées de M : x_M est l'**abscisse** de M, y_M est son **ordonnée** et z_M est sa **cote** (ou altitude). On note M(x_M ; y_M ; z_M).

Exemple



Dans le repère tracé ci-contre :

- D est l'origine du repère ;
- La droite (Dx) est l'axe des abscisses ;
- La droite (Dy) est l'axe des ordonnées ;
- La droite (Dz) est l'axe des cotes.

Voici les coordonnées de six sommets du parallélépipède rectangle :

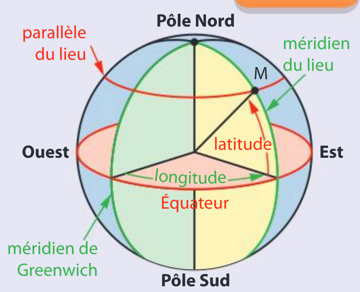
D(0 ; 0 ; 0)	A(2 ; 0 ; 0)
C(0 ; 3 ; 0)	H(0 ; 0 ; 3)
B(2 ; 3 ; 0)	F(2 ; 3 ; 3)

Définitions

Si on assimile la Terre à une sphère, on peut repérer un point à sa surface par deux coordonnées correspondant à des mesures d'angles : sa **latitude** et sa **longitude**.

Pour cela, on utilise :

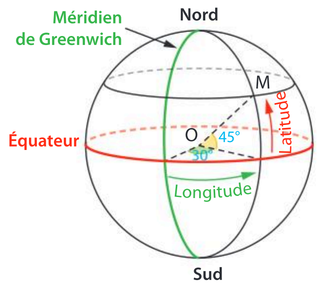
- des **parallèles** qui sont des cercles dont les points ont la même **latitude**. Le parallèle de référence est l'Équateur : ses points ont pour latitude 0° ;
- des **méridiens** qui sont des demi-cercles passant par les pôles dont les points ont la même **longitude**. Le méridien de référence est le méridien de Greenwich : ses points ont pour longitude 0°.



Les latitudes sont comprises entre 0° et 90° Nord ou Sud.
Les longitudes sont comprises entre 0° et 180° Est ou Ouest.

Exemple

Le point M a pour latitude 45° Nord et pour longitude 30° Est.

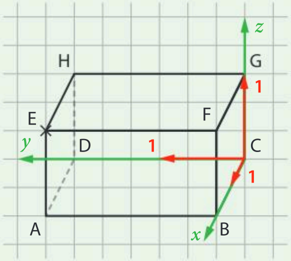


Savoir-faire

Apprends à l'aide des exercices résolus puis entraine-toi !

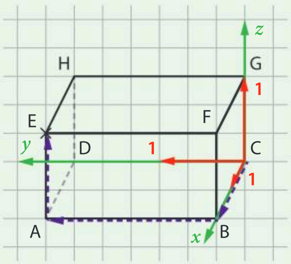
2 Se repérer dans l'espace

4 ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle.
- Donner les coordonnées du point E dans le repère tracé ci-dessous.



Solution

On cherche comment aller de l'origine C du repère jusqu'au point E en suivant des chemins parallèles aux axes.

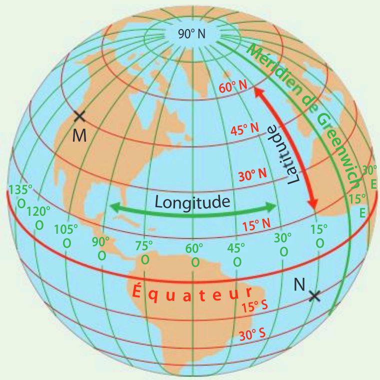


- on avance de 2 unités suivant l'axe des abscisses (Cx) ;
- on avance de 2 unités suivant l'axe des ordonnées (Cy) ;
- on avance de 1 unité suivant l'axe des cotes (Cz).

Les coordonnées de E dans ce repère sont donc (2 ; 2 ; 1).

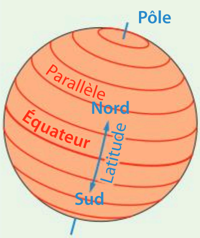
Fais attention à l'ordre des coordonnées !

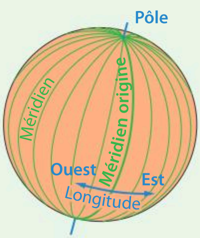
5 Donner la latitude et la longitude du point M.



Solution

- Les parallèles permettent de trouver la latitude. Le point M se trouve sur le parallèle 45° au nord de l'Équateur. Sa latitude est donc 45° Nord.
- Les méridiens permettent de trouver la longitude. Le point M se trouve sur le méridien 120° et est à l'ouest du méridien de Greewinch. Sa longitude est donc 120° Ouest.





6 **1.** En utilisant la figure de l'exercice **4**, donner les coordonnées des points B, D, H et F.
2. En utilisant la figure de l'exercice **5**, donner la latitude et la longitude du point N.

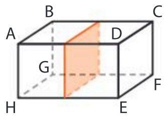
3 Construire des sections planes de solides

Vidéo

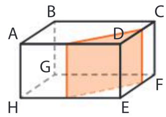
Propriétés

- La section d'un parallélépipède rectangle par un plan parallèle à l'une de ses faces est un **rectangle** de mêmes dimensions que cette face.
- La section d'un parallélépipède rectangle par un plan parallèle à l'une de ses arêtes est un **rectangle**.

Exemples



La section est un rectangle de mêmes dimensions que la face ABGH.

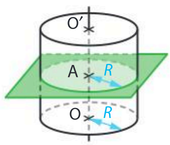


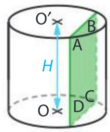
La section est un rectangle dont l'une des dimensions est la longueur de l'arête [DE].

Propriétés

- La section d'un cylindre de révolution par un plan parallèle à l'une de ses bases est un **cercle** de même rayon que la base.
- La section d'un cylindre de révolution par un plan perpendiculaire à l'une de ses bases est un **rectangle** dont l'une des dimensions est la hauteur du cylindre.

Exemples

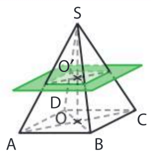


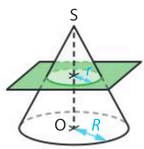


Propriété

- La section d'une pyramide ou d'un cône de révolution par un plan parallèle à la base est une **réduction de la base**.

Exemples



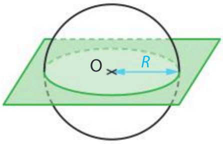


Propriété

- La section d'une sphère par un plan est un **cercle**.

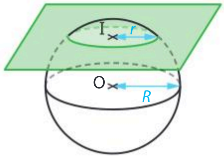
Exemples

1er cas : le plan passe par le centre de la sphère.



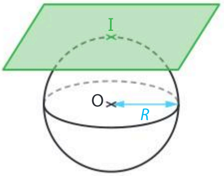
La section est un « grand cercle » de la sphère : le cercle et la sphère ont le même centre O.

2e cas : le plan ne passe pas par le centre de la sphère.



La section est un cercle de centre I, point d'intersection du plan et de la perpendiculaire au plan passant par O.

3e cas : le plan est tangent à la sphère.



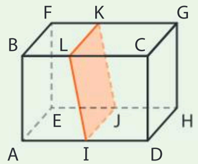
La section est réduite à un point.

Savoir-faire

Apprends à l'aide des exercices résolus puis entraine-toi !

3 Construire des sections planes de solides

7 ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle tel que :
AD = 5,3 cm, AB = 3,6 cm et AE = 4,3 cm.
I est un point de [AD] tel que AI = 2,7 cm , L est un point de [BC] tel que BL = 2 cm.

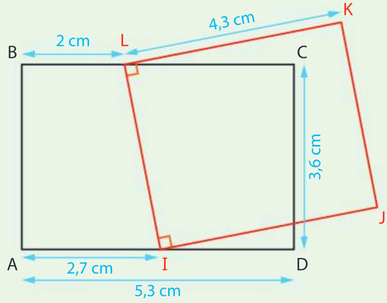


On coupe le pavé par un plan passant par I et L parallèle à l'arête [CG].

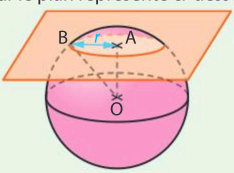
- Représenter en vraie grandeur la section obtenue en justifiant sa nature.

Solution

Le parallélépipède rectangle est coupé par un plan parallèle à l'une de ses arêtes, c'est donc un rectangle dont une des dimensions est LK = CG = AE = 4,3 cm.
On reproduit ensuite la face avant du pavé et on reporte toutes les longueurs connues.
On place les points L et I puis on trace le rectangle LKJI.



8 On a coupé une sphère de centre O et de rayon 4 cm par le plan représenté ci-dessous.

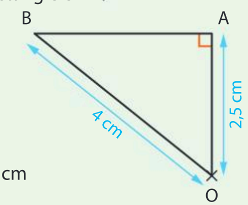


On a obtenu un cercle de centre A, passant par le point B de la sphère et tel que OA = 2,5 cm.

- Quel est le rayon de ce cercle ?

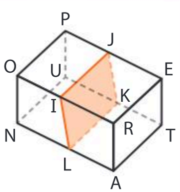
Solution

Le cercle a pour rayon AB.
B est un point de la sphère, donc OB = 4 cm.
Le triangle OAB est rectangle en A.
D'après le thèorème de Pythagore, on a :



$OB^2 = AB^2 + OA^2$
$AB^2 = OB^2 - OA^2$
$= 4^2 - 2,5^2$
$= 9,75$
Donc $AB = \sqrt{9,75} \approx 3,1$ cm

9 POREUNAT est un pavé droit tel que ON = 4,4 cm, NA = 6,6 cm et AT = 5,5 cm.
Il est coupé par un plan passant par I et L et parallèle à l'arête [RE].
I est le milieu de [OR] et AL = 2 cm.



- Représenter en vraie grandeur la section obtenue en justifiant sa nature.

10 On considère une sphère de rayon 5,6 cm. Elle est coupée par un plan et la section obtenue est un cercle de rayon 3,2 cm.

- À quelle distance du centre de la sphère le plan se situe-t-il ?

11 On considère une sphère de rayon 6,9 cm. Elle est coupée par un plan situé à 3,4 cm du centre.

- Quel est le rayon de la section obtenue ?

Exercices

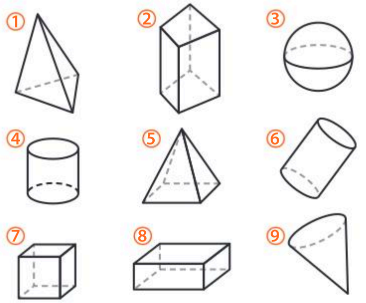
2 pages d'exercices supplémentaires dans le manuel numérique

Représenter des solides et calculer des volumes

Savoir-faire p. 265

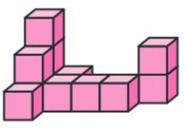
Questions flash diapo

12 Nommer les différents solides ci-dessous.

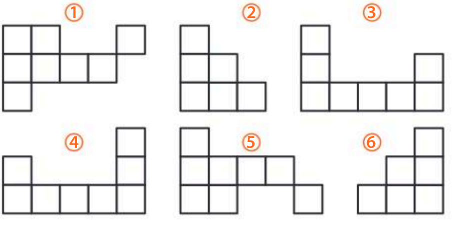


13 Pour chacun des solides ci-dessus, donner, si possible :
- le nombre de bases et leur nature ;
- le nombre d'arêtes et de sommets.

14 Voici un solide constitué de cubes empilés.



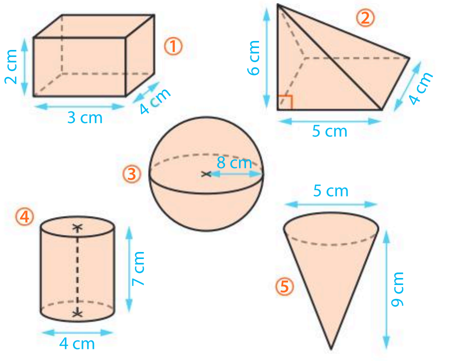
- Parmi les différentes vues ci-dessous, laquelle est la vue de dessus ? de dessous ? de face ? de derrière ? de gauche ? de droite ?



15 Tracer un patron d'un pavé droit de longueur 6,2 cm, de largeur 4 cm et de hauteur 5,5 cm.

16 Tracer un patron d'une pyramide à base carrée de côté 7 cm et d'arête latérale 5 cm.

17 Calculer le volume exact des solides suivants.



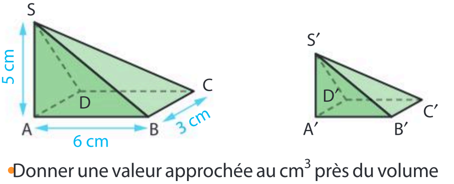
18 Calculer une valeur approchée, au cm^3 près, du volume d'un cône de révolution dont le disque de base a pour rayon 4,5 cm et dont la génératrice mesure 7,5 cm.

19 Si l'on multiplie les dimensions d'une pyramide par 3, que peut-on dire du volume de la pyramide agrandie ?

20 On considère un parallélépipède rectangle de longueur 5 cm, de largeur 4,2 cm et de hauteur 2,3 cm. On multiplie les dimensions de ce parallélépipède rectangle par 4.

- Calculer le volume du parallélépipède rectangle agrandi.

21 SABCD est une pyramide à base rectangulaire et de hauteur [SA]. La pyramide S'A'B'C'D' est une réduction de SABCD de rapport 2/3.



- Donner une valeur approchée au cm^3 près du volume de la pyramide S'A'B'C'D'.

22 Un verre conique est rempli à la moitié de sa hauteur.

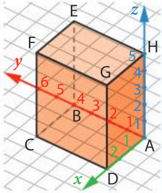
- Le volume du liquide est-il égal à la moitié du volume du verre ? Justifier.

Se repérer dans l'espace

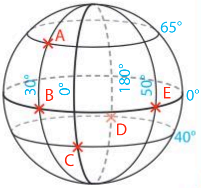
Savoir-faire p. 267

Questions flash

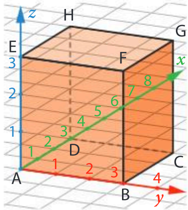
23 ABCDHEFG est un pavé droit. Donner les coordonnées de chacun de ses sommets dans le repère indiqué sur la figure.



24 Donner la latitude et la longitude de chacun des points A, B, C, D et E.

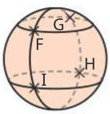


25 Dans le repère ci-contre, donner les coordonnées de chacun des sommets du pavé droit ABCDEFGH.



26 Les coordonnées de I et G sont respectivement (45° Sud ; 10° Ouest) et (50° Nord ; 120° Ouest).

- Donner les coordonnées de F et H.

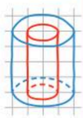


Construire des sections planes de solides

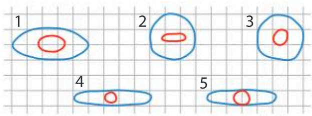
Savoir-faire p. 269

Questions flash

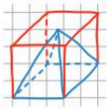
27 Un cylindre de diamètre 5 cm et de hauteur 5 cm contient un cylindre de diamètre 3 cm et de hauteur 5 cm. On coupe les solides par un plan parallèle aux bases des cylindres.



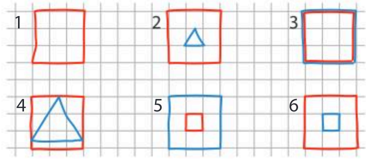
- Parmi ces sections tracées à main levée, laquelle obtient-on ?



28 Un cube de côté 4 cm contient une pyramide à base carrée de 4 cm de côté et de hauteur 4 cm. On coupe ces solides par un plan parallèle aux bases des deux solides.



- Parmi ces sections tracées à main levée, laquelle obtient-on ?

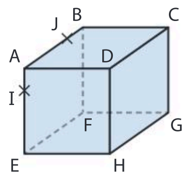


29 On considère le pavé droit ABCDEFGH tel que AE = AD = 3 cm et GH = 4 cm.
Déterminer la nature et les dimensions de chacune des sections planes obtenues quand on coupe ce pavé droit par :

a. le plan parallèle à ABCD passant par I ;

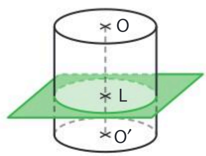
b. le plan parallèle à ADHE passant par J ;

c. le plan parallèle à [DH] passant par A et C.

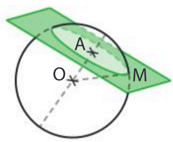


30 On considère un cylindre de révolution de hauteur 7 cm et dont le disque de base a pour rayon 4 cm. On coupe ce cylindre par un plan perpendiculaire à son axe (OO′) et passant par L.

- Quelle est la nature de cette section ? En préciser les caractéristiques.



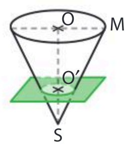
31 On coupe une sphère de centre O et de rayon 6 cm par un plan passant par le point A tel que OA = 2 cm. M est un point de la sphère appartenant à ce plan.



1. Quelle est la nature de cette section plane ?

2. Calculer une valeur approchée au mm près de AM.

32 On considère un cône de révolution avec une base de rayon OM = 4 cm et une hauteur OS = 5 cm. Soit O′ un point de [SO] tel que OO′ = 3 cm.
On coupe ce cône par un plan parallèle au disque de base passant par O′.



- Quelle est la nature de la section plane obtenue ? En préciser les caractéristiques.

Faire le point

Vérifie tes connaissances.

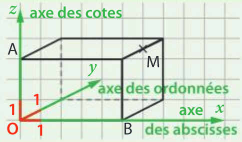
QCM

Donner la seule réponse correcte parmi les trois proposées.

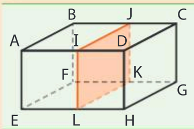
1 Représenter des solides et calculer des volumes

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. Le volume d'une boule de rayon 3 cm est de :	$36\,\pi$ cm^3	$108\,\pi$ cm^3	$12\,\pi$ cm^3
2. On coupe un cône de révolution à la moitié de sa hauteur et parallèlement à sa base. Quel est le volume du nouveau cône obtenu ?	$\frac{1}{2}$ du volume initial	$\frac{1}{4}$ du volume initial	$\frac{1}{8}$ du volume initial

2 Se repérer dans l'espace

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
 Dans le repère indiqué sur la figure, quelles sont les coordonnées de M ?	M(3 ; 5 ; 1)	M(5 ; 1 ; 3)	M(5 ; 3 ; 1)

3 Construire des sections planes de solides

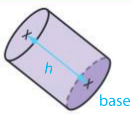
	Réponse A	Réponse B	Réponse C
 **1.** ABCDEFGH est un pavé tel que AB = 5 cm, AE = 4 cm et EH = 7 cm. Quelle est l'aire de la section IJKL ?	28 cm^2	20 cm^2	35 cm^2
2. La section d'une sphère de centre O et de rayon 5 cm par un plan passant par O est :	un cercle de rayon 5 cm.	un disque de rayon 5 cm.	un cercle de rayon 3 cm.

Pour t'aider à retenir le cours.*

Carte mentale

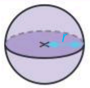
Volumes

Cylindre



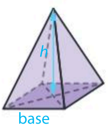
$\mathcal{V} = \mathcal{A}_{\text{base}} \times \text{hauteur}$

Sphère/Boule



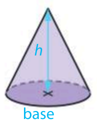
$\mathcal{V} = \frac{4}{3}\pi r^3$

Pyramide



$\mathcal{V} = \dfrac{\mathcal{A}_{\text{base}} \times \text{hauteur}}{3}$

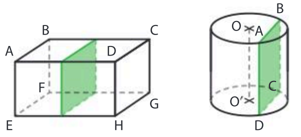
Cône



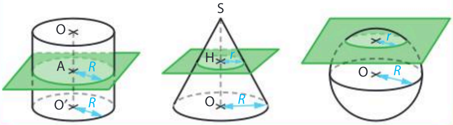
$\mathcal{V} = \dfrac{\mathcal{A}_{\text{base}} \times \text{hauteur}}{3}$

Les solides (sections planes)

Un rectangle



Un cercle

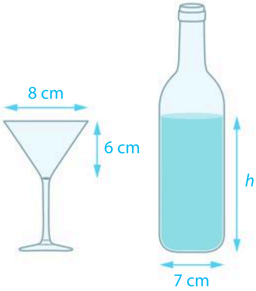


*Tu peux aussi construire ta propre carte mentale.

Algorithmique et outils numériques

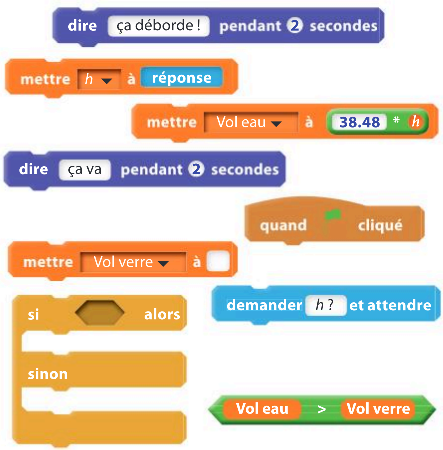
33 Ça déborde !

Arthur dispose d'un verre conique et d'une bouteille cylindrique dont les dimensions sont précisées ci-dessous. Il se demande quelle hauteur d'eau maximale *h* il peut verser dans le verre sans le faire déborder.



Pour cela, il veut écrire un script qui permet à l'utilisateur de savoir si le verre déborde selon la hauteur d'eau versée.

1. Retrouver le script d'Arthur à partir des commandes ci-dessous.



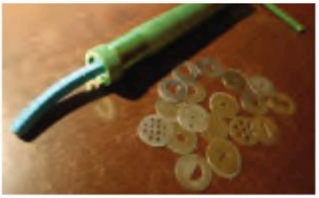
2. Expliquer comment Arthur a trouvé la valeur 38,48 dans la commande :

3. Calculer le volume du verre et compléter la commande :

4. En essayant plusieurs valeurs de *h*, déterminer à 1 mm près la hauteur d'eau que l'on peut verser dans le verre.

34 Pâte à modeler

La petite sœur de Lina joue avec de la pâte à modeler. Elle s'amuse à former des longs pavés droits grâce à une seringue et un embout carré.
La seringue a la forme d'un cylindre de 2 cm de diamètre et de hauteur 6 cm. Quant à l'embout, le côté du carré par lequel sort la pâte à modeler mesure 1,2 cm.



Lina se demande quelle sera la longueur du pavé droit de pâte à modeler qu'elle obtiendra si elle vide complètement une seringue pleine de pâte à modeler.
Pour répondre à cette question, elle s'aide d'un tableur et a commencé à remplir la feuille de calcul ci-dessous.

	A	B
1	Longueur de la pâte à modeler en forme de pavé droit (en cm)	Volume du pavé droit de pâte à modeler (en cm³)
2	0	
3	1	
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		

1. Quelle formule doit-elle saisir dans la cellule B2 ?
2. Calculer le volume de la seringue, puis donner une valeur approchée, au centimètre près, de la longueur du pavé droit qui sortira de la seringue.

35 Fabrication d'une verrine

On souhaite réaliser des verrines en forme de sphère tronquée dont le diamètre est de 6 cm et l'ouverture de 4 cm de diamètre.

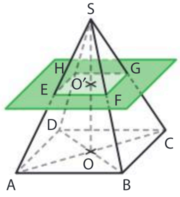
- À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, donner une valeur approchée de la hauteur de cette verrine.

Problèmes

Pour mieux cibler les compétences			
Chercher	37 42 46 47 49	Raisonner	45 46
Modéliser	39 42 46 49	Calculer	41 46 50
Représenter	40 45 46 47	Communiquer	46 47

36 Boite de chocolats

Une boite de chocolats a la forme d'une pyramide régulière à base carrée. On la coupe suivant un plan parallèle à sa base. La partie supérieure est le couvercle et la partie inférieure contient des chocolats.
Ci-dessous, on a représenté cette boite en perspective cavalière.
La base est le carré ABCD de centre O.



On donne AB = 30 cm, SO = 18 cm et SO' = 6 cm.

1. Calculer le volume de la pyramide SABCD.

2. Quelle est la nature du quadrilatère EFGH ?

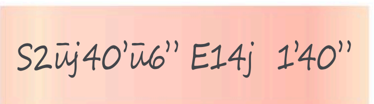
3. Calculer le volume du récipient ABCDEFGH qui contient les chocolats.

4. Un chocolat a la forme d'un pavé droit de dimensions 30 mm, 20 mm et 15 mm.
Environ 40 % du volume du récipient contenant les chocolats est inoccupé.
Calculer le nombre de chocolats contenus dans cette boite.

37 Tatouage

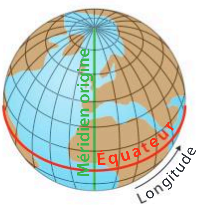
HG

L'actrice américaine Angelina Jolie a fait tatouer sur son bras les coordonnées géographiques des lieux de naissance de chacun de ses enfants.
Voici le tatouage réalisé lors de la venue de son deuxième enfant :



1. Quelle est la signification exacte de ce tatouage ?

2. Sur quel continent est né cet enfant ?

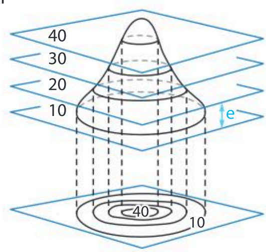


38 Courbes de niveau

Prise d'initiative

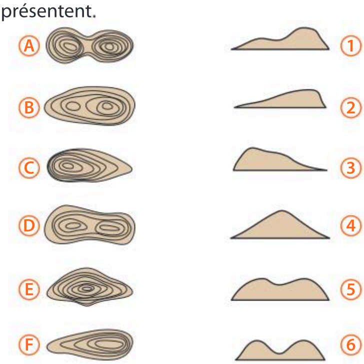
HG

Le relief sur les cartes est indiqué par des courbes de niveau. Elles coupent le relief par des plans horizontaux équidistants que l'on projette ensuite sur un plan pour obtenir la carte. La distance verticale entre deux plans définit l'équidistance des courbes.



Ainsi, plus la pente est forte, plus les courbes sont rapprochées. Plus la pente est faible, plus les courbes sont espacées.

- Associer les courbes de niveau au relief qu'elles représentent.



39 Sammy's fish

LV

Sammy's fish is in a jar. The radius of the sphere is 15 cm. The surface of the water is 19 cm from the bottom of the aquarium.

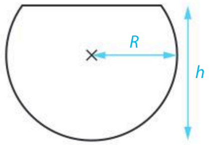
1. What is the shape of the surface of the water?

2. Calculate the radius of the surface of the water.

40 L'aquarium

Pour aller plus loin

Un aquarium a la forme d'une sphère, de 12 cm de rayon, coupée en sa partie haute : c'est une « calotte sphérique ».
La hauteur totale de l'aquarium est 19,2 cm.



1. Le volume d'une calotte sphérique est donné par la formule :

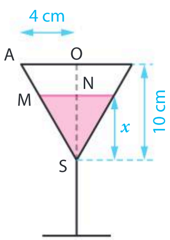
$$\mathcal{V} = \frac{\pi h^2}{3}(3R - h)$$

où R est le rayon de la sphère et h est la hauteur de la calotte sphérique.
Calculer la valeur approchée du volume de cet aquarium au cm^3 près.

2. Cet aquarium contient 6 litres d'eau.
On décide de changer l'eau de cet aquarium en transvasant son contenu dans un récipient parallélépipédique de 26 cm de longueur et de 24 cm de largeur.
Déterminer une valeur approchée au mm près de la hauteur de l'eau dans ce récipient.

41 Cocktail

Arthur a préparé des cocktails dans des verres coniques de diamètre 8 cm pour le disque de base et de hauteur 10 cm.
Il verse 75 cm^3 de cocktail dans chaque verre.



1. Le cône formé par le liquide est une réduction du cône formé par le verre.

a. Quel est le rapport de réduction en fonction de x ?

b. Exprimer en fonction de x le volume du liquide.

2. Arthur veut connaitre la hauteur du liquide dans le verre en utilisant un tableur :

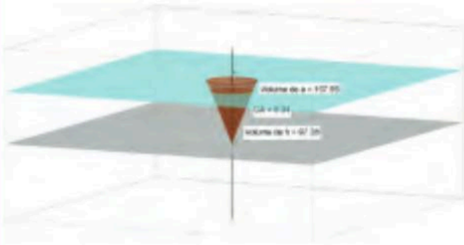
	A	B
1	x hauteur du liquide (en cm)	V volume du liquide (en cm^3)
2	0	0
3	1	0,167551608
4	2	1,340412866
5	3	4,523893421
6	4	10,72330292
7	5	20,94395102
8	6	36,19114737
9	7	57,47020161
10	8	85,78642339
11	9	122,1451224
12	10	167,5516082

a. Quelle formule a-t-il saisie dans B2 ?

b. Donner un encadrement, au centimètre près, de la hauteur du liquide pour que le volume soit de 75 cm^3.

c. Reprendre cette feuille de calcul et la modifier afin de répondre à la question **b** au mm près.

3. Retrouver ce résultat grâce à un logiciel de géométrie dynamique.

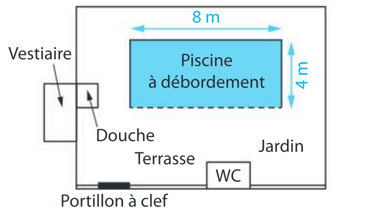


42 Piscine à débordement

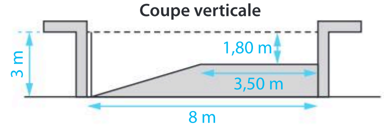
Prise d'initiative

La famille Leroy vient de faire construire dans son jardin une piscine à débordement dont voici les plans.

Vue de dessus



Coupe verticale



Pour pouvoir s'y baigner, la piscine doit subir un traitement.
Un vendeur propose à la famille le produit suivant.

- Combien de pots de chlore la famille devra-t-elle acheter ?

Problèmes

43 Crème au caramel

Un restaurateur souhaite mettre à sa carte un nouveau dessert : une crème au caramel au beurre salé.

1. Dans un premier temps, il décide de verser cette crème dans des coupes ayant la forme d'une demi-sphère de diamètre 10 cm, remplie à ras bord. Montrer que le volume de la crème contenue dans une coupe est d'environ 262 cm^3.

2. N'étant pas satisfait de cette présentation, il décide de transvaser le contenu de la coupe précédente dans une verrine en forme de pavé droit ayant pour longueur 9 cm, pour largeur 7 cm et pour hauteur 6 cm.
Calculer une valeur approchée au mm près de la hauteur de la crème dans cette verrine.

44 Des glaçons

Samira met cinq glaçons cubiques de côté 3 cm dans un verre cylindrique de diamètre 8 cm.
Il fait très chaud dehors et le temps que Samira finisse de préparer le repas, les glaçons ont fondu, avant même qu'elle ait pu verser sa boisson gazeuse dans le verre.

- Sachant que le volume de la glace diminue de 11 % quand elle fond, donner une valeur approchée, au millimètre près, de la hauteur de l'eau contenue dans le verre de Samira juste avant d'avoir versé la boisson gazeuse.

45 À vol d'oiseau

Prise d'initiative

On considère que le rayon de la sphère terrestre est d'environ 6 370 km.

1. La ville de Kiev, située en Ukraine, a pour latitude 50° Nord et pour longitude 30° Est. La ville de Lille en France a pour latitude 50° Nord et pour longitude 3° Est.
Calculer une valeur approchée au kilomètre près du rayon du 50^e parallèle, puis de la distance à vol d'oiseau entre la ville de Kiev et la ville de Lille.

2. Répondre à la même question avec la ville d'Oran en Algérie (latitude : 35° Nord ; longitude : 0°) et de Bordeaux en France (latitude : 44° Nord ; longitude : 0°).

46 Meteor Crater

Prise d'initiative

Il y a environ 50 000 ans, une météorite s'est écrasée en Arizona, dans l'ouest des États-Unis, creusant un cratère de 1 300 mètres de diamètre.

La distance entre le bord et le fond du cratère, mesurée avec un télémètre (appareil permettant de mesurer les distances) est de 677 mètres.

1. Calculer le diamètre théorique de cette météorite.

2. Sur Internet, on trouve l'information suivante : « Le cratère a été formé par une météorite d'environ 50 m de diamètre. »
Comment expliquer une telle différence ?

47 Au Louvre !

Prise d'initiative

La pyramide du Louvre, surnommée aussi « le diamant du Louvre » est une pyramide régulière à base carrée de côté 35,42 m et d'arête latérale 33,1 m.

1. Calculer la surface de verre qui a été nécessaire à sa construction.

2. Calculer l'angle d'inclinaison d'une face de la pyramide du Louvre par rapport à l'horizontale.

3. Sachant que la pyramide du Louvre est une réduction de rapport $\frac{1}{6,7}$ de la pyramide de Khéops en Égypte, trouver la hauteur de la pyramide de Khéops.

4. Combien de pyramides du Louvre pourrait-on mettre à l'intérieur de la pyramide de Khéops ?

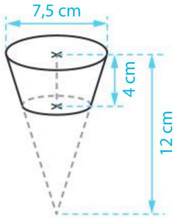
5. Cette grande pyramide n'est pas seule au Louvre, il y en a quatre autres : la pyramide inversée et les trois mini-pyramides, appelées pyramidions, entourant la pyramide principale bordée de bassins d'eau. Sachant qu'un pyramidion est une réduction de la pyramide du Louvre et que son volume est égal à 97 m^3, quelle est la hauteur d'un pyramidion ?

Brevet

48 Moule à muffins

Un moule à muffins (un muffin est une pâtisserie) est constitué de neuf cavités.
Toutes les cavités sont identiques.

Chaque cavité a la forme d'un tronc de cône (cône coupé par un plan parallèle à sa base) représenté ci-contre.



1. Montrer que le volume d'une cavité est d'environ 125 cm^3.
2. Léa a préparé 1 litre de pâte. Elle veut remplir chaque cavité du moule aux 3/4 de son volume. A-t-elle suffisamment de pâte pour les neuf cavités du moule ? Justifier la réponse.

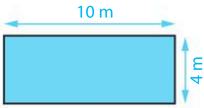
D'après DNB Asie, 2013.

49 Piscine à rénover

Voici les caractéristiques d'une piscine qui doit être rénovée.

Doc. 1 Informations sur la piscine

Vue aérienne de la piscine



Forme : pavé droit
Profondeur : 1,20 m

Doc. 2 Information relative à la pompe de vidange

Débit : 14 m^3/h

Doc. 3 Informations sur la peinture résine utilisée pour la rénovation

- seau de 3 litres
- un litre recouvre une surface de 6 m^2
- 2 couches nécessaires
- prix du seau : 69,99 €

1. Le propriétaire commence par vider la piscine avec la pompe de vidange. Cette piscine est remplie à ras bord. Sera-t-elle vide en moins de 4 heures ?
2. Il repeint ensuite toute la surface intérieure de cette piscine avec de la peinture résine. Quel est le cout de la rénovation ?

D'après DNB Polynésie, 2015.

50 Les gélules

SVT AV

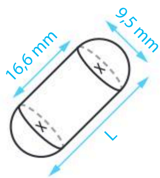
La gélule est une forme médicamenteuse utilisée quand le médicament qu'elle contient a une odeur forte ou un gout désagréable que l'on souhaite cacher. On trouve des gélules de différents calibres. Ces calibres sont numérotés de « 000 » à « 5 » comme le montre l'illustration ci-dessous (« 000 » désignant le plus grand calibre et « 5 » désignant le plus petit).

Le tableau suivant donne la longueur de ces différents calibres de gélule.

Calibre de la gélule	000	00	0	1	2	3	4	5
Longueur *L* de la gélule (en mm)	26,1	23,3	21,7	19,4	18,0	15,9	14,3	11,1

Source : *Technical Reference File 1st edition CAPSUGEL - Gélules Coni-Snap.*

On considère une gélule constituée de deux demi-sphères identiques de diamètre 9,5 mm et d'une partie cylindrique d'une hauteur de 16,6 mm comme l'indique le croquis ci-contre.
Cette représentation n'est pas en vraie grandeur.



1. À quel calibre correspond cette gélule ? Justifier votre réponse.
2. Calculer une valeur approchée du volume de cette gélule au mm^3 près.
3. Robert tombe malade et son médecin lui prescrit comme traitement une boite d'antibiotique conditionné en gélules correspondant au croquis ci-dessus. Chaque gélule de cet antibiotique a une masse volumique de $6{,}15 \times 10^{-4}$ g/mm^3. La boite d'antibiotique contient 3 plaquettes de 6 gélules. Quelle masse d'antibiotique Robert a-t-il absorbée durant son traitement ?

D'après DNB Centres étrangers, 2015.

Travailler autrement

Utilisable en AP

À chacun sa méthode !

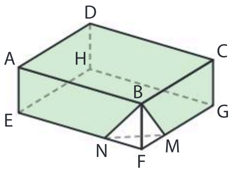
Deux énoncés pour un exercice

Exercice 1

La Géode, située dans le parc de la Cité des Sciences, a été construite à Paris en 1985.
C'est une calotte sphérique (sphère de rayon 18 m coupée) posée sur le sol. Le diamètre au sol est de 28 m.

- Calculer la hauteur de la Géode.

Exercice 2



On considère le parallélépipède rectangle ABCDEFGH.
M est un point de [FG] et N un point de [EF].
On donne FE =12 cm ; FG = 10 cm ; FN = 4 cm ; FM = 2 cm et BF = 3 cm.

1. Trouver l'aire du triangle FNM.
2. Trouver le volume de la pyramide de sommet B et de base FNM.
3. On enlève une pyramide identique à BNFM à chaque sommet du pavé. Quel est le volume du solide obtenu ?

Exercice 1

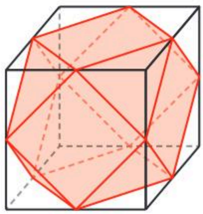
L'Atomium est un monument en acier construit pour l'Exposition universelle de 1958 à Bruxelles.
Sa hauteur est de 102 m.
Chacune des 9 sphères a un diamètre extérieur de 18 m et une épaisseur de 3 cm.

- Quelle est la masse de chaque sphère sachant que la masse volumique de l'acier est de 7 850 kg/m^3 environ ?

Exercice 2

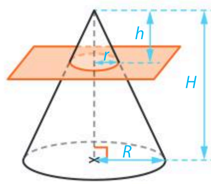
On considère un cube de côté 5 cm. On lui enlève à chaque sommet la même pyramide.

- Quel est le volume du nouveau solide obtenu ?



Analyse d'une production

On considère le cône de révolution ci-contre coupé par un plan parallèle à sa base.
On donne $H = 15$ cm, $h = 3$ cm et $R = 10$ cm.
Quel est le volume du petit cône de révolution ?
Voici les réponses de quatre élèves.



Mahel

Le coefficient de réduction est $\frac{H}{h} = \frac{15}{3} = 5$

donc le volume du petit cône est
$V' = 5^3 \times V = 5^3 \times \pi \times 10^2 \times 15 = 187\,500\ \pi\ cm^3$

Dorian

Le coefficient de réduction est $\frac{h}{H} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$

donc le volume du petit cône est $V' = \frac{1}{5} V$ donc

$V = \frac{1}{5} \times \frac{1}{3} \times \pi \times 10^2 \times 15$

$V' = 100\ \pi cm^3$

Leila

Le coefficient de réduction est $\frac{h}{H} = \frac{1}{5}$

donc le volume du petit cône est
$V' = \left(\frac{1}{5}\right)^3 \times V = \left(\frac{1}{5}\right)^3 \times \frac{1}{3} \times \pi \times 10^2 \times 15$

$V' = 4\ \pi\ cm^2$

Amel

La hauteur est divisée par 5 donc le rayon aussi
$r \quad \frac{10}{5} \quad 2$ cm

donc
$V_{petit} \quad \frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 3 \quad 4\pi cm^3$

- Corriger leurs erreurs éventuelles.

CHAPITRE 16

Ta mission

Écrire, mettre au point et exécuter des programmes.

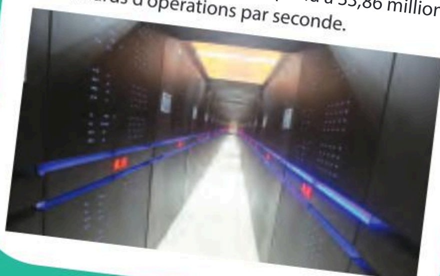
Algorithmique et programmation

Jeux

Quel mot de la langue française peut-on utiliser pour retenir facilement le numéro de téléphone 07 76 47 26 63 ?

INFOS

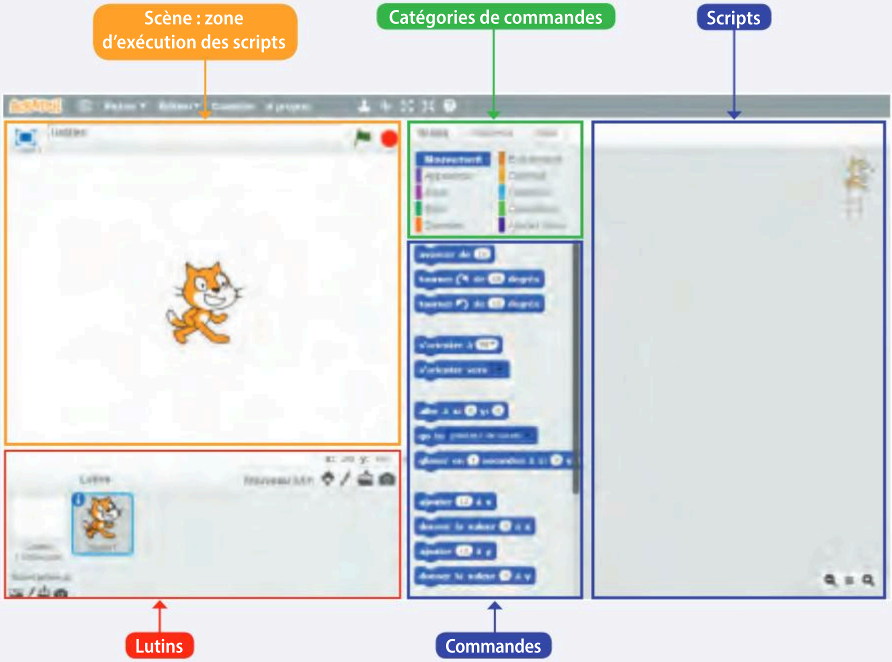
En 2013, le **supercalculateur chinois Tianhe-2** est devenu l'ordinateur le plus rapide du monde grâce à sa puissance de calcul de 33,86 pétaflops, ce qui correspond à 33,86 millions de milliards d'opérations par seconde.



Activité 1 L'environnement de Scratch

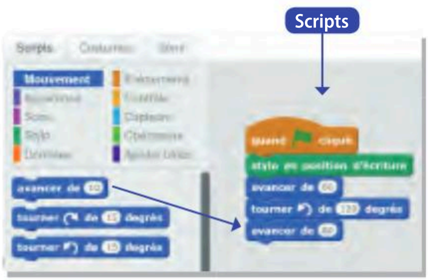
Objectifs : Maitriser l'environnement de Scratch.
Écrire quelques scripts simples.

- Scratch est un logiciel qui permet de faire exécuter des **commandes** à un ou plusieurs **lutins**. Une succession de plusieurs commandes qu'on fait exécuter à un lutin est appelée un **script**. L'interface de Scratch est partagée en plusieurs zones.



1 Premiers mouvements

Reproduire le script ci-contre en faisant glisser chaque commande du centre vers la droite.

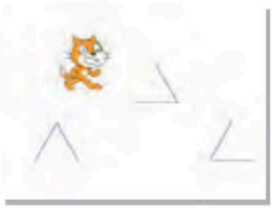


- La commande **quand [drapeau] cliqué** se trouve dans catégorie **Evènements**.
- La commande **stylo en position d'écriture** se trouve dans la catégorie **Stylo**.
- Les commandes **avancer de ( )** et **tourner de ( ) degrés** se trouvent dans la catégorie **Mouvements**.

2 Exécution du script

a. Exécuter plusieurs fois le script en cliquant sur le drapeau vert au-dessus de la scène.

- **On peut déplacer le lutin à la souris entre chaque exécution de script pour tracer la figure à différents endroits de la scène.**
- **On peut effacer la scène avec la commande effacer tout dans la catégorie Stylo.**



b. Quel est l'angle formé par les deux segments tracés ? Expliquer pourquoi il ne correspond pas à la valeur utilisée dans le script.

3 Ajout de commandes

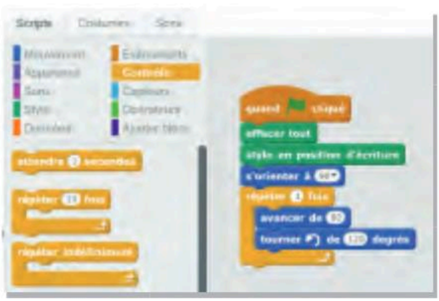
- Compléter le script de façon à tracer un triangle équilatéral.

On peut recopier une ou plusieurs instructions à l'aide d'un clic droit puis « dupliquer ».

4 Répétition

Pour écrire plus facilement certains scripts, on peut utiliser la commande :

Elle se trouve dans la catégorie **Contrôle**.

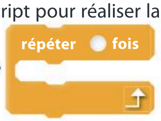


a. Reproduire le script ci-contre et vérifier son bon fonctionnement.

b. Modifier le script pour tracer un carré.

Pour aller plus loin

1. Modifier le script pour tracer un hexagone régulier, c'est-à-dire un polygone dont les 6 côtés ont même longueur.
2. Modifier le script pour tracer un polygone dont les 100 côtés ont même longueur.
3. Modifier le script pour réaliser la figure ci-contre en utilisant la commande



Activité 2 Des programmes de calcul

Objectif : Comprendre et utiliser la notion de variable.

Dans un script, une **variable** a :
- un nom (une lettre ou un mot) ;
- une valeur (un nombre, par exemple) qui peut changer au cours de l'exécution du script.

On peut représenter une variable comme une étiquette collée sur une **boite** qui **contient** une valeur qui peut changer au fil du temps.

1 Un premier exemple

Dans la catégorie **Données**, on a créé une variable qu'on a appelée « vies ».
On a ensuite écrit le script ci-contre.

a. Donner la valeur de la variable **vies** à chaque étape de l'exécution du script.

b. Que va afficher le lutin à la fin du script ?

La valeur de la variable s'affiche en haut à gauche de la zone d'exécution des scripts.

2 Un programme de calcul

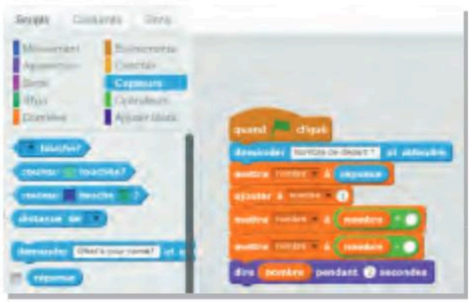
On veut réaliser un script correspondant au programme de calcul ci-dessous.

- Choisir un nombre
- Ajouter 2,8
- Multiplier par –3
- Retrancher 3,5

Pour demander un nombre à l'utilisateur, il faut utiliser les commandes de la catégorie **Capteurs**.
Pour effectuer des calculs, il faut utiliser les commandes de la catégorie **Opérateurs**.

a. Reproduire et compléter le script ci-contre avec les valeurs appropriées.

b. Vérifier le bon fonctionnement du script avec deux valeurs différentes pour le nombre de départ.



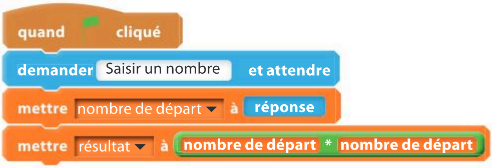
3 Avec deux variables

On veut écrire un script correspondant au programme de calcul ci-dessous.

- Choisir un nombre de départ
- Élever au carré
- Ajouter 5,8
- Retrancher le nombre de départ

a. Pourquoi n'est-il pas possible d'écrire le script correspondant avec une seule variable ?

b. On a renommé la variable « nombre » en « nombre de départ » et créé une deuxième variable « résultat ».
Compléter le script ci-contre pour qu'il affiche le résultat du programme de calcul.
Vérifier le bon fonctionnement du script avec quelques valeurs.



4 Des programmes en pagaille

a. Pour chaque programme de calcul ci-dessous, écrire le script permettant d'en calculer le résultat.

Programme 1
- Choisir un nombre
- Ajouter 1
- Multiplier par le nombre de départ
- Soustraire le nombre de départ
- Ajouter 1

Programme 2
- Choisir un nombre
- Ajouter 1
- Multiplier ce résultat par lui-même
- Soustraire le double du nombre de départ

Programme 3
- Choisir un nombre
- Élever ce nombre au carré
- Ajouter 1

b. Tester ces programmes avec différentes valeurs.
Que constate-t-on ?

Pour aller plus loin

1. Démontrer la conjecture faite à la question 4 **b.**

2. a. Inventer des programmes de calcul différents qui donnent tous un résultat égal au nombre choisi au départ.

b. Écrire les scripts correspondants et vérifier la réponse avec plusieurs valeurs.

c. Démontrer que ces scripts donnent bien un résultat égal au nombre choisi au départ.

Activité 3

Construction de figures

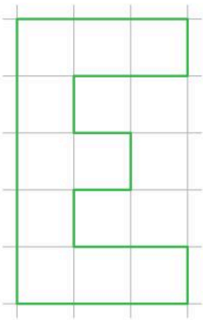
Objectif : Utiliser les commandes de déplacement et d'écriture pour construire des figures.

On peut facilement construire des figures avec Scratch. Pour cela, il suffit de faire écrire le lutin lors de ses déplacements.

- Les commandes de déplacement sont dans la catégorie **Mouvement**.
- Les commandes d'écriture sont dans la catégorie **Stylo**.

1 Avancer et tourner

- À l'aide des instructions ci-contre, écrire un script qui permet de tracer la figure ci-dessous (sans le quadrillage).



effacer tout

avancer de

tourner de ... degrés

quand [drapeau] cliqué

stylo en position d'écriture

tourner de ... degrés

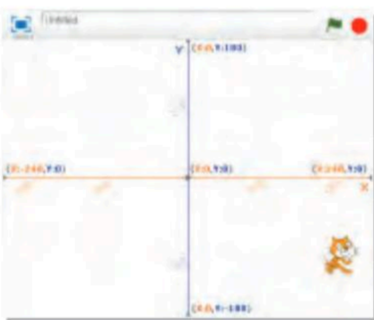
2 Utiliser les coordonnées pour les déplacements

On peut se repérer dans la zone d'exécution des scripts grâce à des coordonnées, même si les axes n'apparaissent pas. On peut aussi utiliser l'arrière-plan « xy-grid » pour faire apparaitre les axes.

a. Déplacer la souris dans cette zone et observer les coordonnées du pointeur de la souris (x ; y) qui s'affichent en bas à droite de la zone.

> Pour déplacer le lutin directement au point de coordonnées (200 ; –100), on peut utiliser la commande aller à x : 200 y : –100 .

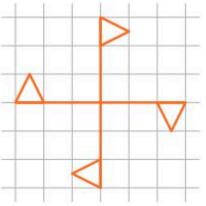
b. Quelle commande peut-on utiliser pour positionner le lutin au centre du repère ?



3 Drapeaux

- Écrire un script qui reproduit la figure ci-contre, où les triangles sont isocèles.
  On ne demande pas de reproduire le quadrillage.

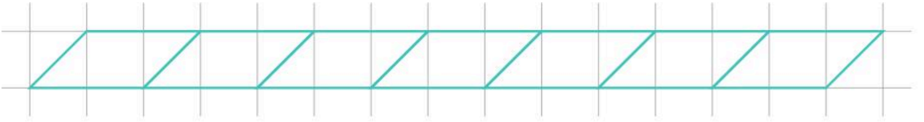
  On pourra utiliser la commande 



4 Frise

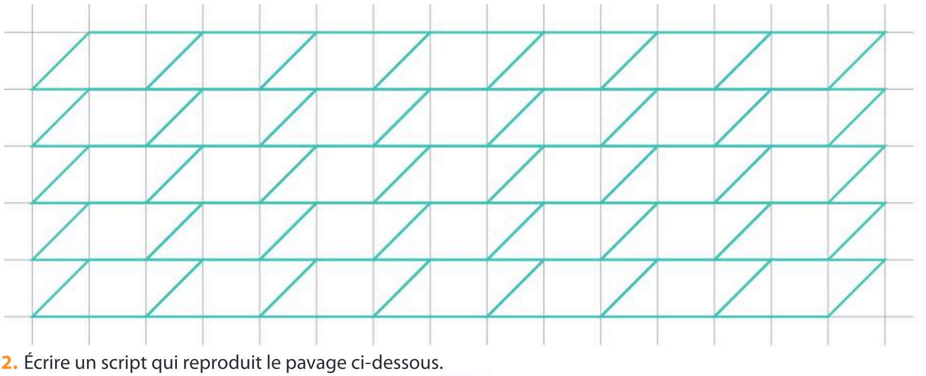
- En utilisant la commande 

, écrire un script qui reproduit la frise ci-dessous.

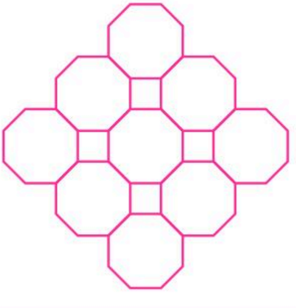


Pour aller plus loin

1. Écrire un script qui reproduit le pavage ci-dessous.



2. Écrire un script qui reproduit le pavage ci-dessous.

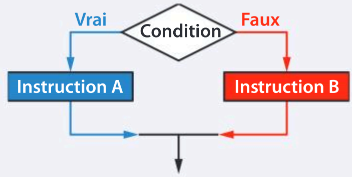


Activité 4

Le multiplicato

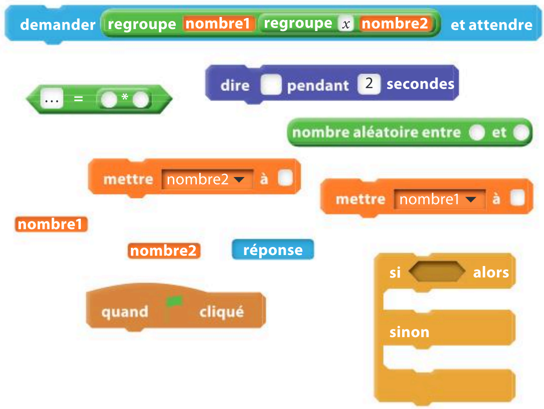
Objectif : Utiliser des structures itératives et conditionnelles.

- Un des avantages des ordinateurs est qu'ils peuvent répéter un grand nombre de fois certaines opérations très rapidement.
  Pour exécuter plusieurs fois des séquences d'instructions, on utilise des « boucles ».
- On peut également n'exécuter une instruction que si une condition est vérifiée.



1 Un petit jeu

- À l'aide des instructions ci-contre, écrire un script qui permet de jouer au jeu suivant :
  - l'ordinateur choisit deux nombres entiers entre 2 et 10 ;
  - il demande le produit de ces deux nombres au joueur ;
  - il affiche un message pour dire si la réponse proposée par le joueur est correcte ou non.



2 Avec 10 questions

- Modifier le script précédent pour que l'ordinateur :
  - répète 10 fois le jeu précédent ;
  - affiche à la fin le nombre de bonnes réponses données par le joueur.

Pour cela, on pourra créer une nouvelle variable score qui contiendra le nombre de bonnes réponses du joueur.

3 Avec trois erreurs

On souhaite à présent que le joueur continue à jouer jusqu'à ce qu'il commette trois erreurs. Le but du joueur est alors de faire le plus grand score possible.

a. On va utiliser une variable appelée nombre d'erreurs.
Quelle est la Condition qui arrêtera le jeu ?

b. Modifier le script précédent à l'aide de la commande ci-contre pour que le jeu s'arrête quand le joueur a commis trois erreurs.

La commande ci-dessus permet de répéter une ou plusieurs Instruction à répéter jusqu'à ce que la Condition soit vérifiée.

4 Plus difficile

On souhaite à présent augmenter la difficulté du jeu.
À partir de 10 points, l'ordinateur choisira deux nombres entre 2 et 12.

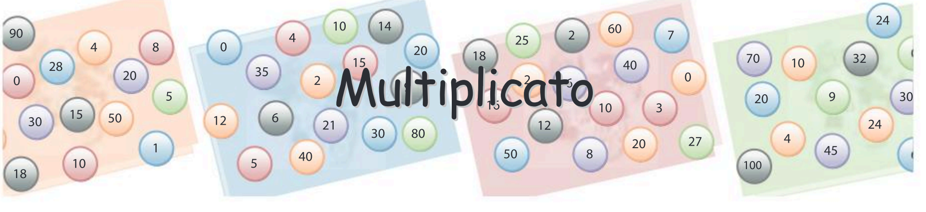
- Modifier le script en conséquence.

5 Plus vite

- Modifier le script pour que le joueur marque :
  - deux points s'il répond en moins de 5 secondes ;
  - un seul point s'il met davantage de temps.

Pour aller plus loin

1. Modifier le script pour que le nombre choisi soit compris entre 2 et un nombre qui augmente de plus en plus selon que le score du joueur augmente.
2. Modifier le script pour le joueur marque d'autant plus de points qu'il répond vite (le nombre de points marqués peut ne pas être entier).
3. Modifier le script pour que, quand le joueur donne une mauvaise réponse, le script demande à nouveau le même calcul.

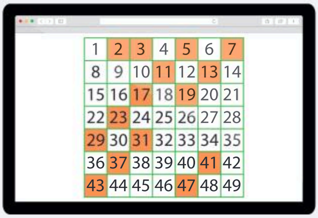


Activité 5 Autour des nombres premiers

Objectifs : Déterminer des nombres premiers.
Utiliser des blocs et des listes.

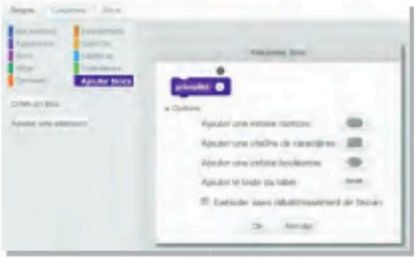
Il n'existe aucune formule pour trouver des nombres premiers. Pour trouver de grands nombres premiers, ce qui est utile en cryptographie notamment, il faut donc utiliser des ordinateurs.

Pour construire une liste de nombres premiers, on va utiliser :
- un « bloc », qui servira à tester si un entier donné est premier ou non ;
- un script, qui utilisera ce bloc pour établir une liste de nombres premiers ;
- une variable de type « liste » pour stocker les résultats.



1 Test de primalité

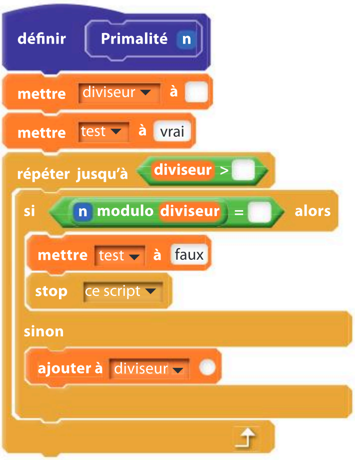
a. Créer un bloc qu'on appellera « primalité » et qui contient une entrée nombre qu'on pourra noter *n*.



b. Reproduire le bloc ci-contre qui teste si l'entier n est premier ou non.

La variable test contient le résultat du test de primalité : vrai si l'entier testé est premier, faux sinon.

c. Compléter les cases vides de ce script en justifiant chacun des choix.



2 Un premier affichage

On souhaite faire afficher une première liste de nombres premiers.

- Écrire un script qui teste la primalité de tous les nombres entiers de 1 à 50 et affiche ceux qui sont premiers.

3 Stockage dans une liste

On souhaite à présent afficher une liste des nombres premiers trouvés.

a. Créer une variable de type « liste » qu'on appellera **nombres premiers**.

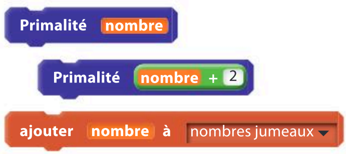
b. Modifier le script pour ajouter chaque nombre premier trouvé à cette liste.

c. Exécuter le script et vérifier son bon fonctionnement.

d. Combien y a-t-il de nombres premiers inférieurs à 10 000 ?

4 Nombres premiers jumeaux

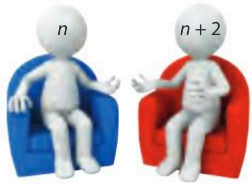
On appelle nombres premiers jumeaux deux nombres premiers dont la différence est égale à 2.



a. Écrire un script qui constitue la liste de tous les nombres premiers jumeaux inférieurs à 10 000 (on ne notera dans la liste que le 1er nombre jumeau de chaque paire).

b. Quelle est la plus grande paire de nombres premiers jumeaux inférieurs à 10 000 ?

c. Combien y a-t-il de paires de nombres premiers jumeaux inférieurs à 10 000 ?



Pour aller plus loin

1. Combien de temps faut-il pour constituer la liste des nombres premiers inférieurs à 10 000 ?
2. Modifier le bloc « Primalité » pour qu'au lieu de tester tous les diviseurs entre 2 et $\sqrt{n}$, il ne teste que les diviseurs premiers entre 2 et $\sqrt{n}$.
3. La constitution de la liste des nombres premiers inférieurs à 10 000 est-elle plus rapide ? Comment l'expliquer ?

Activité 6

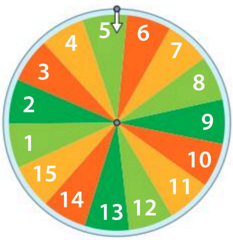
Expériences aléatoires

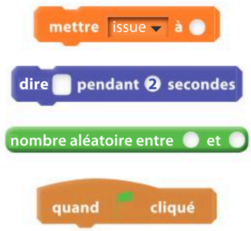
Objectifs : Simuler des expériences aléatoires.
Utiliser des variables, des boucles et des structures conditionnelles.

- Dans un programme, on peut attribuer à une variable une valeur choisie aléatoirement par l'ordinateur.
  Cela permet, par exemple, de simuler des expériences aléatoires.

1 Des nombres aléatoires

On considère l'expérience aléatoire suivante : on fait tourner la roue ci-dessous et la flèche indique un des 15 secteurs, qui ont tous la même aire, dont on note le numéro.





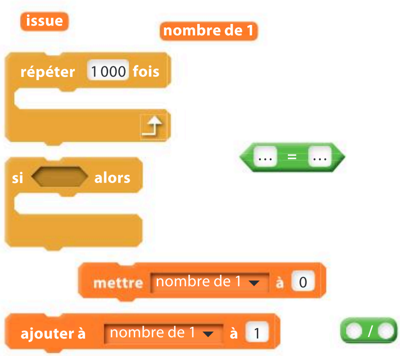
- Écrire un script permettant de simuler cette expérience aléatoire.

2 Encore et encore

On souhaite à présent :
- répéter 1 000 fois l'expérience aléatoire précédente ;
- compter le nombre de « 1 » obtenus ;
- afficher la fréquence de « 1 » obtenus :

$$\text{Fréquence de « 1 » obtenus} = \frac{\text{Nombre de « 1 » obtenus}}{\text{Nombre de tirages}}$$

- Modifier le script précédent à l'aide des commandes ci-contre.



3 Interprétation

a. Exécuter plusieurs fois le script précédent. Que peut-on dire des résultats obtenus ?

b. Quelle est la valeur exacte de la probabilité de l'issue « Le résultat est égal à 1 » ?

4 Pair ou impair ?

On voudrait à présent afficher la fréquence d'apparition de l'évènement A : « Le résultat est pair ».

a. Modifier le script pour afficher cette fréquence.

b. Quelle est la valeur exacte de la probabilité de l'évènement A ?

c. Décrire par une phrase l'évènement $\overline{A}$. Quelle est sa probabilité ?

d. Modifier le script pour afficher la fréquence d'apparition de l'évènement $\overline{A}$.

Le reste de la division euclidienne de *a* par *b* est donné par :

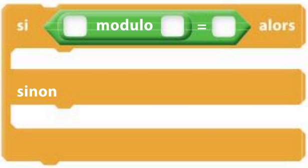
a modulo b

5 À deux épreuves

On voudrait à présent simuler l'expérience aléatoire suivante :
- on fait tourner la roue ;
- si le résultat est pair, on lance un dé et on ajoute le résultat avec celui de la roue ;
- si le résultat est impair, on lance un dé et on multiplie le résultat par celui de la roue.

On s'intéresse à l'évènement B : « Le résultat final est inférieur à 11 ».

- Écrire un script qui affiche la fréquence d'apparition de l'évènement B en répétant 1 000 fois cette expérience.



Pour aller plus loin

1. Déterminer la valeur exacte de la probabilité de l'évènement B en construisant un arbre de probabilités.

2. a. Donner la liste de toutes les issues possibles de l'expérience aléatoire décrite à la question 5.

b. À l'aide du script écrit à la question 5, peut-on déterminer si l'une des issues a une probabilité supérieure à celle de toutes les autres ?

Utilisable en EPI TECH

Projet 1 Comme chien et chat

L'objectif : créer un jeu d'adresse.

Les caractéristiques de ce jeu sont les suivantes.

- Le joueur déplace le chat avec les flèches du clavier.
- Le chat doit manger le poisson qui se déplace aléatoirement. Quand un poisson est mangé, le joueur marque un point et le poisson apparait à un autre endroit.
- Un chien se déplace également dans la zone de jeu. Si le chat rencontre le chien, le joueur a perdu.

L'objectif est de faire le score le plus élevé possible.

Étape 1 Le chat

a. Écrire un script qui permet au joueur de déplacer le chat dans les quatre directions à l'aide des quatre flèches du clavier.

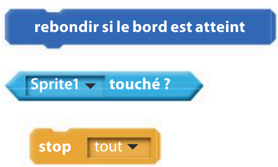
b. Tester le script et ajuster si nécessaire :
• la taille du chat ;
• la vitesse de déplacement du chat.

Étape 2 Le chien

Créer un nouveau lutin pour jouer le rôle du chien et ajuster sa taille.

a. Écrire un script qui déplace le chien régulièrement de gauche à droite de l'écran.

b. Écrire un nouveau script qui termine le jeu quand le chien rencontre le chat.



Étape 3 Le poisson

Créer un nouveau lutin pour jouer le rôle du poisson et ajuster sa taille.

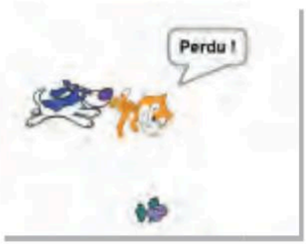
a. Écrire un script pour programmer des déplacements aléatoires du poisson dans la zone de jeu.
Tester et ajuster le script pour que les déplacements permettent un jeu ni trop facile ni trop difficile.

b. Écrire un nouveau script pour que, si le poisson rencontre le chat :
• le poisson apparaisse à un autre endroit ;
• le joueur marque un point.

Étape 4 Améliorations du jeu

a. Afficher un message quand le chat mange un poisson ou rencontre le chien.

b. Modifier les déplacements du chien pour que son déplacement ne soit pas toujours horizontal.

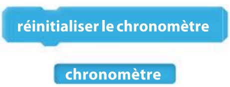


Pour aller plus loin

a. Modifier le script de déplacement du poisson pour qu'il apparaisse à un autre endroit au bout d'un temps fixé, même s'il n'a pas été mangé par le chat.

b. Augmenter la difficulté du jeu au fur et à mesure que le score du joueur augmente. On pourra, par exemple, augmenter la vitesse de déplacement du chien ou le délai entre deux apparitions du poisson.

c. Ajouter un deuxième poisson.

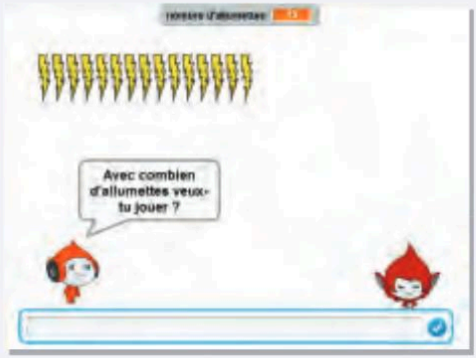


Projet 2 Jeu de Nim

Utilisable en EPI TECH

Objectif : Créer un jeu à deux joueurs.

- Les règles de ce jeu sont les suivantes :
  - on dispose au départ un certain nombre d'allumettes (ou d'autres objets) ;
  - chaque joueur doit prendre à tour de rôle 1, 2 ou 3 allumettes ;
  - le gagnant est celui qui prend la dernière allumette.



- Pour réaliser ce jeu, on utilisera trois lutins :
  - un lutin « Allumette » qui servira à l'affichage des allumettes ;
  - un lutin pour chaque joueur.

- Pour le bon fonctionnement du jeu, ces lutins devront s'envoyer des « messages » :
  - le lutin « Allumette » devra afficher les allumettes quand il recevra le message « Afficher » ;
  - le joueur 1 jouera quand il recevra le message « Joueur 1 » ;
  - le joueur 2 jouera quand il recevra le message « Joueur 2 ».

Étape 1 Afficher les allumettes

On veut afficher 10 allumettes les unes à côté des autres.

a. Créer un lutin « Allumette » et écrire un script qui :
- s'exécute quand il reçoit le message « Afficher » ;
- efface l'écran ;
- se positionne en haut à gauche de l'écran ;
- s'affiche lui-même 10 fois.

quand je reçois Afficher

Pour reproduire un lutin, le déplacer puis utiliser la commande

estampiller

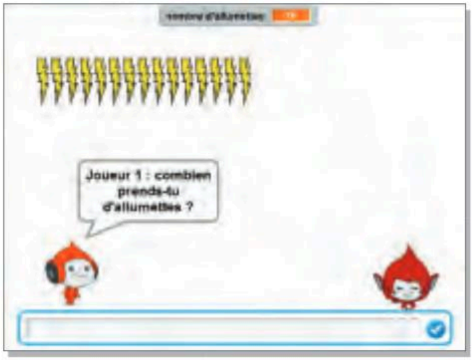
b. Vérifier que le bon nombre d'allumettes s'affiche.

c. Créer une variable **nombre d'allumettes** puis modifier le script pour qu'il affiche autant d'allumettes que ce que contient cette variable.

Étape 2 Un premier joueur

a. Créer un lutin « Joueur 1 » et écrire un premier script de « démarrage » qui :
- demande avec combien d'allumettes on veut jouer ;
- affiche ces allumettes.

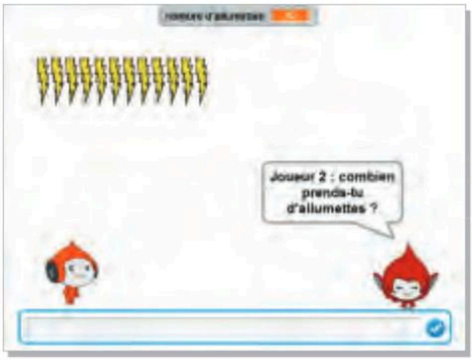
b. Écrire un second script qui :
- s'exécute quand le lutin reçoit le message « Joueur 1 » ;
- demande au joueur combien il veut prendre d'allumettes ;
- affiche les allumettes restantes ;
- termine le jeu si le joueur a gagné ;
- envoie le message « Joueur 2 » sinon.



Étape 3 Le second joueur

a. Créer un nouveau lutin pour le joueur 2. Dupliquer le script créé pour le joueur 1 (faire glisser le script sur le lutin avec la souris), puis adapter ce script au joueur 2.

b. Vérifier le bon fonctionnement du jeu en jouant quelques parties.



Pour aller plus loin

a. Modifier les scripts pour que les joueurs ne puissent pas prendre plus de 3 allumettes à chaque fois.

b. On veut pouvoir jouer contre l'ordinateur. Modifier le script du joueur 2 pour que l'ordinateur choisisse de prendre à chaque coup entre 1 et 3 allumettes au hasard.

c. Élaborer une stratégie qui permet à l'ordinateur de jouer plus intelligemment.

d. Est-il possible de trouver une stratégie qui permet de gagner à tous les coups ?

EPI 1

Lumières et arts

Production attendue : Créer une exposition sur le thème de la lumière : poèmes suspendus éclairés par des lampes.

Thématique	Culture et création artistiques
Disciplines	Mathématiques, physique-chimie, français, arts plastiques
Domaines du socle	**1.** Les langages pour penser et communiquer / **4.** Les systèmes naturels et les systèmes techniques
	5. Les représentations du monde et de l'activité humaine

Document 1 Ombres et lumières

• Une ôde à la lumière

À la lumière

Dans l'essaim nébuleux des constellations,
Ô toi qui naquis la première,
Ô nourrice des fleurs et des fruits, ô Lumière,
Blanche mère des visions, […]

Par toi sont les couleurs et les formes divines,
Par toi, tout ce que nous aimons.
Tu fais briller la neige à la cime des monts,
Tu charmes le bord des ravines. […]

Le matin est joyeux de tes bonnes caresses ;
Tu donnes aux nuits la douceur,
Aux bois l'ombre mouvante et la molle épaisseur
Que cherchent les jeunes tendresses. […]

Sois ma force, ô Lumière ! et puissent mes pensées,
Belles et simples comme toi,
Dans la grâce et la paix, dérouler sous ta foi
Leurs formes toujours cadencées ! […]

Poème du recueil *Les poèmes dorés*, Anatole France, 1873.

• Le théâtre d'ombres

Christian Boltanski est un artiste contemporain qui, pour son *Théâtre d'ombres*, a installé au centre d'une pièce des marionnettes éclairées par des projecteurs. Le spectateur peut ainsi voir en même temps le petit modèle et son agrandissement par projection.

Théâtre d'ombres, Christian Boltanski, 1984-1997.

1. Écrire un poème utilisant le vocabulaire et le champ lexical de la lumière.

2. Chercher des tableaux sur le thème de la lumière pouvant illustrer le poème réalisé.

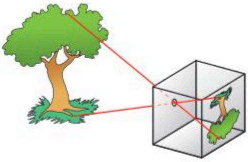
3. Réaliser une installation de ces poèmes, d'objets de récupération ou de papiers découpés, suspendus comme un mobile. Dans une pièce sombre, éclairer la structure afin de créer des ombres. Rechercher et étudier les facteurs qui font varier la taille de l'ombre d'un objet.

Document 2 Le sténopé

• Léonard de Vinci (1452-1519) décrit le fonctionnement de la chambre noire, ou *camera obscura* :

« Lorsque les images des objets éclairés pénètrent par un petit trou dans une chambre très obscure, recevez ces images à l'intérieur de la chambre sur un papier blanc situé à quelque distance du trou ; vous verrez sur le papier tous les objets avec leurs propres formes et couleurs. Ils seront diminués de grandeur ; ils se présenteront dans une situation renversée et cela en vertu de l'intersection des rayons ... »

• Le sténopé est une boite dérivée de la chambre noire décrite par Léonard de Vinci qui peut être utilisé comme un appareil photographique.



1. Rechercher une méthode de fabrication de sténopé puis en fabriquer un.

2. Comment la propagation de la lumière permet-elle d'expliquer la formation d'une image au fond d'une chambre noire ? Étudier le lien entre la taille de l'image, la taille de l'objet et la distance entre l'objet et le sténopé.

EPI

Document 3 La Fée Électricité

La Fée Électricité, Raoul Dufy, 1937.

1. Effectuer des recherches sur le mouvement artistique et le contexte dans lequel a été réalisée l'œuvre *La Fée Électricité* de Raoul Dufy.

2. Décrire et analyser les trois parties de ce tableau : la scène centrale, la partie inférieure et la partie supérieure. Quelle est la visée de l'artiste ?

3. Fabriquer une frise chronologique sur les inventeurs, les inventions scientifiques et techniques autour de la lumière, de l'éclairage.

Document 4 Ampoules économiques

Ampoules d'une puissance équivalente à 40 W

Type d'ampoule	Incandescente	Halogène	Basse consommation	LED
Puissance électrique (W)	40	28	9	6
Prix d'achat	2,20 €	3,50 €	6 €	8 €
Durée de vie (en h)	900	2 000	8 000	30 000

Extrait de facture EDF

			Heures creuses 22H30-6H30		
Consommation sur la base d'une estimation	Index début de période	Index fin de période	Consommation (kWh)	Prix Unitaire HT (€/kWh)	Montant (HT) (€)
	Estimé	Estimé			
Heures creuses	5206	5679	413	0,0578	23,87
Heures pleines	11724	12251	527	0,0935	49,27

1. Une ampoule est utilisée 5 heures par jour toute l'année (2 h en « heures pleines » et 3 h en « heures creuses »). Quel type d'ampoule est le plus économique ? Calculer l'économie réalisée.

2. Effectuer des recherches sur ce type d'ampoule puis trouver un moyen plus économique donnant le même éclairage. Rédiger un compte-rendu de ces recherches.

EPI 2 Lutter contre les infections

Production attendue : Réaliser des affiches pour sensibiliser les jeunes d'un établissement scolaire aux différents risques infectieux ainsi qu'aux moyens d'enrayer les infections.

Thématique	Corps, santé, bien-être, sécurité.
Disciplines	Mathématiques, SVT
Domaines du socle	**1.** Les langages pour penser et communiquer / **4.** Les systèmes naturels et les systèmes techniques

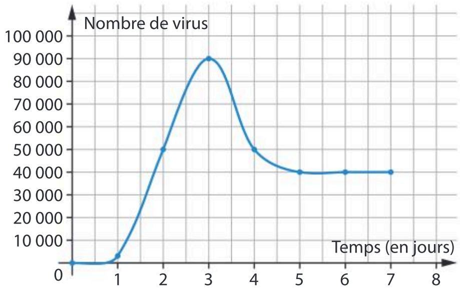
Document 1 Études sanitaires

L'épidémiologie est l'étude des facteurs de maladies pouvant toucher un grand nombre d'individus à l'échelle d'une ville, d'une région, d'un pays, voire d'un continent. Afin d'évaluer les risques sur la population, on définit pour les grandes maladies un seuil épidémiologique, correspondant à un nombre minimal de malades à un instant *t*. En dessous de ce seuil, on ne parle pas d'épidémie.

Rechercher les grandes épidémies qui sévissent dans le monde à notre époque. Quelles sont leur localisation et leur évolution ? À quelle période de l'année ?

Document 2 Différents micro-organismes

Un laboratoire fait des recherches sur le développement d'une population de bactéries et virus. Voici l'évolution de ces deux populations :



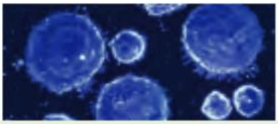
Temps de culture (en heures)	Nombre de bactéries
0	1
1	8
2	63
3	510
4	4 100
5	32 800
6	262 000
7	2 100 000
8	17 000 000
9	135 000 000
10	1 000 000 000

Rédiger un texte qui décrit l'évolution de ces deux populations au cours du temps. On argumentera à l'aide de données numériques.

Document 3 Les défenses du corps contre les micro-organismes

Notre corps possède un système immunitaire chargé de lutter contre tous types d'attaques. Les cellules combattant les micro-organismes sont appelées les leucocytes ou globules blancs. Il existe plusieurs types de leucocytes : les phagocytes, les lymphocytes, …

Les lymphocytes dans le sang



1. Rechercher les différents types de réactions immunitaires.

2. Quelles habitudes de vie peuvent contribuer à améliorer l'immunité de chacun ?

EPI

Document 4 La mémoire immunitaire

On pratique sur une souris, à 14 jours d'intervalle, deux injections d'antigène X et on étudie, à l'aide de prélèvements tous les deux jours, le nombre de lymphocytes B produisant des anticorps X. Voici les résultats obtenus :

Temps *t* écoulé (en jours)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
Nombre (en milliers) de lymphocytes B produisant des anticorps X : *P*(*t*)	0	1	8	30	50	20	20	20	40	500	900

1^re^ injection — 2^e^ injection

1. Représenter graphiquement la fonction *P* à l'aide du tableau de valeurs ci-dessus.
2. Expliquer les variations du nombre de lymphocytes B mises en évidence par cette représentation graphique.
3. Rechercher une application médicale majeure de la mémoire immunitaire.

Document 5 Traitements contre les infections

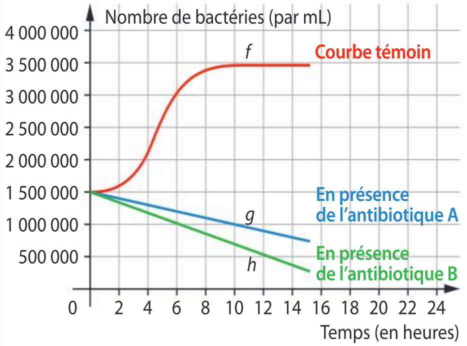
Les antibiotiques

Les antibiotiques sont des molécules qui permettent de tuer ou de ralentir la propagation des bactéries. Ils sont donc très efficaces contre les infections bactériennes mais sont sans effet sur des infections virales.

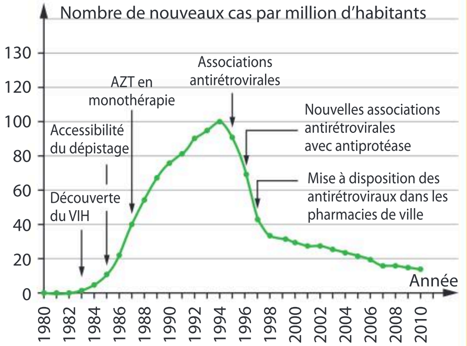
Les antiviraux

Avec l'existence des multi-thérapies, la déclaration du SIDA des personnes infectées par le VIH est de plus en plus tardive. Les trithérapies font efficacement baisser le taux de virus circulant dans le sang mais n'éliminent pas le VIH. L'initiation rapide d'une trithérapie après l'infection permet d'intensifier le contrôle de l'infection, d'où l'importance d'un dépistage précoce.

Graphique A
Évolution du nombre de bactéries au cours du temps en présence de deux antibiotiques différents



Graphique B
Évolution de l'incidence du Sida en France : nombre de nouveaux cas par million d'habitants



1. Interpréter le graphique A en décrivant les trois fonctions *f*, *g* et *h* représentées.
2. Interpréter le graphique B et rechercher des explications à cette évolution. Faire des recherches documentaires sur d'autres antiviraux.
3. Rechercher des produits usuels permettant de lutter efficacement contre de banales infections bactériennes ou virales.

EPI 3

Représentations du monde chez les Grecs

Production attendue : Écrire une saynète théâtrale relatant l'évolution de la représentation du monde grâce à la civilisation grecque et présentant au moins une expérience majeure dans l'astronomie. La mettre en jeu sur plateau.

Thématique	Langues et cultures de l'Antiquité
Disciplines	Mathématiques, physique-chimie, histoire et géographie, français
Domaines du socle	**1.** Les langages pour penser et communiquer / **4.** Les systèmes naturels et les systèmes techniques
	5. Les représentations du monde et de l'activité humaine

Document 1 L'École d'Athènes

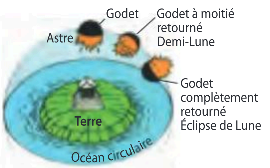
L'École d'Athènes **(1509-1510) vue par le peintre italien Raphaël**

1. Effectuer des recherches sur ce tableau et étudier la perspective utilisée ainsi que les proportions respectées dans sa construction.
2. Identifier les personnages ayant joué un rôle important dans l'évolution des représentations de l'univers et réaliser une frise chronologique.

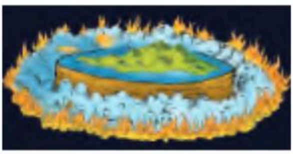
Document 2 De nouvelles représentations

La perception et la représentation de l'univers ont beaucoup varié selon les époques.
Voici quelques représentations datant de l'Antiquité.

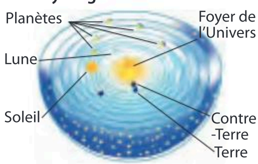
Par Thalès :



Par Anaximandre :



Par Pythagore :



Par Platon :

– Eh bien donc, reprit-il, je suis persuadé pour ma part que tout d'abord, si la Terre est de forme sphérique et placée au milieu du ciel, elle n'a besoin, pour ne pas tomber, ni d'air ni d'aucune autre pression du même genre, mais que l'homogénéité parfaite du ciel seul et l'équilibre de la Terre seule suffisent à la maintenir ; car une chose en équilibre, placée au milieu d'un élément homogène, ne pourra ni peu ni prou pencher d'aucun côté et dans cette situation elle restera fixe. Voilà, ajouta-t-il, le premier point dont je suis convaincu.

– Et avec raison, dit Simmias.

– En outre, dit-il, je suis persuadé que la Terre est immense et que nous, qui l'habitons du Phase aux colonnes d'Héraclès, nous n'en occupons qu'une petite partie, répandus autour de la mer, comme des fourmis ou des grenouilles autour d'un étang, et que beaucoup d'autres peuples habitent ailleurs en beaucoup d'endroits semblables ; car il y a partout sur la Terre beaucoup de creux de formes et de grandeurs variées, où l'eau, le brouillard et l'air se sont déversés ensemble.

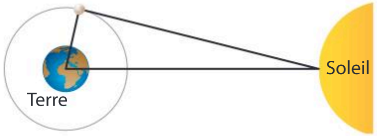
Phédon, Platon.

À partir des documents ci-dessus, expliquer comment la représentation de l'univers a considérablement évolué grâce à la civilisation grecque.

Document 3 Des distances inaccessibles

• Aristarque : Estimation de la distance Terre-Soleil

Aristarque pense qu'au moment d'un quartier, la Lune reçoit les rayons du Soleil perpendiculairement à sa surface. L'angle formé par la Terre, la Lune et le Soleil est de 90°. Il mesure l'autre angle formé par la Lune, la Terre et le Soleil, dont le centre est la Terre, et trouve 87°. Avec cette mesure, Aristarque en déduit que le Soleil est 19 fois plus éloigné de la Terre que ne l'est la Lune.



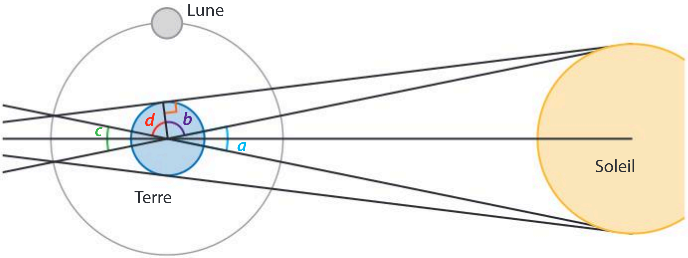
• Aristarque : Estimation du diamètre du Soleil

Il observe les éclipses de Lune. Il constate que les plus longues éclipses durent environ deux heures. À chaque heure, la Lune avance par rapport à l'ombre de la Terre d'une fois son diamètre. Il en conclut que le diamètre de la Lune est environ trois fois plus petit que celui de la Terre. Au moment d'une éclipse de Soleil, le diamètre apparent de la Lune est à peu près égal à celui du Soleil.

À partir de son estimation de la distance Terre-Soleil par rapport à la distance Terre-Lune, il en déduit que le diamètre du Soleil est 5,7 fois plus gros que la Terre.

• Hipparque : Mesure de la distance Terre-Lune

Hipparque observe que la durée d'une éclipse de Lune doit être en rapport avec la distance Terre-Lune. Plus cette distance est petite, c'est-à-dire la Lune proche de nous, plus la durée de l'éclipse sera longue. Il sait, par les travaux d'Aristarque que le Soleil est très éloigné et qu'ainsi ses rayons sont parallèles. Il suppose que $b = 90°$. Il sait aussi que la Lune fait le tour de la Terre en 29,5 jours, soit 708 heures, et que les éclipses les plus longues durent deux heures et demie. Il part du principe que $a = 0{,}5°$ (a étant le diamètre apparent du Soleil).



1. Déterminer la hauteur de la pyramide de Khéops selon la méthode de Thalès à l'aide de l'activité 3 p. 247.

2. Retrouver l'estimation de la distance Terre-Soleil d'Aristarque.

3. Retrouver l'estimation du diamètre du Soleil d'Aristarque.

4. À l'aide de l'exercice 54 p. 242, trouver le rayon de la Terre en utilisant la démarche d'Eratosthène.

5. À partir des données d'Hipparque et des résultats établis par Eratosthène, calculer la distance Terre-Lune.

6. Comparer ces quatre dernières distances aux distances réelles. Conclure sur les apports des mathématiques et des sciences dans la vision du monde.

Problèmes transversaux

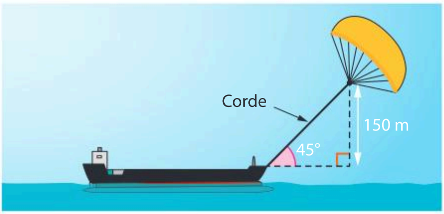
Pour mieux cibler les compétences			
Chercher	7 17 18 21	Raisonner	6 13 22
Modéliser	12 13 20 21	Calculer	3 4 5 20
Représenter	8 12 26 32	Communiquer	6 9 17 25

1 Cargo à voile

CIT

95 % du commerce mondial s'effectuent par voie maritime, par environ 50 000 bateaux. La plupart de ces cargos fonctionnent au diesel.
Des ingénieurs ont l'intention de mettre au point un système utilisant la puissance du vent pour assister les cargos. Ils proposent de fixer un cerf-volant servant de voile sur les cargos et ainsi d'utiliser la puissance du vent pour diminuer la consommation de diesel ainsi que l'impact de ce carburant sur l'environnement.

1. Les cerfs-volants ont l'avantage de voler à une hauteur de 150 m. Là-haut, la vitesse du vent est approximativement de 25 % supérieure à celle au niveau du pont du cargo.
Quelle est la vitesse approximative à laquelle le vent souffle dans le cerf-volant lorsque la vitesse du vent est de 24 km/h sur le pont du cargo ?
2. Quelle doit être approximativement la longueur de la corde du cerf-volant pour pouvoir tirer le cargo à un angle de 45° depuis une hauteur verticale de 150 m, comme indiqué sur le schéma ci-contre ?
Le schéma n'est pas à l'échelle.



3. Les propriétaires du cargo *NouvelleVague* achètent leur diesel à 0,42 € le litre. Ils envisagent de l'équiper d'un cerf-volant. On estime qu'un cerf-volant de ce type permettrait de réduire globalement la consommation de diesel d'environ 20 %.

Nom : *NouvelleVague*
Type : cargo
Longueur : 117 mètres
Largeur : 18 mètres
Charge utile : 12 000 tonnes
Vitesse maximale : 19 nœuds
Consommation de diesel par an sans cerf-volant : approximativement 3 500 000 litres

Équiper le *NouvelleVague* d'un cerf-volant coute 2 500 000 €.
Au bout de combien d'années environ, les économies de diesel auront-elles couvert le cout du cerf-volant ?

D'après PISA.

2 Triangles constructibles

On lance deux dés équilibrés à 6 faces et on note les deux résultats obtenus r_1 et r_2. On souhaite savoir si on peut construire un triangle ABC non aplati avec AB = 7, BC = r_1 et AC = r_2.

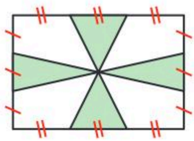
1. Si on obtient « 1 » avec le premier dé et « 3 » avec le second, peut-on construire le triangle ABC ?
2. Si on obtient « 6 » avec le premier dé et « 4 » avec le second, peut-on construire le triangle ABC ?
3. Quelle(s) condition(s) doivent vérifier r_1 et r_2 pour qu'on puisse construire le triangle ABC ?
4. Recopier et compléter chaque case du tableau suivant par OUI ou NON, en réponse à la question « Peut-on construire le triangle ABC ? »

r_2 \ r_1	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

5. Lors de cette expérience aléatoire, quelle est la probabilité de pouvoir construire le triangle ABC ?

3 Fanion

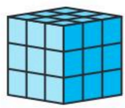
Le fanion ci-contre mesure 6 cm sur 9 cm.



- Quelle fraction du rectangle est peinte en vert sur celui-ci ?

4 Cubes bleus

On dispose d'un cube en bois de 3 cm d'arête, peint en bleu. On le découpe parallèlement aux faces en petits cubes de 1 cm d'arête. On obtient alors 27 cubes. On place ces 27 cubes dans un sac. On tire au hasard l'un des 27 cubes du sac.



- Quelle est la probabilité de tirer un cube ayant exactement deux de ses faces peintes en bleu ?

5 Cornet de glace

Un cornet de glace type « ARCACHON » a la forme d'un cône de hauteur 12,5 cm et de diamètre 4,8 cm. Mathilde fabrique de la glace artisanale qui lui revient à 5 € par litre. Elle envisage de remplir le cornet de glace au lieu de poser deux boules dessus.

- Sachant que sa cuillère à glace lui permet de réaliser des boules de diamètre de 4,2 cm, et qu'elle vend en moyenne 150 glaces par jour en période estivale, combien gagnera-telle en plus par jour si elle vend ce nouveau cornet de glace au même prix que l'ancien ?

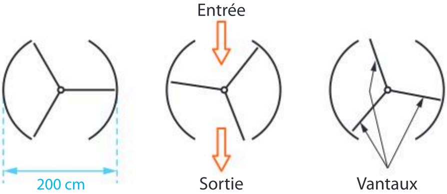
6 Dites 33 !

Si l'on écrit sous forme décimale le nombre $100^{33} - 33$, quelle est la somme des chiffres de ce nombre ?

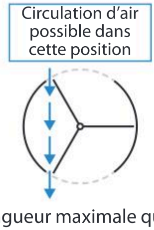
7 Porte à tambour

TECH

Une porte à tambour est composée de trois vantaux qui tournent à l'intérieur d'un espace circulaire. Le diamètre intérieur de cet espace est de 2 m. Les trois vantaux de la porte divisent l'espace en trois parties identiques. Le schéma ci-dessous montre, en vue de dessus, les vantaux de la porte dans trois positions différentes.



1. Combien mesure l'angle formé par deux vantaux de la porte ?
2. Les deux ouvertures de la porte (les arcs de cercle pointillés sur le schéma ci-dessous) font la même taille. Si ces ouvertures étaient trop larges, les vantaux ne pourraient pas garder l'espace clos et l'air pourrait alors circuler librement entre l'entrée et la sortie, provoquant une perte ou un gain de chaleur indésirables.



Quelle est la longueur maximale que l'arc de cercle de chaque ouverture de porte peut avoir, afin que l'air ne puisse jamais circuler librement entre l'entrée et la sortie ?

3. La porte effectue 4 tours complets par minute. Dans chacune des trois parties de la porte, il y a de la place pour deux personnes au maximum.
Quel est le nombre maximum de personnes qui peuvent entrer dans l'immeuble par cette porte en 30 minutes ?

8 Cubitainers

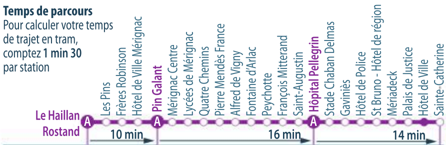
Chez un vigneron, on peut acheter du vin au litre. Dans ce cas, le vin est conditionné dans des cubitainers d'une capacité de 5 litres.
Le vin est vendu 2,50 € le litre et un cubitainer vide est vendu 1,50 €.

1. Calculer le prix qu'un client devra payer pour 2 litres achetés, puis pour 5 litres et 7 litres.
2. Paul dispose de 35 €. Combien de litres de vin peut-il acheter ?
3. Proposer une méthode permettant de déterminer le prix en fonction de la quantité achetée, et inversement.

9 Être à l'heure

Lila est convoquée pour un concours qui commence à 8 h un samedi matin. Elle habite à 7 minutes de marche de la station *Frères Robinson*, et a prévu 3 minutes de marche entre la station *Mériadeck* et son lieu de convocation. Elle souhaite arriver avec une demi-heure d'avance pour ne pas être trop stressée.

- À quelle heure doit-elle partir de chez elle pour être sur place comme prévu ?



Samedi		
Avant 13 h	15 à 30 min	7 à 15 min
De 13 h à 20 h 30	10 min	Un tram toutes les 5 min
Après 20 h 30	20 min	10 min
Dimanche		
Avant 13 h 30	20 à 40 min	10 à 20 min
De 13 h 30 à 20 h 30	15 min	Un tram toutes mes 7 à 8 min
Après 20 h 30	20 min	10 min

10 La boule de pétanque

PC

Une boule de pétanque est-elle pleine ou creuse ?

- Répondre à cette question en exploitant les documents ci-dessous.

Doc. 1

Boule : 100 % acier — Diamètre de la boule : 73 mm
Poids de la boule : 720 g

Doc. 2

Métaux	Masse volumique (en kg/m^3)
Aluminium	2 700
Cuivre	8 800
Fer forgé	7 600
Acier	7 775
Nickel	8 700
Titane	4 540

Problèmes transversaux

11 La chaudière

L'hiver, la chaudière au fioul de madame Plotel consomme en moyenne 3 litres par heure. La cuve qui l'alimente est de forme cylindrique de diamètre 125 cm et de hauteur 2,45 m. Madame Plotel souhaiterait commander du fioul quand sa chaudière sera aux trois quarts vide.

- Si la cuve est pleine aujourd'hui, dans combien de temps doit-elle prévoir sa prochaine commande ?

12 Badminton

Prise d'initiative

Un club de badminton propose trois tarifs à ses adhérents :

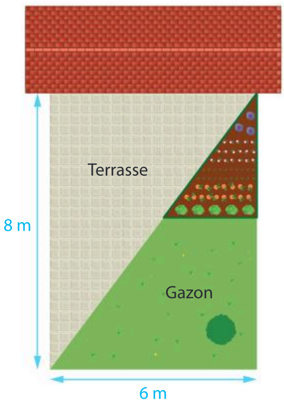
Tarif 1 : 7 € par séance.
Tarif 2 : abonnement de 40 € pour l'année donnant droit à un tarif réduit de 5,50 € par séance.
Tarif 3 : 330 € à l'année pour un nombre de séances illimité.

- Quel est le tarif le plus avantageux ?

13 Le potager

Prise d'initiative

Le terrain devant la maison de Nicolas a la forme d'un rectangle de 8 mètres sur 6 mètres. Nicolas souhaite l'aménager de la façon suivante et poser du grillage tout autour du potager afin que son petit chien ne puisse pas y aller. Il souhaite utiliser les 13 mètres de grillage qu'il lui reste sans avoir à en racheter.

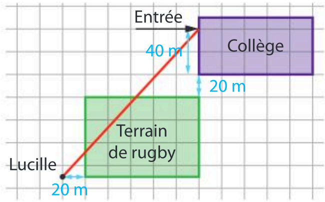


- Déterminer les dimensions du potager.

14 Gain de temps

Lucille se rend au collège. Elle est pressée d'arriver parce qu'elle veut discuter avec ses amies avant le début des cours. Au lieu d'emprunter le chemin habituel, c'est-à-dire de longer le terrain de rugby qui la sépare du collège, elle décide de le couper en diagonale. C'est un terrain rectangulaire de 100 m de longueur et de 70 m de largeur.

- Sachant qu'elle marche à la vitesse moyenne de 2,5 km/h sur l'herbe et à la vitesse de 4 km/h sur le goudron, va-t-elle vraiment gagner du temps ? Si oui, combien ?



15 Étonnant !

1. On découpe un morceau de ficelle de façon à faire exactement le tour d'une balle de tennis de rayon 3,2 cm. On ajoute ensuite 1 m à ce morceau de ficelle et on forme un nouveau cercle centré sur sa balle. Calculer l'augmentation du rayon.
2. Recommencer le calcul en remplaçant la balle par la Terre, dont le rayon mesure environ 6 400 km.

16 À moitié plein

Prise d'initiative

Un verre a une forme conique. La hauteur de la partie conique est de 10 cm et le diamètre d'ouverture du cône est de 6 cm. Avec de l'eau, on souhaite remplir le verre jusqu'à la moitié de son volume.

- Jusqu'à quelle hauteur doit-on verser l'eau ?
Décrire toutes les étapes de la démarche, les essais entrepris, même s'ils n'ont pas abouti, et le détail des calculs effectués.

17 Vrai ou faux ?

Prise d'initiative

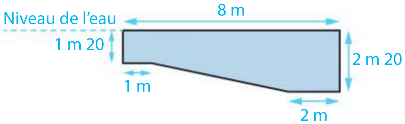
Dire si l'affirmation suivante est vraie ou fausse. Justifier la réponse.
« Le produit de deux nombres qui se terminent par 76 se termine aussi par 76. »

18 Sécurité enfants

Prise d'initiative

CIT

Sandrine a fait construire une piscine de 8 m sur 4 m. Le fond n'est pas plat. On a un premier palier de profondeur 1,20 m sur une longueur de 1 m, puis une descente à pente constante pour atteindre, 2 m avant le bord, un second palier de profondeur 2,20 m comme indiqué sur le schéma ci-dessous.

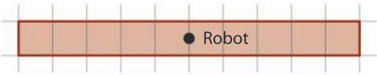


Sandrine souhaite, pour des raisons de sécurité, indiquer par une marque l'endroit où la profondeur est de 1,50 m.

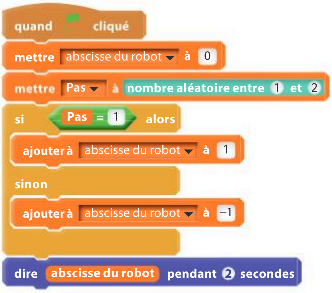
- Où doit-elle placer cette marque ?

19 Nono le petit robot

Un robot se trouve au milieu d'une planche de longueur 10 cm. Toutes les secondes, il fait un pas de 1 cm vers la droite ou vers la gauche de manière aléatoire et équiprobable.



1. Expliquer ce que simule ce script.



2. Modifier ce script afin qu'il simule les déplacements du robot jusqu'à ce qu'il tombe de la planche.
3. En moyenne, combien de temps le robot reste-t-il sur la planche ?

20 Serre-livre

Prise d'initiative

Un serre-livre de fabrication artisanale a la forme d'un pavé droit dont la base est un carré de côté 15 cm et de profondeur 3 cm. Ce pavé droit a été évidé selon un cylindre et contient un pavé droit à base carrée inscrit dans ce cylindre.

Les deux pavés droits et le cylindre ont le même centre. Monsieur Guerfala, qui a des gouts de luxe, souhaite faire fabriquer son serre-livre en argent fin.

- À l'aide des renseignements suivants, déterminer combien M. Guerfala va payer son serre-livre.

Prix d'achat postal bancaire	418,31 €/kg	Prix d'achat postal pour les lingots d'argent/les pièces d'investissements en argent qui sont aptes au commerce bancaire.
Prix d'achat des granulés d'argent	398,99 €/kg	Prix d'achat postal pour les granulés d'argent industriel dans leurs emballages originaux
Prix d'achat de l'argent de fusion	352,79 €/kg	Cours d'achat postal pour l'argent fin contenu dans les bijoux, les couverts, l'argent électrolytique et les déchets. Tous les frais d'analyse et d'affinage ont déjà été déduits.

Masse volumique de l'argent : 10,5g/cm^3.
Montant nécessaire à la fabrication de l'objet : 300 €.

21 Lapins de Fibonacci

Prise d'initiative

On appelle suite de Fibonacci toute suite de nombres entiers dans laquelle chaque terme est la somme des deux termes précédents. Par exemple, la suite dont on a écrit les premiers termes ci-dessous est une suite de Fibonacci.

7	2	9	11	20	31	51	82	133	215

1. À l'aide d'un tableur, d'une calculatrice ou de tout autre moyen, compléter ces suites.

a.

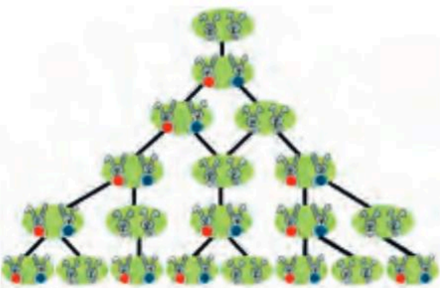
2	5								

b.

9							241

c. Trouver la suite de Fibonacci commençant par 8 et dont le 7^e terme est 136.

2. Le mathématicien Fibonacci (1175-1250) pose le problème suivant : « Possédant initialement un couple de lapins, combien de couples obtient-on en douze mois si chaque couple engendre tous les mois un nouveau couple à compter du second mois de son existence ? »



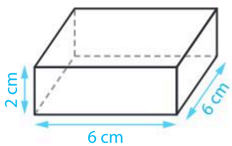
À l'aide du travail précédent, peut-on répondre à la question de ce mathématicien ?

Problèmes transversaux Brevet

22 Des bracelets

Flora fait des bracelets avec de la pâte à modeler. Ils sont tous constitués de 8 perles rondes et de 4 perles longues.

Cette pâte à modeler s'achète par blocs qui ont tous la forme d'un pavé droit dont les dimensions sont précisées ci-contre.



La pâte peut se pétrir à volonté et durcit ensuite à la cuisson.

Info. Les perles

Une perle ronde

Boule de diamètre 8 mm

Une perle longue

Cylindre de hauteur 16 mm et de diamètre 8 mm

Flora achète deux blocs de pâte à modeler : un bloc de pâte à modeler rose pour faire les perles rondes et un bloc de pâte à modeler bleue pour faire les perles longues.

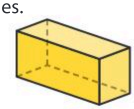
- Combien de bracelets peut-elle ainsi espérer réaliser ?

D'après DNB Métropole–La Réunion –Antilles-Guyane, 2013.

23 Sur la paille

CIT

Un agriculteur produit des bottes de paille parallélépipédiques.



Info. 1

Dimension des bottes de paille : 90 cm × 45 cm × 35 cm.

Info. 2

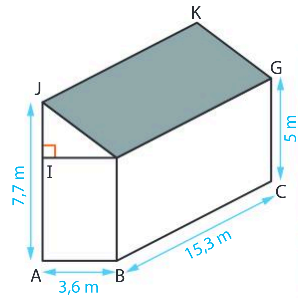
Le prix de la paille est de 40 € par tonne.

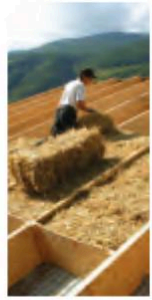
Info. 3

1 m^3 de paille a une masse de 90 kg.

1. Justifier que le prix d'une botte de paille est 0,51 € (arrondi au centime).

2. Marc veut refaire l'isolation de la toiture d'un bâtiment avec des bottes de paille parallélépipédiques. Le bâtiment est un prisme droit dont les dimensions sont données sur le schéma ci-après.





Il disposera les bottes de paille sur la surface correspondant à la zone grisée, pour créer une isolation de 35 cm d'épaisseur.

Pour calculer le nombre de bottes de paille qu'il doit commander, il considère que les bottes sont disposées les unes contre les autres. Il ne tient pas compte de l'épaisseur des planches entre lesquelles il insère les bottes.

a. Combien de bottes devra-t-il commander ?

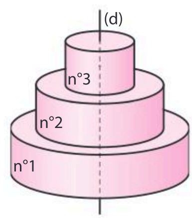
b. Quel est le cout de la paille nécessaire pour isoler le toit ?

DNB Métropole–Antilles-Guyane, 2014

24 Gâteau de mariage

Heiata et Hiro ont choisi comme gâteau de mariage une pièce montée composée de 3 gâteaux cylindriques superposés, tous centrés sur l'axe (d) comme l'indique la figure ci-dessous.

La figure n'est pas à l'échelle.



- Les trois gâteaux cylindriques sont de même hauteur : 10 cm.
- Le plus grand gâteau cylindrique, le n° 1, a pour rayon 30 cm.
- Le rayon du gâteau n° 2 est égal au $\frac{2}{3}$ de celui du gâteau n° 1.
- Le rayon du gâteau n°3 est égal au $\frac{3}{4}$ de celui du gâteau n° 2.

1. Montrer que le rayon du gâteau n° 2 est de 20 cm.

2. Calculer le rayon du gâteau n° 3.

3. Montrer que le volume total **exact** de la pièce montée est égal à 15 250 π cm^3.

4. Quelle fraction du volume total représente le volume du gâteau n° 2 ? Donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

D'après DNB Polynésie, 2013.

Brevet

25 Voyage

Pour préparer un séjour d'une semaine à Naples, un couple habitant Nantes a constaté que le tarif des billets d'avion aller-retour Nantes-Naples était beaucoup plus élevé que celui des billets Paris-Naples. Il étudie donc quel serait le cout d'un trajet aller-retour Nantes-Paris pour savoir s'il doit effectuer son voyage en avion à partir de Nantes ou à partir de Paris.
Voici les informations que ce couple a relevées :

Info. 1 Prix et horaires des billets d'avion

Vol aller-retour au départ de Nantes

Départ	de	Nantes	le	23/11/2014 : 06 h 35
Arrivée	à	Naples	le	23/11/2014 : 09 h 50
Départ	de	Naples	le	30/11/2014 : 12 h 50
Arrivée	à	Nantes	le	30/11/2014 : 16 h 25

Prix par personne du vol aller-retour : 530 €

Vol aller-retour au départ de Paris

Départ	de	Paris	le	23/11/2014 : 11 h 55
Arrivée	à	Naples	le	23/11/2014 : 14 h 10
Départ	de	Naples	le	30/11/2014 : 13 h 10
Arrivée	à	Paris	le	30/11/2014 : 15 h 30

Prix par personne du vol aller-retour : 350 €

Les passagers doivent être présents 2 heures avant le décollage pour procéder à l'embarquement.

Info. 2 Prix et horaires des trains pour un passager

Trajet Nantes - Paris (Aéroport) 23 novembre		Trajet Paris (Aéroport) - Nantes 30 novembre	
Départ	06 h 22	Départ	18 h 20
Prix	51,00 €	Prix	42,00 €
Durée	03 h 16 direct	Durée	03 h 19 direct
Voyagez avec	TGV	Voyagez avec	TGV

Info. 3 Trajet en voiture

Consommation moyenne : 6 litres aux 100 km
Péage Nantes-Paris : 35,90 €
Distance domicile-aéroport de Paris : 409 km
Carburant : 1,30 € par litre
Temps estimé : 4 h 24 min

Info. 4 Parking de l'aéroport de Paris

Tarif : 58 € pour une semaine.

1. Expliquer pourquoi la différence entre les prix des deux billets d'avion s'élève à 360 € pour ce couple.
2. Si le couple prend la voiture pour aller à l'aéroport de Paris :
   a. déterminer l'heure avant laquelle il doit partir de Nantes.
   b. montrer que le cout du carburant pour cet aller est de 31,90 €.
3. Quelle est l'organisation de voyage la plus économique ?

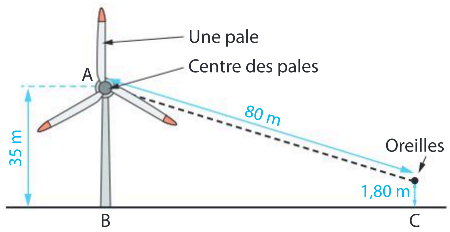
D'après DNB Métropole–Antilles-Guyane, 2014.

26 Éolienne

CIT

Les éoliennes sont construites de manière à avoir la même mesure d'angle entre chacune de leurs pales.

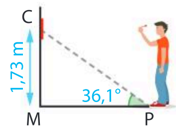
1. Une éolienne a trois pales. Quelle est la mesure de l'angle entre deux de ses pales ?
2. Pour réduire le bruit provoqué par les éoliennes, il faut augmenter le nombre de pales.
   Ci-contre, on a représenté le mât d'une éolienne à six pales par le segment [AB]. En prenant le point A pour centre des pales, reproduire et compléter la construction avec des pales de 5 cm.
3. On estime qu'à 80 m du centre des pales d'une éolienne, le niveau sonore est juste suffisant pour que l'on puisse entendre le bruit qu'elle produit. Un randonneur dont les oreilles sont à 1,80 m du sol se déplace vers une éolienne dont le mât mesure 35 m de haut. Il s'arrête dès qu'il entend le bruit qu'elle produit.
   À quelle distance du mât de l'éolienne (distance BC) se trouve-t-il ? Arrondir le résultat à l'unité.



La figure n'est pas à l'échelle.

D'après DNB Nouvelle-Calédonie, 2014.

27 Fléchettes



Le jeu de fléchettes consiste à lancer 3 fléchettes sur une cible. La position des fléchettes sur la cible détermine le nombre de points obtenus.
La cible est installée de sorte que son centre se trouve à 1,73 m du sol. Les pieds du joueur ne doivent pas s'approcher à moins de 2,37 m lorsqu'il lance les fléchettes. Pour cela, un dispositif électronique est installé qui, en mesurant l'angle, calcule automatiquement la distance du joueur au mur. Il sonne si la distance n'est pas réglementaire.

1. Un joueur s'apprête à lancer une fléchette. La droite passant par le centre de la cible et son pied fait un angle de 36,1° avec le sol.
   Le mur est perpendiculaire au sol.
   Est-ce que la sonnerie va se déclencher ?
   Justifier la réponse.

Problèmes transversaux Brevet

2. On a relevé dans le tableau ci-dessous les points obtenus par Rémi et Nadia lors de sept parties de fléchettes. Le résultat de Nadia lors de la partie 6 a été égaré.

Partie	1	2	3	4	5	6	7	Moyenne	Médiane
Rémi	40	35	85	67	28	74	28		
Nadia	12	62	7	100	81		30	51	

a. Calculer le nombre moyen de points obtenus par Rémi.

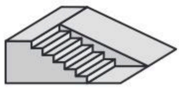
b. Sachant que Nadia a obtenu en moyenne 51 points par partie, calculer le nombre de points qu'elle a obtenus à la 6^e partie.

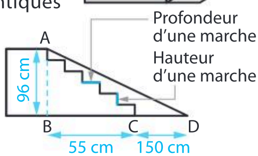
c. Déterminer la médiane de la série de points obtenus par Rémi, puis par Nadia.

D'après DNB Asie, 2013.

28 Skatepark

On souhaite construire une structure pour un skatepark, constituée d'un escalier de six marches identiques permettant d'accéder à un plan incliné dont la hauteur est égale à 96 cm. Le projet de cette structure est présenté ci-contre.





Doc. 1 Normes de construction de l'escalier

$60 \leqslant 2h + p \leqslant 65$ où h est la hauteur d'une marche et p la profondeur d'une marche, en cm.

Doc. 2 Demandes des habitués du skatepark

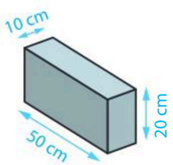
- Longueur du plan incliné (c'est-à-dire la longueur AD) comprise entre 2,20 m et 2,50 m.
- Angle formé par le plan incliné avec le sol (ici l'angle $\widehat{BDA}$) compris entre 20° et 30°.

1. Les normes de construction de l'escalier sont-elles respectées ?
2. Les demandes des habitués du skatepark pour le plan incliné sont-elles satisfaites ?

D'après Métropole–La Réunion –Antilles-Guyane, 2013.

29 Abri de jardin

Pour réaliser un abri de jardin en parpaing, un bricoleur a besoin de 300 parpaings de dimensions 50 cm × 20 cm × 10 cm pesant chacun 10 kg.



Il achète les parpaings dans un magasin situé à 10 km de sa maison. Pour les transporter, il loue au magasin un fourgon.

Info. 1 Caractéristiques du fourgon

3 places assises

Dimensions du volume transportable ($L \times l \times h$) : 2,60 m × 1,56 m × 1,84 m

Charge pouvant être transportée : 1,7 tonne

Volume réservoir : 80 litres

Diesel (consommation : 8 litres aux 100 km)

Info. 2 Tarifs de location du fourgon

1 jour 30 km maximum	1 jour 50 km maximum	1 jour 100 km maximum	1 jour 200 km maximum	km supplémentaire
48 €	55 €	61 €	78 €	2 €

Ces prix comprennent le kilométrage indiqué hors carburant.

Info. 3

Un litre de carburant coute 1,50 €.

1. Expliquer pourquoi il devra effectuer deux aller-retour pour transporter les 300 parpaings jusqu'à sa maison.
2. Quel sera le cout total du transport ?
3. Les tarifs de location du fourgon sont-ils proportionnels à la distance maximale autorisée par jour ?

D'après DNB Métropole–La Réunion –Antilles-Guyane, 2013.

30 Étiquettes

Un jeu[1] est constitué des dix étiquettes suivantes, toutes identiques au toucher, qui sont mélangées dans un sac totalement opaque.

- Deux angles droits seulement
- Quatre angles droits
- Côtés égaux deux à deux
- Deux côtés égaux seulement
- Quatre côtés égaux
- Côtés opposés parallèles
- Deux côtés parallèles seulement
- Diagonales égales
- Diagonales qui se coupent en leur milieu
- Diagonales perpendiculaires

Brevet

1. On choisit au hasard une étiquette parmi les dix.
   a. Quelle est la probabilité de tirer l'étiquette « Diagonales égales » ?
   b. Quelle est la probabilité de tirer une étiquette sur laquelle est inscrit le mot « diagonales » ?
   c. Quelle est la probabilité de tirer une étiquette qui porte à la fois le mot « côtés » et le mot « diagonales » ?
2. On choisit cette fois au hasard deux étiquettes parmi les dix et on doit essayer de dessiner un quadrilatère qui a ces deux propriétés.
   a. Madjid tire les deux étiquettes suivantes.

   Diagonales égales

   Diagonales perpendiculaires

   Julie affirme que la figure obtenue est toujours un carré. Madjid a des doutes. Qui a raison? Justifier la réponse.
   b. Julie tire les deux étiquettes suivantes.

   Côtés opposés parallèles

   Quatre côtés égaux

   Quel type de figure Julie est-elle sûre d'obtenir ?
3. Lionel tire les deux étiquettes suivantes.

   Deux côtés égaux seulement

   Quatre angles droits

Lionel est déçu. Expliquer pourquoi.

[1] D'après « Géométrie à l'École » de François Boule, *Savoir dire et savoir-faire*, IREM de Bourgogne.

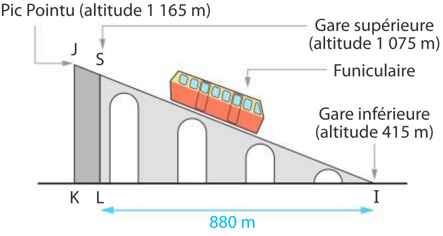
D'après DNB Amérique du Sud, 2013.

31 Funiculaire

M. Cotharbet décide de monter au Pic Pointu en prenant le funiculaire[1] entre la gare inférieure et la gare supérieure, la suite du trajet s'effectuant à pied.

[1] Un funiculaire est une remontée mécanique équipée de véhicules circulant sur des rails en pente.

Sur le dessin ci-dessous, les points I, L et K sont alignés, ainsi que I, S et J.



1. À l'aide des altitudes fournies, déterminer les longueurs SL et JK.
2. a. Montrer que la longueur du trajet SI entre les deux gares est 1 100 m.
   b. Calculer une valeur approchée de l'angle $\widehat{SIL}$. On arrondira à un degré près.
3. Le funiculaire se déplace à la vitesse moyenne constante de 10 km•h^{-1}, aussi bien à la montée qu'à la descente.
   Calculer la durée du trajet aller entre les deux gares. On donnera le résultat en min et s.
4. Entre la gare supérieure et le sommet, M. Cotharbet effectue le trajet en marchant.
   Quelle distance aura-t-il parcourue à pied ?

D'après DNB Amérique du Sud (sujet de secours), 2013.

32 Les iles des Tuamotu

HG

L'ile d'Aratika est au Nord de l'ile de Fakarava.
À l'aide des documents suivants et en considérant que tous les vols entre Tahiti et les iles des Tuamotu se font à la même vitesse moyenne, décalquer la carte puis placer avec le plus de précision possible l'ile d'Aratika en expliquant en détail la démarche suivie.

Doc. 1 Temps de vol entre Tahiti et les iles des Tuamotu (Nord)

Tahiti–Rangiroa : 55 min	Tahiti–Ahe : 1 h 15 min
Tahiti–Apataki : 1 h 05 min	Tahiti–Aratika : 1 h 15 min
Tahiti–Arutua : 1 h 05 min	

Doc. 2 Distance entre les iles

Tahiti–Moorea : 17 km	Apataki–Arutua : 17 km
Tahiti–Bora Bora : 268 km	Fakarava–Aratika : 50 km
Tahiti–Raiatea : 210 km	Fakarava–Faaite : 21 km
Tahiti–Rangiroa : 355 km	Faaite–Anaa : 61 km
Tahiti–Huahine : 175 km	

Doc. 3 Carte

D'après DNB Polynésie, 2013.

Corrigés des exercices

1 Nombres entiers

15 $85 = 6 \times 14 + 1$. C'est la division euclidienne de 85 par 6.

24 **1.** Diviseurs de 156 :
1 2 3 4 6 12 13 26 39 52 78 156
Diviseurs de 130 :
1 2 5 10 13 26 65 130
2. PGCD (156 ; 130) = 26

34 101 103 107 109 113 127 131 137 139 149

42 **a.** $42 = 2 \times 3 \times 7$
b. $75 = 3 \times 5 \times 5$
c. $164 = 2 \times 2 \times 41$

QCM

1 **1.** C **2.** C **3.** A **4.** B

2 **1.** A **2.** B

3 **1.** C **2.** B

57 La division euclidienne de 164 par 53 donne $q = 3$ et $r = 5$.
Il prendra le 4^e^ bus.
Il attendra $3 \times 17 = 51$ min.

68 $780 = 365 \times 2 + 50$.
2008 est une année bissextile.
Le prochain évènement aura lieu le 11 février 2010.

2 Nombres relatifs

33 **a.** $4 \times (-4) = -16$ **b.** $4 + (-20) = -16$ **c.** $-36 - (-20) = -16$

43 **a.** $-1 \times 2 = -2$ **b.** $-(-5) = -1 \times (-5) = 5$ **c.** $-\dfrac{10}{-5} = \dfrac{10}{5} = 2$

51 À la 7^e^ étape $4 + 4^2 + 4^3 + 4^4 + 4^5 + 4^6 + 4^7 = 21\,844$.
Après la 7^e^ étape, 21 844 personnes auront reçu ce message.
$21\,844 + 4^8 + 4^9 + 4^{10} = 1\,398\,100$.
Après la 10^e^ étape, 1 398 100 personnes auront reçu ce message.

QCM

1 **1.** C **2.** C **3.** B

2 **1.** C **2.** B **3.** A

3 **1.** A **2.** B **3.** B

64 $L_0 = 30$ m ; $\Delta T = -20\ °C - 40\ °C = -60\ °C$,
donc $\Delta L = 12 \times 10^{-6} \times 30 \times (-60) = -21\,600 \times 10^{-6} = -0{,}012\,6$.
Ainsi $L = 30 + (-0{,}012\,6) = 30 - 0{,}012\,6 = 29{,}978\,4$ m.
Lorsque la température est de −20 °C en hiver la longueur du rail est 29,978 4 m.

79 **1.** $300\,000 \times \dfrac{1}{75} = 4\,000$; le satellite est à 4 000 km de la Terre.
2. $8 \times 60 + 15 = 495$,8 min 15 s = 495 s
$495 \times 300\,000 = 148\,500\,000 = 1{,}485 \times 10^8$.
Le soleil est à $1{,}485 \times 10^8$ km de la Terre.

3 Fractions

26 $A = \dfrac{2^5 \times 3^3 \times 5^2 \times 7}{2^5 \times 5 \times 7^2} = \dfrac{3^3 \times 5}{7} = \dfrac{135}{7}$

$B = -\dfrac{2^2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 9 \times 11}{2^2 \times 3 \times 7 \times 9 \times 11} = -\dfrac{5}{1}$

35 $\dfrac{1}{3} + \dfrac{2}{5} + \dfrac{1}{4} = \dfrac{20}{60} + \dfrac{24}{60} + \dfrac{15}{60} = \dfrac{59}{60}$; il reste donc $\dfrac{1}{60}$ du pot pour le gouter.

43 Zoé mange les trois dixièmes du gâteau au chocolat ; il en reste les sept dixièmes.
$\dfrac{1}{5} \times \dfrac{7}{10} = \dfrac{7}{50}$; Philomène mange les $\dfrac{7}{50}$ du gâteau.

48 $N = \dfrac{-8}{9} \times \dfrac{4}{7} = \dfrac{-32}{63}$ $P = \dfrac{11}{3} \times \dfrac{4}{-5} = -\dfrac{44}{15}$ $R = -\dfrac{3}{5} \times \dfrac{7}{-10} = \dfrac{21}{50}$

QCM

1 **1.** B **2.** C **3.** A

2 **1.** C **2.** A

3 **1.** B **2.** B

4 **1.** C **2.** B

57 **1.** $\dfrac{1}{18} + \dfrac{1}{6} = \dfrac{1}{18} + \dfrac{3}{18} = \dfrac{4}{18}$, donc $\dfrac{4}{18}$ des membres ont voté pour Marc et Sophie ;
$\dfrac{1}{3} \times \dfrac{14}{18} = \dfrac{14}{54}$, donc $\dfrac{14}{54}$ des membres ont voté pour Miri ;
$1 - \left(\dfrac{4}{18} + \dfrac{14}{54}\right) = 1 - \left(\dfrac{12}{54} + \dfrac{14}{54}\right) = \dfrac{54}{54} - \dfrac{26}{54} = \dfrac{28}{54}$, donc $\dfrac{28}{54}$ des membres ont voté pour Mohamed.
$\dfrac{28}{54} \approx 0{,}518\,5$, donc Mohamed a obtenu la majorité absolue.
2. $\dfrac{1}{18} = \dfrac{3}{54}$; $\dfrac{1}{6} = \dfrac{9}{54}$, donc Marc a obtenu 3 voix, Sophie a obtenu 9 voix, Miri a obtenu 14 voix et Mohamed a obtenu 28 voix.

64 **1.** $7 + \dfrac{1}{14} \times 7 = 7{,}5\ L = 7{,}5\ dm^3$
2. Les $\dfrac{15}{14}$ du nombre de litres d'eau correspondent à 20 dm^3 ;
$20 \div \dfrac{15}{14} = 20 \times \dfrac{14}{15} = \dfrac{4 \times 5 \times 2 \times 7}{3 \times 5} = \dfrac{56}{3} \approx 19\ dm^3 \approx 19\ L$

4 Calcul littéral

18 **a.** $10x$ **b.** $4y - 7$ **c.** $t + 5t^2$ **d.** n^2
e. $18sz$ **f.** $14x^3$ **g.** $xy - y$ **h.** $y(x + 1)x^2$

23 $A = -3x - 21$
$B = 8x - 12$
$C = 11x + 55$
$D = 2x^2 + 9x$
$E = -18x - 12x^2$
$F = -20x + 10x^2$

30 $A = x^2 + 5x + 6$
$B = 2x^2 + 10x + 12$
$C = x^2 + 2x - 63$
$D = -x^2 + 7x - 12$
$E = 15x^2 - x - 28$
$F = 2x^2 - 16x + 32$

36 $A = 4(r + t)$
$B = 16z$
$C = y(3y + 2)$
$D = (x + 2)(4x + 3)$
$E = (y + 6)(-3y + 7)$
$F = (x - 1)(6x + 7)$

QCM

1 **1.** B **2.** C

2 **1.** B **2.** A

3 **1.** C **2.** B

4 **1.** B **2.** A

46 **1.** ① Vrai ② Vrai ③ Vrai ④ Faux
2. $12 \times 14 + 1 = 13^2$
3. a. $44 \times 46 + 1 = 45^2$ **b.** $89 \times 91 + 1 = 90^2$
4. Conjecture : $n(n + 2) + 1 = (n + 1)^2$
$n(n + 2) + 1 = n^2 + 2n + 1$ et $(n + 1)^2 = n^2 + 2n + 1$

53 On note x le nombre choisi.
Après l'application du programme à x, on obtient :
$$2(2x + 5) + 2 - x$$
$2(2x + 5) + 2 - x = 3x + 12 = 3(x + 4)$
Donc le résultat est un multiple de 3.

5 Équations et inéquations

34 $3(7-2x)-5(2x+1)=3\times 7-3\times 2x-5\times 2x-5=16-16x$
Résoudre $3(7-2x)-5(2x+1)=0$ revient à résoudre $16-16x=0$.
1 est donc solution de cette équation.

42 **a.** $2x+5>16$: tous les nombres strictement supérieurs à 2,5 sont les solutions de l'inéquation.

b. $5x-7\geqslant 8$: tous les nombres inférieurs ou égaux à 3 sont les solutions de l'inéquation.

c. $-3x+4<13$: tous les nombres strictement supérieurs à –3 sont les solutions de l'inéquation.

d. $-x+7\geqslant -12$: tous les nombres inférieurs ou égaux à 19 sont les solutions de l'inéquation.

51 Le problème se modélise par $7x-3=3x+13$, où x est le nombre cherché.
Ainsi $x=4$.

QCM

1 **1.** A **2.** C
2 **1.** B **2.** B
3 **1.** C **2.** A

60 On note v la vitesse minimale de l'avion sur les 1 250 kilomètres restant.
La situation se modélise par l'inéquation :

$$\frac{2\,200+1\,250}{\frac{2\,200}{1\,000}+\frac{1\,250}{v}}>950.$$

Ainsi $v>873{,}2$
L'avion doit voler à au moins 873,2 km/h.

66 On note x le nombre de départ.
La situation se modélise par l'équation $2x+15=9x-1$.

Ainsi $x=\frac{16}{7}$.

On est parti du nombre $\frac{16}{7}$.

6 Proportionnalité

17 399 + 47,89 = 446,89.
La remise est de 60 €, donc il paie 446,89 – 60 = 386,89 €.

21 Un français passe 28 min et 24 s devant la télévision en mangeant.

33 Réduction de consommation d'énergie : 3,8 %.

QCM

1 **1.** B **2.** A
2 B
3 **1.** C **2.** A

41 Le thé en boite coute 2,20 € les 40 g soit 11 € les 200 g.
Le thé en vrac coute 2,60 € les 50 g soit 10,40 € les 200 g.
Le thé en vrac est donc moins cher que le thé en boite.

44 Le volume de la cuisine est de 39 m^3. Il faut renouveler 12 fois l'air donc $12\times 39=468$ m^3.
La hotte doit avoir un débit de 468 m^3 par heure au minimum.
Son choix peut se porter sur la hotte : CH60S noir.

7 Fonctions

25 **1.** $h(x)=2x+5$

2. L'image de $\frac{1}{3}$ par la fonction h est $\frac{17}{3}$.

3. L'antécédent de 9 par h est 2.

27 Seules la courbe bleue et la courbe violette représentent des fonctions.

32 **a.** L'image de –1 par la fonction f est 0.
b. Un antécédent de 2 par h est 3, ou –2 ou –5,5 ou –6.
c. $f(-6)=2$
d. Des antécédents de 1 sont –6,3 ; –5 ; –3 ; –1,6 ; 2,7 ; 4.
e. Il n'y a pas de nombre qui a pour image 3 par f.
f. –2 a pour antécédent 2 par la fonction f.
g. Une solution de l'équation $f(x)=0$ est –6,7 ou –4 ou –1 ou 2,5.

QCM

1 **1.** B **2.** B **3.** A **4.** A
2 C
3 B

41 **1.** Après 16 ans, le diamètre est alors de 14 mm.
2. Le diamètre du lichen est de 42 mm après 48 ans.

42 **1.** On a représenté la vitesse en fonction du temps.
2. Au bout de 15 minutes, la vitesse est 3,5 km/h environ.
3. La vitesse vaut 10 km/h au bout de 43 minutes environ.
La vitesse vaut 6 km/h au bout de 30 minutes et de 61 minutes environ.
La vitesse ne vaut jamais 12 km/h.
4.

Temps (en min)	0	15	43	50	70
Vitesse (en km/h)	0	3,5	10	8,2	0

8 Fonctions affines

15 Pour f, le coefficient directeur vaut 2 et l'ordonnée à l'origine vaut –1.
Pour g, le coefficient directeur vaut –3 et l'ordonnée à l'origine vaut 6.

Pour h, le coefficient directeur vaut $-\frac{1}{3}$ et l'ordonnée à l'origine vaut $\frac{7}{3}$.

Pour i, le coefficient directeur vaut $-\frac{3}{7}$ et l'ordonnée à l'origine vaut –7.

27 $m=\frac{h(3)-h(-2)}{3-(-2)}=\frac{21-(-29)}{3+2}=\frac{50}{5}=10.$

Comme $h(3)=21$, on a $10\times 3+p=21$. En résolvant cette équation, on trouve $p=-9$.
Donc $h(x)=10x-9$.

31 **1.** C'est la fonction f qui est linéaire car en développant, on a : $f(x)=-2x$ et donc $m=-2$.
2. $f(-4)=-2\times(-4)=8$ donc l'image de –4 par f est 8.
3. On résout $f(x)=7$, c'est-à-dire $-2x=7$, ce qui donne $x=-\frac{7}{2}$.

7 a donc une seul antécédent par la fonction f : $-\frac{7}{2}$ (ou –3,5).

35 Par exemple : Omar se ballade à la vitesse de 2,5 km/h ; la distance $f(x)$ qu'il parcourt en fonction du nombre d'heures x que dure sa randonnée est donnée par $f(x)=2{,}5x$.

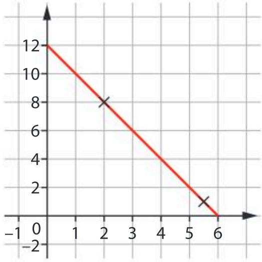
QCM

1 **1.** C **2.** A
2 B
3 **1.** B **2.** A
4 C

42 **1.** x peut prendre n'importe quelle valeur entre 0 et 6.
2. Pour $x=2$: $\mathscr{A}(\text{MTS})=\frac{4\times 4}{2}=8$ (cm^2).

Pour $x=5{,}5$: $\mathscr{A}(\text{MTS})=\frac{4\times 0{,}5}{2}=1$ (cm^2).

3. $\mathscr{A}(x) = \dfrac{4\,(6-x)}{2} = 12 - 2x$.



47 La courbe est une droite donc le prix $P(x)$ payé par le client est une fonction affine du temps d'intervention x. Par lecture graphique, on trouve que $P(x) = 25 + 15x$. Donc pour une intervention de 6 heures, le client paiera 115 €, car $P(6) = 25 + 15 \times 6 = 115$.

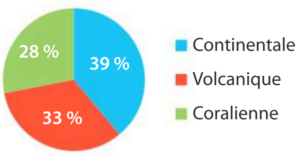
9 Représentation et traitement de données

19 Pour calculer le taux moyen, on prend la valeur centrale de chaque classe. Par exemple, la valeur centrale de la première classe est $(1{,}4 + 1{,}6) \div 2 = 1{,}5$; puis on effectue une moyenne pondérée : $(1{,}5 \times 20 + 1{,}7 \times 18 + 1{,}9 \times 24 + 2{,}1 \times 16 + 2{,}3 \times 10 + 2{,}5 \times 6 + 2{,}7 \times 6) \div 100 = 1{,}94$ g/L.

26 Voici la série ordonnée : 37,2 – 38 – 38,2 – 38,6 – 39 – 39,4.
Toute valeur comprise entre 38,2 et 38,6 partage la série en deux séries de même effectif.
En pratique, on prend pour médiane $(38{,}2 + 38{,}6) \div 2 = 38{,}4$ °C.

31 Tableau de proportionnalité :

Type	Continentale	Volcanique	Corallienne	Total
Proportion (en %)	39	33	28	100
Angle (en °)	≈ 140	≈ 119	≈ 101	360



QCM

1 1. C 2. B **2** 1. B 2. C **3** C

41 **1.**

Tarifs	Meilleur tarif : 30 €	60 €	80 €	110 €
Nombre de chambres	10	30	25	16
Effectifs cumulés	10	40	65	81

2. Prix médian d'une chambre = prix de la 41^{e} chambre lorsque les chambres sont classées de la moins chère à la plus chère, soit 80 €.

3. Prix moyen $= \dfrac{10 \times 30 + 30 \times 60 + 25 \times 80 + 16 \times 100}{81}$

$= \dfrac{5\,860}{81} \approx 72{,}35$ €.

4. Interprétation de la moyenne : si toutes les chambres étaient au même prix, pour obtenir la même recette, l'hôtel devrait proposer chaque chambre à environ 72,35 €.
Interprétation de la médiane : au moins la moitié des chambres sont proposées à un prix inférieur ou égal à 80 €.

44 **1.**

Femmes et hommes Taux t en g/L	Effectif
$105 \leqslant t < 115$	4
$115 \leqslant t < 125$	4
$125 \leqslant t < 135$	8
$135 \leqslant t < 145$	10
$145 \leqslant t < 155$	11
$155 \leqslant t < 165$	10
$165 \leqslant t < 175$	6
$175 \leqslant t < 185$	7

2. Taux moyen pour les femmes :

$$\frac{4 \times 110 + 4 \times 120 + 8 \times 130 + 6 \times 140 + 7 \times 150 + 1 \times 160}{30} \approx 133{,}7 \text{ g/L}.$$

Taux moyen pour les hommes :

$$\frac{4 \times 140 + 4 \times 150 + 9 \times 160 + 6 \times 170 + 7 \times 180}{30} \approx 162{,}7 \text{ g/L}.$$

Taux moyen pour les hommes et les femmes réunis :

$$\frac{4 \times 110 + 4 \times 120 + 8 \times 130 + 10 \times 140 + 11 \times 150 + 10 \times 160 + 6 \times 170 + 7 \times 180}{60}$$

$$= \frac{8\,890}{60} \approx 148{,}2 \text{ g/L}.$$

Le taux moyen d'hémoglobine est plus élevé chez les hommes.
Le taux moyen d'hémoglobine chez les hommes et les femmes réunis est égal à la moyenne des deux autres taux moyens, car il y a le même nombre de femmes que d'hommes.

10 Probabilités

19 Les issues possibles sont « Pile » et « Face ».
Si on note f la probabilité d'obtenir « Face », alors la probabilité d'obtenir « Pile » vaut $2f$.
Or la somme des probabilités des issues vaut 1, donc $f + 2f = 1$, ce qui donne $f = \dfrac{1}{3}$.
La probabilité d'obtenir « Face » vaut donc $\dfrac{1}{3}$ et celle d'obtenir « Pile », $\dfrac{2}{3}$.

24

Origine \ Sexe	Hommes	Femmes	Total
Gironde	29	78	107
Lot et Garonne	17	34	51
Total	46	112	158

1. $P(\text{A}) = \dfrac{46}{158}$.

2. $\overline{\text{A}}$: « La personne choisie n'est pas un homme » ou « La personne choisie est une femme ».

3. $P(\overline{\text{A}}) = \dfrac{112}{158}$.

4. $P(\text{B}) = \dfrac{51}{158}$.

A et B ne sont pas incompatibles, car on peut choisir un homme originaire du Lot-et-Garonne (il y en a 17).

29 **a.** La probabilité que la personne choisie soit vaccinée vaut 0,4.
b. La probabilité que la personne choisie soit à la fois saine et vaccinée vaut $0{,}4 \times 0{,}8 = 0{,}32$.

QCM

1 A   **2** **1.** B   **2.** C

3 C

46 En faisant un arbre, on obtient que la probabilité que Yoann s'habille avec une tenue d'une seule couleur vaut :
$\frac{1}{10}\times\frac{2}{7}+\frac{2}{10}\times\frac{2}{7}+\frac{7}{10}\times\frac{3}{7}=\frac{27}{70}$.

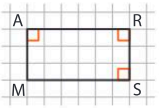
55 La probabilité de prendre une gommette bleue et celle de prendre une gommette verte vaut $\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$.

La probabilité de prendre une gommette jaune vaut $\frac{18}{36}=\frac{1}{2}$.

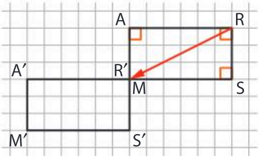
Comme les fréquences d'apparition de chaque couleur se stabilisent vers la probabilité correspondante au bout d'un grand nombre de tirages, la proportion de gommettes bleues et de gommettes vertes devraient se rapprocher de $\frac{1}{4}$ et celle de gommettes jaunes de $\frac{1}{2}$.

11 Construction et transformation de figures

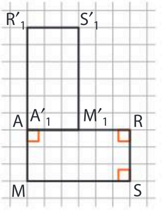
18 **1.**



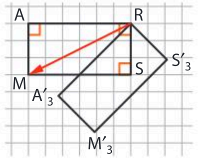
2.



3.



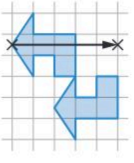
4.



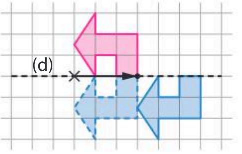
24 • Par une homothétie de rapport 4, les longueurs sont multipliées par 4 donc les périmètres également :
$\mathcal{P}_{R'H'I'N'} = (3,5 + 2) \times 2 \times 4 = 44$ cm.

• Par une homothétie de rapport 4, les aires sont multipliées par 4^2 soit par 16 donc :
$\mathcal{A}_{R'H'I'N'} = (3,5 \times 2) \times 16 = 7 \times 16 = 112$ cm^2.

28 **1.**



2. Le motif précédent a été obtenu en effectuant sur le motif élémentaire rose une symétrie axiale suivie d'une translation dans la même direction :



3. On obtient la frise en effectuant sur le motif du **1.** 4 translations successives décrites par la flèche du **1.**

QCM

1 B   **2** **1.** C   **2.** A

3 B

36 Panneau ① : symétrie axiale et homothétie.
Panneau ② : symétrie axiale et rotation.

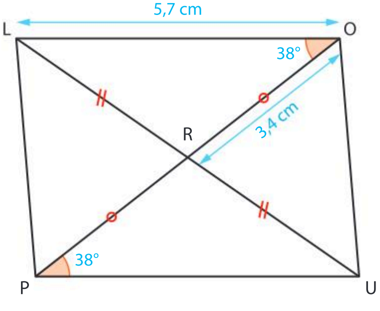
39 TL/TS = LL′/SS′ = $2,5 \times 10^{-3}$. C'est une homothétie de centre T et de rapport $2,5 \times 10^{-3}$.

12 Triangles et quadrilatères

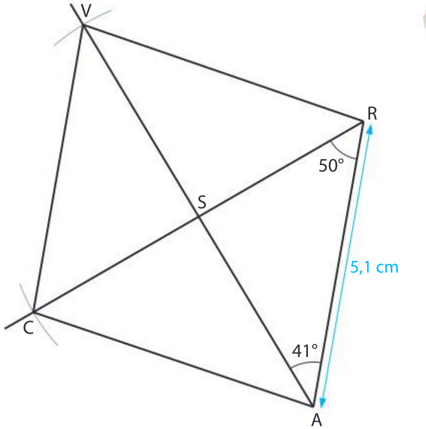
23 Les droites (FD) et (GA) avec la sécante (AC) forment les deux angles alternes-internes $\widehat{GAC}$ et $\widehat{ACD}$.
Pour que (FD) et (GA) soient parallèles, il faut que $\widehat{GAC}=\widehat{ACD}$.
$\widehat{ACD}$ et $\widehat{ACF}$ forment un angle plat et $\widehat{ACF}$ mesure 43°, donc $\widehat{ACD} = 180° - 43° = 137°$.
Il faut donc que $\widehat{GAC}$ mesure également 137°.

31 La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°.
On calcule la mesure de l'angle manquant dans chacun des deux triangles :
$180° - 63° - 48° = 69°$ et $180° - 63° - 69° = 48°$.
Les deux triangles ont leurs angles deux à deux de même mesure, ils sont donc semblables.

38 **1.** Les diagonales du quadrilatère LOUP se coupent en leur milieu, c'est donc un parallélogramme.
2. R est le milieu de [OP] et OR = 3,4 cm.
Donc OP = 2 × 3,4 cm = 6,8 cm.
Les côtés opposés d'un parallélogramme sont de même longueur.
Donc PU = LO = 57 cm.
3. Les côtés opposés d'un parallélogramme sont parallèles.
Donc les parallèles (LO) et (PU) forment avec la sécante (OP) des angles alternes-internes de même mesure.
Donc $\widehat{LOP}=\widehat{OPU}=38°$.
4.



42 **1.**



2. Dans le triangle SAR, la somme des mesures des angles est égale à 180°, donc :

$$\widehat{ASR} = 180° - 50° - 41° = 89°.$$

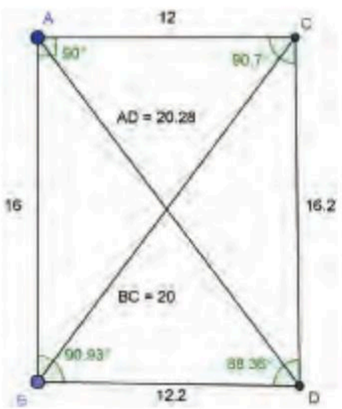
Donc les diagonales [VA] et [RC] ne sont pas perpendiculaires.
VRAC ne peut pas être un losange.

QCM

1 A **2** **1.** C **2.** A
3 B **4** B

49 Les trois bibliothèques sont identiques, donc les montants [LI] et [ER] sont parallèles et de même longueur.
Si un quadrilatère a deux côtés opposés parallèles et de même longueur, alors c'est un parallélogramme.
Donc LIRE est un parallélogramme.

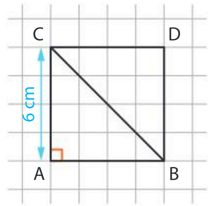
50 **1.** Un quadrilatère qui possède un angle droit n'est pas forcément un rectangle. Cette vérification ne suffit pas à prouver que le cadre est rectangulaire.
2. Les deux diagonales n'ont pas la même longueur donc le cadre ne peut pas être un rectangle.
3. a.



b. Wafa peut exiger de M. Carré qu'il recommence le travail puisqu'un des angles du cadre mesure moins de 89°.

13 Triangles rectangles : trigonométrie

13 Le triangle ABC est rectangle en A.

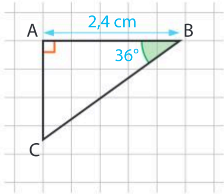


On utilise le théorème de Pythagore :
$AB^2 + AC^2 = BC^2 = 6^2 + 6^2 = 36 + 36 = 72.$
$BC = \sqrt{72} \approx 8{,}5.$
La diagonale du carré mesure environ 8,5 cm

23 Premier triangle : $\cos \hat{A} = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{5{,}1}{8{,}5} = 0{,}6$ et $\tan \hat{B} = \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{5{,}1}{6{,}8} = 0{,}75.$

Second triangle : $\cos \hat{K} = \dfrac{IK}{KJ} = \dfrac{4{,}16}{5{,}2} = 0{,}8$ et $\tan \hat{J} = \dfrac{IK}{IJ} = \dfrac{4{,}16}{3{,}12} = \dfrac{4}{3}.$

29 **1.**



2. Le triangle ABC est rectangle en A.
On cherche la longueur AC. On utilise les formules de trigonométrie :
$\tan \widehat{ABC} = \dfrac{AC}{AB}$

$\tan 36° = \dfrac{AC}{2{,}4}$

$AC = 2{,}4 \times \tan 36° \approx 1{,}7$ cm
On cherche la longueur BC. On utilise les formules de trigonométrie :
$\cos \widehat{ABC} = \dfrac{AB}{BC}$

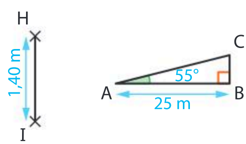
$\cos 36° = \dfrac{2{,}4}{BC}$

$BC = \dfrac{2{,}4}{\cos 36°} \approx 3$ cm

QCM

1 **1.** A **2.** C **2** **1.** B **2.** B **3.** B
3 **1.** C **2.** A

41 On schématise la situation avec le dessin suivant.

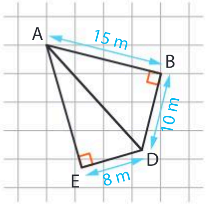


Le triangle ABC est rectangle en B. On utilise les formules de trigonométrie :
$\tan \widehat{CAB} = \dfrac{BC}{AB}$

$\tan 55° = \dfrac{BC}{25}$

On utilise le produit en croix :
$BC = 25 \times \tan 55° \approx 35{,}7$ m
Donc la hauteur du stade est de $35{,}7 + 1{,}4 \approx 37{,}10$ m.

48 On schématise avec le dessin suivant.



Le triangle ABD est rectangle en B. On utilise le théorème de Pythagore.
$AD^2 = AB^2 + BD^2$
$AD^2 = 15^2 + 10^2 = 325$
$AD = \sqrt{325} \approx 18$ m.
Le triangle AED est rectangle en E. On utilise le théorème de Pythagore :
$AD^2 = AE^2 + ED^2$
$AE^2 = 325 - 64 = 261$
$AE = \sqrt{261} \approx 16{,}2$ m.
La distance entre les deux arbres est d'environ 16,2 m.

14 Théorème de Thalès

15 Les points O, E, U d'une part et T, E, P d'autre part sont alignés.
Les droites (OT) et (PU) sont parallèles.
Égalité du théorème de Thalès : $\frac{EO}{EU} = \frac{ET}{EP} = \frac{OT}{UP}$.

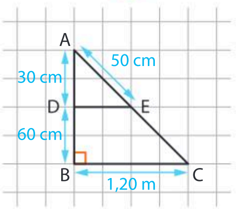
26 Les points T, U, S d'une part et O, U, R d'autre part sont alignés dans le même ordre.
On cherche si l'égalité de Thalès est vérifiée :
$\frac{US}{UT} = \frac{1{,}8}{5} = 0{,}36$ $\frac{UR}{UO} = \frac{2{,}7}{7{,}5} = 0{,}36$ $\frac{US}{UT} = \frac{UR}{UO}$
L'égalité de Thalès est vérifiée, donc les droites (TO) et (RS) sont parallèles.

QCM

1 **1.** C **2.** A

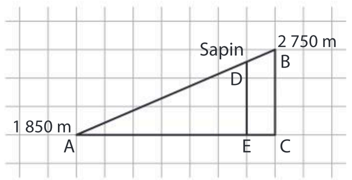
2 **1.** C **2.** B

39



Le triangle ABC est rectangle en B : on utilise l'égalité de Pythagore pour trouver la longueur AC.
$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 90^2 + 120^2 = 22\,500$
$AC = \sqrt{22\,500} = 150$ cm
Les points A, D, B d'une part et A, E, C d'autre part sont alignés dans le même ordre.
On vérifie l'égalité de Thalès :
$\frac{AD}{AB} = \frac{30}{90} = \frac{1}{3}$ $\frac{AE}{AC} = \frac{50}{150} = \frac{1}{3}$
$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$: l'égalité de Thalès est vérifiée, donc les droites (DE) et (BC) sont parallèles.
L'étagère est bien horizontale.

45



$V = 120$ km/h $= \frac{120\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = \frac{100}{3}$ m/s
$DB = \frac{100}{3} \times 24 = 800$ m
$BC = 2\,750 - 1\,850 = 900$ m
1 min 12 s = 72 s
$AD = \frac{100}{3} \times 72 = 2\,400$ m
Les droites (DE) et (BC) sont parallèles, car elles sont toutes les deux perpendiculaires au sol.
On utilise le théorème de Thalès :
$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$ $\frac{2\,400}{2\,400 + 800} = \frac{DE}{900}$
$DE = \frac{2\,400 \times 900}{3\,200}$
$DE = 675$ m
L'altitude du sapin est de $1\,850 + 675 = 2\,525$ m.

15 Solides de l'espace

20 Le pavé droit initial a pour volume :
longueur × largeur × hauteur $= 5 \times 4{,}2 \times 2{,}3 = 48{,}3$ cm^3.
Par un agrandissement de rapport 4, le volume est multiplié par $4^3 = 64$.
Le pavé agrandi a donc pour volume $48{,}3 \times 64 = 3\,091{,}2$ cm^3.

26 F(50 °N ; 10 °O) (même latitude que G et même longitude que I) et H(45 °S ; 120 °O) (même latitude que I et même longitude que G).

31 **1.** La section plane de cette sphère par le plan est un cercle de centre A et de rayon AM.
2. Le triangle AOM est rectangle en A. D'après le théorème de Pythagore :
$OM^2 = AM^2 + OA^2$
$6^2 = AM^2 + 2^2$
$36 = AM^2 + 4$
$AM^2 = 36 - 4$
$AM = \sqrt{32} \approx 5{,}7$ cm.

QCM

1 **1.** A **2.** C

2 B

3 **1.** B **2.** A

37 **1.** 1° = 60′ et 1° = 3 600″ 1′ = 1 min et 1″ = 1 s
Cela signifie que la latitude du lieu est $22 + \frac{40}{60} + \frac{26}{3\,600} \approx 22{,}674°$
Sud et que la longitude est $14 + \frac{31}{60} + \frac{40}{3\,600} \approx 14{,}528°$ Est.
2. Les parallèles étant gradués de 15° en 15°, tout comme les méridiens, on trouve que cet enfant est né sur le continent africain.

43 **1.** Le volume de crème contenue dans une coupe est égal au volume d'une demi-boule de rayon 5 cm, soit est $\left(\frac{4}{3} \times \pi \times 5^3\right) \div 2 \approx 262$ cm^3.
2. La forme occupée par la crème est un pavé droit de longueur 9 cm, de largeur 7 cm et de hauteur h (en cm) et son volume est égal à 262 cm^3.
$9 \times 7 \times h = 262$
$63\,h = 262$
donc $h = 262 \div 63 \approx 4{,}2$ cm.
La hauteur de crème dans la verrine est d'environ 4,2 cm.

Index

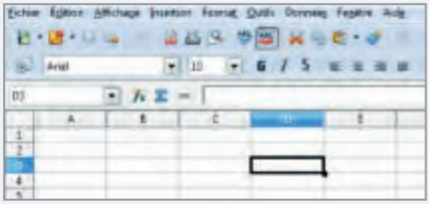
Tableur

Présentation d'un tableur

- Un tableur permet l'automatisation de calculs sur des données.
- Une « feuille de calcul » est composée de « cellules » repérées par une lettre et un nombre.

Exemple

Sur cet écran, la cellule sélectionnée est la cellule **D3**.



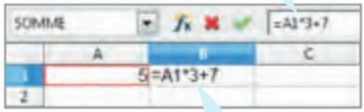
Entrer une formule de calcul dans une cellule

Pour indiquer au tableur qu'il doit effectuer un calcul, on commence par écrire « = » suivi du calcul à effectuer.

Exemple

- On entre le nombre **5** dans la cellule **A1**. Puis on écrit dans la cellule **B1** la formule **=A1*3+7** et on tape sur la touche « **Entrée** » du clavier.
- Dans la cellule B1 s'affichera le résultat du calcul, soit 22, qui correspond à :
  (nombre écrit dans A1) × 3 + 7
- Si l'on entre dans la cellule A1 un autre nombre que 5, le calcul est refait automatiquement dans la cellule B1.

Ce que l'on écrit dans la cellule apparait aussi dans la barre de calcul au-dessus de la feuille de calcul.



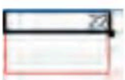
« * » remplace le signe × et « / » remplace ÷. Le symbole « ^ » permet de calculer des puissances : 4^3 s'écrit 4^3.

Recopier une formule vers le bas ou vers la droite

Pour reproduire les calculs effectués dans une cellule dans d'autres cellules, on peut utiliser la « poignée de recopie » :

- On clique sur la cellule qui contient la formule. On va utiliser la poignée de recopie : c'est le petit carré noir en bas à droite de la cellule sélectionnée.
- On clique sur la poignée de recopie et on tire vers le bas ou vers la droite en maintenant le bouton de la souris enfoncé.

Poignée de recopie



- On relâche la souris à la cellule souhaitée.

Exemples

Recopie vers le bas

- On remplit la colonne A.
- On saisit en B1 la formule **=A1*3+7**
- Lorsque l'on recopie la formule vers le bas, le numéro de la ligne dans la formule est augmenté de 1.

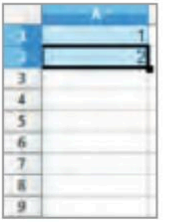
	A	B
1	1	10
2	2	=A2*3+7
3	3	16

Recopie vers la droite

- On remplit la ligne 1.
- On saisit en A2 la formule **=A1*3+7**
- Lorsque l'on recopie la formule vers la droite, la lettre de la colonne dans la formule est « augmentée » de 1.

	A	B	C
1	1	2	3
2	10	=B1*3+7	16

Afficher une liste de nombres de 1 en 1 ou de 0,5 en 0,5…



- On écrit les deux premiers nombres de la liste.
- On sélectionne les deux cellules.
- On tire la poignée de recopie.

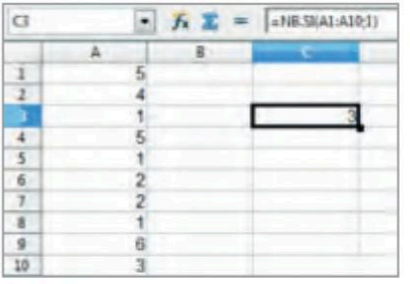
Calculer une fréquence

On a relevé, dans la colonne A, le résultat de 10 lancers de dé. Pour calculer la fréquence de 1, il faut compter le nombre de fois que le nombre 1 apparait :

- On sélectionne la cellule dans laquelle le résultat apparaitra (C3 dans l'exemple ci-contre).
- On écrit la formule permettant de calculer l'effectif de 1 dans la plage de cellule allant de A1 jusqu'à A10 : **=NB.SI(A1:A10;1)**

Cette formule compte combien il y a de « 1 » dans les cellules entre A1 et A10.

- On appuie sur la touche « Entrée ».

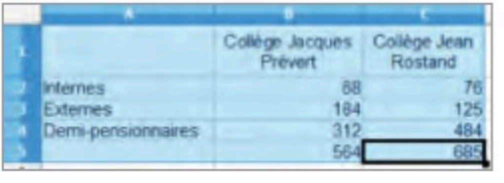


Pour compter le nombre de valeurs supérieures ou égales à 4, on utiliserait la formule : =NB.SI(A1:A10 ;">=4")

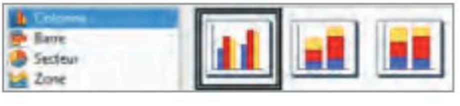
Construire une représentation graphique d'une série statistique

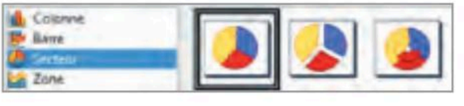
Pour représenter graphiquement des données :

Étape 1 : Sélection des données
On clique sur la cellule en haut à gauche et on va jusqu'à celle située en bas à droite du rectangle. Puis on relâche la souris.



Étape 2 : Choix du type de diagramme
Dans l'onglet « Insertion », on sélectionne « Diagramme », puis on choisit un type de diagramme.





Afficher un nombre aléatoire compris entre 1 et *n*

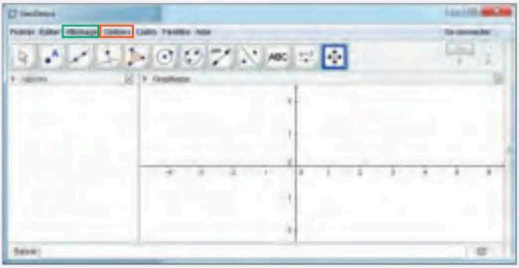
- On sélectionne la cellule où le nombre doit apparaitre.
- On écrit, dans cette cellule, la formule : **=ALEA.ENTRE.BORNES(1;6)**
- On appuie sur la touche « Entrée ».

Si tu veux un nombre aléatoire entre 1 et 100, il suffit de remplacer 6 par 100 dans la formule.

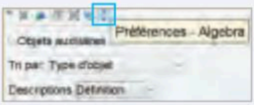
Logiciel de géométrie dynamique

Présentation du logiciel

GeoGebra est un logiciel de géométrie dynamique : il permet de tracer des figures et de les animer en déplaçant des points.

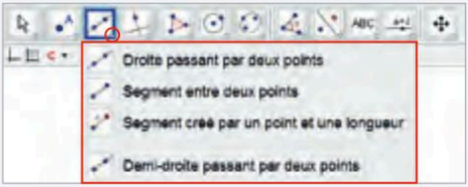


- On peut choisir de cacher ou non les axes, la grille et la fenêtre Algèbre. Pour cela, dans le menu Affichage, cliquer sur le nom correspondant pour le cacher ou l'afficher.
- On peut modifier l'affichage de la fenêtre Algèbre. Pour cela, dans le menu Options, cliquer sur « Avancé » puis sur l'icône Préférences – Algebra. Dans le menu déroulant « Descriptions », sélectionner « Définition ».
- Pour alléger les figures de certaines étiquettes, aller dans le menu Options, puis dans « Étiquetage » cliquer sur « Seulement les nouveaux points ».

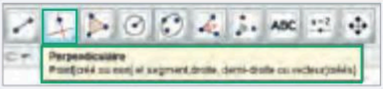


Les menus

- Lorsque l'on clique sur la petite flèche en bas à droite d'une icône, on accède à un sous-menu.



- En laissant le curseur sur une icône, on obtient l'aide pour utiliser la fonction sélectionnée.



Tracer un point

- Pour créer un nouveau point libre, il faut cliquer sur l'icône .
- Pour définir un point d'intersection entre deux objets, il faut cliquer sur l'icône .
Le(s) point(s) d'intersection de deux objets peuvent être obtenus de deux manières :
– on sélectionne deux objets : tous les points d'intersection sont créés ;
– on clique directement sur l'intersection de deux objets : seul cet unique point d'intersection est créé.

Tracer une droite, un segment, une demi-droite

 Pour tracer une droite passant par deux points.

 Pour tracer un segment entre deux points.

 Pour tracer un segment dont on connait une extrémité et la longueur.

 Pour tracer une demi-droite dont on connait l'origine et un point.

Tracer une droite particulière

 Pour tracer la perpendiculaire à une droite passant par un point.

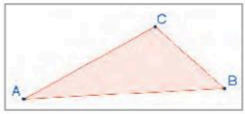
 Pour tracer la parallèle à une droite passant par un point.

 Pour tracer la médiatrice d'un segment.

HD OK réduit à 72 %
Geogebra_10.pdf
7,62 x 7,62 mm

HD OK réduit à 98 %
3930721_Logiciel_B05.tif
42 x 18,9 mm

Tracer un polygone

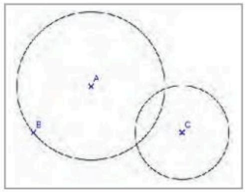


L'icône  permet de construire un polygone. Pour construire le triangle ABC :
– on clique sur A, sur B, sur C ;
– on clique à nouveau sur A pour fermer le triangle.

Tracer un cercle

HD OK réduit à 72 %
Geogebra_11.pdf
7,62 x 7,62 mm

HD agrandie à 150 %
3930721_Logiciel_B06.tif
42 x 32,6 mm



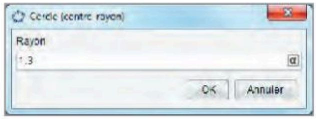
- Pour construire **le cercle de centre A passant par B** :

  – on sélectionne  dans le menu ;
  – on clique sur A puis sur B.

- Pour construire **le cercle de centre C et de rayon 1,3 cm** :

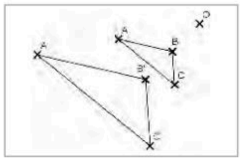
  – on sélectionne  dans le menu ;
  – on clique sur C, puis on entre la valeur 1,3.

HD agrandie à 141 %
3930721_Logiciel_B07.tif
54,4 x 19,9 mm



HD OK réduit à 72 %
Geogebra_12.pdf
7,62 x 7,62 mm

Construire l'image d'une figure par une homothétie

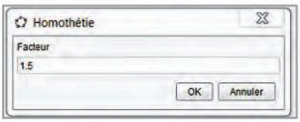


Pour tracer l'image du triangle ABC par l'homothétie de centre O et de rapport 1,5 :

– on sélectionne  ;
– on clique sur le triangle ABC, puis sur le centre O ;
– on saisit le rapport 1,5.

HD OK réduit à 97 %
Geogebra_18.pdf
7,62 x 7,62 mm

HD OK réduite à 68 %
3930721_Logiciel_B08.tif
41,2 x 26,8 mm



HD OK à 100 %
3930721_Logiciel_B09.tif
52 x 20 mm

On peut aussi construire des images de figures :

- **par symétrie axiale avec**  ;
- **par translation avec**  ;
- **par symétrie centrale avec**  ;
- **par rotation avec** .

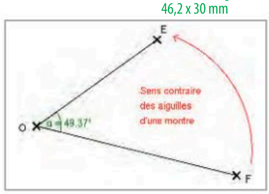
HD OK réduit à 72 % - 7,62 x 7,62 mm

Geogebra_15.pdf
Geogebra_16.pdf

Geogebra_13.pdf
Geogebra_14.pdf

Mesurer un angle

HD OK à 100 %
3930721_Logiciel_B10.tif
46,2 x 30 mm



Pour mesurer un angle :

– on sélectionne  ;
– on clique sur les points en tournant dans le sens contraire des aiguilles d'une montre.

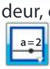
HD OK réduit à 72 %
Geogebra_17.pdf
7,62 x 7,62 mm

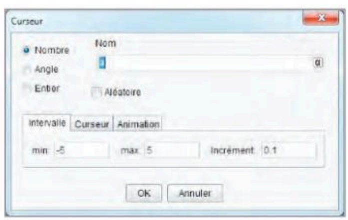
Dans l'exemple ci-contre, pour mesurer $\widehat{EOF}$, on clique sur F, puis sur O et enfin sur E.

Créer un curseur

HD OK réduit à 97 %
Geogebra_19.pdf
7,62 x 7,62 mm

Pour faire varier une grandeur, on peut utiliser un curseur.

Pour cela, on sélectionne  et on clique à l'endroit où l'on veut faire apparaitre le curseur sur la feuille de travail.
Un boite de dialogue s'ouvre alors.
Dans l'exemple ci-contre, le curseur créé permet de faire varier un nombre *a* de–5 à 5.
L'incrément indique le pas, ici on compte de 0,1 en 0,1.



HD OK à 100 %
3930721_Logiciel_B11.tif
59,8 x 36,4 mm

Calculatrice TI

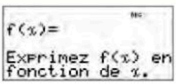
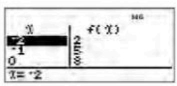
Pour naviguer dans les différents menus, utilise les flèches et valide avec la touche entrer

Choisir les modes adaptés

mode

Pour calculer des angles	Pour afficher un résultat	Pour obtenir un arrondi	Pour simplifier une fraction	Pour afficher des calculs
DEG Les calculs avec des angles sont faits avec des angles exprimés en degrés.	**NORM** affiche le résultat sous forme décimale. **SCI** affiche le résultat en écriture scientifique.	**FLOTT** donne 9 chiffres après la virgule par défaut.	**SIMPMAN** permet de simplifier manuellement des fractions. **SIMPAUTO** simplifie automatiquement des fractions.	**AFFINATUREL** Les fractions, certains nombres et des expressions particulières sont écrits comme sur le papier.

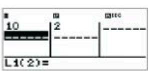
Remplir le tableau de valeurs d'une fonction

1. Menu Fonction	2. Entrer la fonction	3. Paramétrer les calculs	4. Afficher le tableau
$f(x)$		**Début** = première valeur du tableau. **Pas** = 1 : les valeurs de x vont de 1 en 1. Il faut adapter le pas au tableau à remplir. **Auto** : le tableau se remplit automatiquement. **x = ?** : on choisit de rentrer les valeurs de x manuellement.	CALC 

HD OK à 100 % - 30,1 x 13,2 mm
3930721_Calculatrice_B09.tif

HD OK à 100 % - 30,1 x 13,2 mm
3930721_Calculatrice_B10.tif

Calculer la moyenne et la médiane d'une série statistique

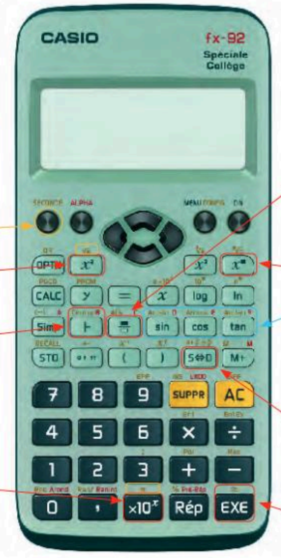
1. Accéder au menu Statistiques	2. Rentrer les valeurs du tableau avec leurs effectifs	3. Lancer le calcul	4. Faire défiler les valeurs jusqu'au résultat cherché
stats	 Les valeurs de la série dans L1. Les effectifs dans L2.	stats calc 2nde stats 1 puis : 	1 : N = effectif total 2 : $\overline{x}$ = moyenne 3 : méd = médiane 

Calculatrice CASIO

ATTENTION : Pour les calculs de base, reviens toujours au menu Calculer ×÷ +− 1

Pour y accéder : MENU CONFIG 1

Pour accéder ou valider un choix, tape le numéro correspondant au mode ou utilise les flèches et valide avec EXE



Accéder aux fonctions en jaune

Calculer le carré d'un nombre / la racine carrée d'un nombre

Calculer le quotient et le reste de la division euclidienne de deux nombres entiers / Décomposer un nombre entier en produit de facteurs premiers

Calculer (ou multiplier par) une puissance de 10 / Nombre π

Écrire des fractions

Calculer la puissance d'un nombre

Trigonométrie : calculer le sinus, le cosinus, la tangente d'un angle / Calculer la mesure d'un angle avec Arcsin, Arccos et Arctan

Passer de l'écriture mathématique (fraction, écriture scientifique) à l'écriture décimale

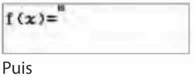
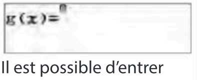
Donner le résultat d'un calcul, valider une commande ou un choix

Choisir les modes adaptés

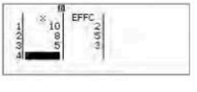
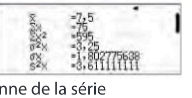
SECONDE MENU CONFIG

1 : Saisie / Résultat	2 : Unité d'angle	3 : Arrondi	4 : Résultat fract
1 : Smaths/Rmaths Les fractions, certains nombres et des expressions particulières sont écrits comme sur le papier dans le calcul et le résultat.	**1 : Degré** Les calculs avec des angles sont faits avec des angles exprimés en degrés.	**2 : Sci** affiche le résultat en écriture scientifique. **3 : Norm** arrondit automatiquement le résultat.	**2 : d/c** notation française des fractions.

Remplir le tableau de valeurs d'une fonction

1. Accéder au menu Tableau	2. Entrer la fonction	3. Paramétrer les calculs	4. Afficher le tableau
MENU CONFIG 3	 Puis  Il est possible d'entrer une deuxième fonction g	**Début** = première valeur du tableau. **Fin** = dernière valeur du tableau. **Pas** = **1** : les valeurs de x vont de 1 en 1. Il faut adapter le pas au tableau à remplir.	EXE  Utiliser les flèches pour afficher toutes les valeurs.

Calculer la moyenne et la médiane d'une série statistique

1. Accéder au menu Statistiques	2. Rentrer les valeurs du tableau avec leurs effectifs	3. Lancer le calcul	4. Faire défiler les valeurs jusqu'au résultat cherché
MENU CONFIG 2 puis 1 : **1 : 1 variable**		OPTN 3 **3 : Calc à 1 variable**	 $\overline{x}$: moyenne de la série n : effectif total Med : médiane

Crédits photographiques

Les auteurs remercient les enseignants qui ont bien voulu contribuer à cet ouvrage, en particulier Fabienne Bruneau, Michel Dezest, Valérie Goncalves, Véronique Maire et Katia Odiot.

Édition : Valérie Dumur
Relecture : Cécile Chavent et Janine Cottereau
Fabrication : Miren Zapirain
Couverture : Anne-Danielle Naname
Maquette intérieure : Anne-Danielle Naname / Laurine Caucat
Mise en page : PCA (Bénédicte Souffrant)
Schémas : Lionel Buchet
Illustrations : Géraldine Besnard
Recherche iconographique : Booklage